Choix, 1802

B. de S. est le premier auteur qui ait traité géométriquement la division des alluvions.
V. Riccardi I, 92

LA

TIBERIADE DI BARTOLE DA SASFERRATO

DEL MODO DI DIVIDERE l'Alluuioni, l'Isole, & gl'Aluei.

CON L'ANNOTATIONI, ET ESPOSITIONI di CLAVDIO *Tobaldutij da Montalboddo.*

IN ROMA,

Per gl'Heredi di Gio: Gigliotto. M.D.LXXXVII.

Con licentia de' Superiori.

AL SERENISS.MO SIGNOR DVCA DI PARMA ET DI PIACENZA

GOVERNATORE ET CAPITAN Generale per S. Maestà Catolica in Fiandra, suo Signor sempre osseruandissimo.

NELL'OTIO della seruitù, che fin quì da me è stata fatta alla glor. me. del Ser. Signor Duca suo Padre mio Signore, raccolsi con le mie proprie, quali si sieno fatiche, questo poco di frutto, che hora, per mezo di questa mia, riuerentemente appresento à V. Altezza; frutto, che io del suo proprio raccolsi, che del suo proprio augumentai, & che hora tale quale egli si sia, come suo proprio da me le viene restituito. Di poco (certo) ò di niun valore; ma Iddio grandissimo, & di niuna cosa nostra bisogneuole non solo aggradisce, mà anco sotto dell'ali della sua protettione raccoglie chi si sia, che con puro zelo, & anco i fumi istessi gl'offerisce; come quello, che perciò conoscendosi non delle pietre, ma de gl'huomini istessi essere da questo hauto & in que-

gl'altri perciò esser dimostrato vnico, & sopremo Signore dell'Vniuerso, di ciò ~~solo~~ si compiace, & sommamente si diletta; Tutti gl'huomini poi formati à sua similitudine purissimo atto, tanto più di lui si fanno conoscere simili, quanto col loro si conformano col proprio operar diuino. Ma io qual mi sia più per libera propria elettione, che per naturalezza patria suo fidelissimo & deuotissimo seruitore, perche là in quei gradi, doue fui giudicato degno, & hauto atto al suo seruitio se l'hà veduto con gl'effetti istessi sempre via più che mai restati chiari nel conspetto del suo retto giuditio, per mezo della sincera giustitia sotto di lei perciò administratami contra de gl'impetuosi furori dell'inuida & maligna Calunnia, che più & più volte cercò con crudeli assalti d'annigrirli, io ciò tacendo, dirò solo, che come roza sì, mà immobile & salda pietra starommi sotto di quel peso, che commisurato alle mie forze, & al suo seruitio, là doue di sua Casa Serenifs. farammi imposto, deuotissimo tuttauia più che mai insieme col Mondo alli gloriosi fatti, che non io, ne là vile adulatione, mà la vera fama di lei apporta per tutto l'Vniuerso; Fauori & gratie (Serenifs. Signore) dal sommo Iddio concessegli, perche l'Alt. V. del suo libero volere affatto consignatogli il sopremo Dominio, esso Iddio perciò come larghissimo remuneratore di chi come lei liberamente se gli dona, si compiacque non solo di ciò, mà anco nella sua generosa Prole nel cõspetto del Mondo d'essaltarla, si che come lei nelle bellicose armi Christiane; cosi questa nella tran

quilissima

quilissima pace ne' nostri & futuri secoli sieno gl'istessi essempij à Posteri, che in Dio, come loro cercano farsi immortali. Piaccia dunque à V. Alt. di risguardare l'intrinseco dell'affettuosa diuotione di colui, che già dedicato à sua Casa Sereniss. hora con altri maggiori ne più efficaci segni dalla sua bassa fortuna non gli vien concesso di potergli dimostrare; Accioche V. Alt. perciò à similitudine del suo fattore Iddio & anco in questo adoperando, tanto più da sua diuina Maestà venga prosperata, & io come fin quì, già sonno tanti anni, così nell'auenire per quel poco di vita, che m'auanza nella sua gratia me ne viua quietissimo. In Roma alli xv. d'Aprile M. D. LXXXVII.

D. V. Alt.

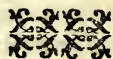
Humil. & fideliss. Ser.

Claudio Tobaldutij.

I principij, che per introduttioni si sono premessi, & le tante & varie figure, che si vedono descritte in questo libro, che io proprio volsi di mia mano disegnare & intagliare, perche s'hauessero piu giustamẽte furno necessarij al modo di diuidere insegnatone da Bartole, & à noi ancora, per hauerlo voluto esporre, & corregerlo: Mà non sono già necessarij, nè fanno ad alcun proposito al vero modo dì diuidere, che noi à suoi luoghi insegnamo. Perilche, chi non vorrà leggerli, nè saperli, ò non potrà capirli, non per questo, se vuole, rimarrà priuo di non potere sapere il come si diuide: Percioche questo nostro modo è così facile, che ciascuno, anco di mediocre ingegno, che si sia, cõ vna sol volta, che lo leggerà ò che l'intenda leggere, ò che lò veda operare, dà se medesimo, non solo lò potrà mettere in essecutione, mà ne deuerrà così Maestro, che lò potrà insegnare à chi si sia, senza che sappia niẽte delli sodetti principij, & delle sodette figure, ò di Bartole ò dà noi soggiunte. poi che consiste in pratica, che s'impara subito, che si vede operare, senza altro sapere. C'hò voluto dire, accioche ciascũ sappia, che quello, di che si tratta in questi libri, non è impossibile nè difficile, come fino à questo dì è stato tenuto, mà possibile & facilissimo a ciascuno, che hauerà desiderio di saperlo: che, perche piu comodamente, & con piu breuità possibile possa conseguirlo, interlasci tutto che segue fino alla xv. propositione, & de li legga fino al fine della vij. figura di Bartole, nella quale, in indiuiduo, si pone il vero modo, che nõ si trouerà pũto ingannato di quanto desideraua, & da noi quì gl'è stato predetto. Perche s'auederà, che detto modo è facilissimo & conforme alla dispositione delle leggi, & alla ragione, & al senso, & all'esperienza così chiaramente, che in contrario nõ hà alcuna ne ragioneuole ne strauagante replica, che non ceda, & desista; Di tal forza virtù si ritroua hauere sempre in ogni luogo, & con ciascuno l'euidente verità, che diciamo essere in questo nostro modo, anzi della legge, & della ragione, & del senso, & de l'esperiẽtia di diuidere l'Aluuione l'Isola & l'Alueo.

REPERTORIO
del contenuto in questo libro.

TIBERIADE DI BARTOLE,

CON L'ESPOSITIONI ET ANNOTATIONI DI CLAVDIO TOBALDVTII.

A' MARCELLO SVO FRATELLO.

L'ALTRO giorno, cercando (come occorre) trà miei libri, à caso m'incontrai nelli libri della Tiberiade di Bartole, & subito vedutili mi venne à mente la lite, che M. Adriano Stefanuccio dà Todi haueua con alcuni suoi auersarij, per conto d'vna alluuione del Teuere, che nel Territorio di quella Città, haueua lasciata; per causa della quale all'hora si ritrouaua quà in Roma sotto del vostro patrocinio, per ilche subito anco mi venne in pensiero di vedere quello che Bartole (al quale sempre si raccorre in questa materia) ne dicesse in quei suoi libri; & così hauendoli in pochi giorni trascorsi tutti, m'accorsi, che le diuisioni, che da detto M. Adriano all'hora si mostrauano fatte à Todi, ò in altro luogo, & l'altre, che io, à sua requisitione haueua fatto venire da Piacenza, non erano conformi alle regole, & dottrine di Bartole, & conseguentemente, ne al douere ne al giusto; & perche nel trascorrere detti libri, ritrouai molte difficoltà, così per la scorrettione delle stampe, come per il diffetto delle linee azurre, roscie, gialle, & altre, che esso Bartole vsò in delineare tutte le figure, che egli lasciò scritte in quei suoi libri, & finalmente perche Bartole nel descriuer dette sue figure, fù men chiaro di quello, che s'apparteneua; ò fusse perche à quella sua età, le scientie matematice non si ritrouassero in quella felicità, nella quale si ritrouano hora, ò perche fiorissero (che non credo) più, che non fanno à questi nostri giorni, ò si fusse per qual si voglia altra cagione, come tutto questo appare à chi diligentemente le legge, & apparirà nell'auenire ad ogni persona, che leggerà questi miei scritti, & acconfronteralli con li d'esso Bartole (percioche non ho voluto ad ogni figura et luogo, doue sono detti mancamenti, precisamente, ne notarli ne auertirli, perche non hauerei fatto se non quello istesso, c'hò fatto, ciò è di ritornare nella sua pristina forma ciascuna di esse figure, & di più hauere, senz'alcun profitto gioueuole, anzi con stomaco, & più fatica de chi leggesse, fatto vn volume solo di correttioni; ne altro, per la maggior parte, haueria contenuto questa mia espositione, che simili scorrettioni & difetti; &

& forse non senza qualche conicttura, ò sospicione di mordace maledico & represore, ò di troppo seuero censore delle cose di vn tanto homo celebrato per tutto il mondo, & che io honoro & reuerisco.) Io per queste cause mi risoluei di tentare se mai gl'hauesse potuto ritrare dalle tenebre, nelle quali io li uedeua inuolti, & ridurli à quel candore, & lenpidezza d'essere intesi, c'haueuano appresso il lor primo autore Bartole, come, con l'aiuto d'Iddio, m'è parso d'hauer conseguito, non senza (certo) grandissimo trauaglio & fatica, che ben san coloro, che alcuna uolta si sono incontrati in simili difficultà, di linee, di pũti, & di lettere, scorretti, & alcuna volta false, & mutilate, ò per il tempo, ò per negligẽza delli scrittori, ò delle stampe à nostri tempi, come potrete uedere in questo mio libro, che tale quale è, ve lo mando, & dedico, perche s'in esso, all'occasioni ritronarete cosa di buono, ve ne seruiate per li vostri Clientuli, & con altri, con li quali di simil materia v'occorrerà ragionare, hoggidì molto lontana dallo studio delle leggi; cosa ueramente poco degna, poiche dicena Arist: nelle sue Morali, & si vede anco tutto il giorno, che la giustitia contiene in se tutte le uirtù, & conseguentemente è direttiua di tutti i vitij & diffetti, che perche deuiano dal retto, dubio non è che, chi non sa il retto, non sa ne conosce come ridurli al douero; Nondimeno, in questa nostra età, lo studio delle leggi & administratione della giustitia è ridotto à questo modo, come che la giustitia, per suo proprio obietto, habbia solo non sò che di ciuile, & criminale, et non di sapere in ogni indiuiduo dell'attioni humane, soggetti al retto, administrare à ciascuno il giusto & douere. Ma perche del mio intento, in queste mie espositioni habbiate il contenuto, & per ciò sappiate anco l'ordine c'hò tenuto; Dico per prima, che mi è parso più presto scriuere volgare, che latino, per rispetto che l'effetto di questo trattato, & di tutte le figure che si contengono in esso, consistendo nel manualmente esseguire, non pare, s'acconuenga à Dottori, ma à volgari; perche questi tali, ch'il più delle volte poco ò niente intendono latino, sappino ancora essi quello, che si deue operare; & non dimeno liberare di questa brigha ciascuno d'hauerglilo à tradurre volgare, & anco per dare occasione à ciascuno, che non sà lettere latine, & pur hà qualche principio, et alcuna volta più che principij di queste si fatte misure, & in oltre di scientie Mathematiche, di pensare, & aggiungere & sminuire, secondo che forse meglio gli parrà, per giouamento del publico bene. Hò tralasciato tutto il resto di Bartole, c'hà detto in questi libri della Tiberiade, come quello, che non apertiene al nostro intento, che, è, di esporre solo le figure di esso Bartole, & così supporre, che sia l'Alluuione, & l'Isola, & l'Alueo, sopra di che cadono queste figure, ne disputare altramente, mà lasciar ciò à Bartole, & Dottori, se sia ò nò, & come, & quãdo, & per quanto Alluuione, Isola, & Alueo, col resto, che di difficoltà nasce, & li Dottori pongono circa di questa materia; percioche quando sono in piedi queste si fatte dispute, cessa il misurare & la diuisione di essi, che cade (come uedemo) sopra cosa che sia da diuidersi; & conseguentemente, che sia

Allu-

Alluuione, Isola & Alueo, senza alcuna disputa ò dubio; Non si tralasseranno però quelle particolarità così di dottrina d'esso Bartole, come delle dispositioni della legge, che apertengono à questa materia, come cose delle quali senza non potressimo conseguire il nostro fine, che, è di sapere diuidere giustamente, cõforme alla ragione, & alla legge, queste Alluuioni. Isole & Aluei, delli quali habbiamo à trattare. In sostanza tutto quello, che io dirò sarà l'istesso detto da Bartole, in ciascuna delle sue figure, percio che se altramente facesse, io errarei, perche il detto da esso Bartole à me par uerissimo & conforme alla ragione & alla legge. Ma perche (come ho detto) hoggi (sia perche si voglia) riesce difficile, l'intento mio è di apertamente dichiarare ciascuna di esse figure, che esso Bartole non ha fatto, ò fece, ma non appare à questi nostri giorni, per li sodetti rispetti; & di tal modo (se non m'inganno) che ciascuno, che attentamente leggerà questi miei scritti, da se medesimo possa facilmente, non solamente intenderle, ma anco, secondo l'occorrenze, rettamente diuidere, qual se sia Alluuione ò Isola ò Alueo, che nell'auenire potesse occorrere; Io dunque, in ciascuna figura metterò la figura, come ueramente deue stare, & così esporrolla, senza altrimente auuertire gli errori & diffetti, che sono nelle di Bartole, c'hoggi si uedono in stampa per le cause già di sopra allegate.

Et perche (come uedete) si tratta di diuisioni & partimenti, ne diuidere ne partire si può cosa, che non sia quanta, par che per questo sia necessario, per più dechiaratione del da dirsi, di dire alcuna cosa di questo principio, donde & dalquale depẽdono tutte le raggioni, delle quali habbiamo à preualerci in queste nostre diuisioni, le quali se da noi fossero pretermesse, & d'altri non si sapessero non è dubio alcuno, che in darno, chi se fusse si metteria à leggere questi nostri scritti. Perilche prima diremo di questa quantità, et dopò faremo alcuni capi, che saranno quattro; Donde ne cauaremo li nostri principij da seruirsene poi, nel diuidere l'Alluuioni l'Alueo, & l'Insola,

Il primo capo dũq; sarà delle diffinitioni. il Terzo delle propositioni Ma per che tutta uia, tutte le cose, che si dicano, non si possano prouare, perche sono chiarissime, ò perche così si comprendono al senso ò pure perche così si concedono senza replica, si che'l prouarle saria superfluo, & di simili ancora hauemo di bisogno in questi nostri discorsi, faremo & anco di questo vn capo che sarà il Secõdo che chiameremo suppositioni, et ue n'aggiũgeremo anco il Quarto, che'l chiamaremo Regule legali, che saranno le dispositioni delle leggi, che come regule ne indirizzano in queste diuisioni, come habbiamo à gouernarci; & tutti questi quattro principij esplicati pigliaremo la prima figura, & l'altre di Bartole ad esplicarsi; Circa de' quali principij bisogna molto bene stare attento, & notarli & auertirli, come quelli, che, se si saperanno, faciliteranno di tal sorte l'intelligentia del da dirsi, che non se ne sentirà alcuna difficultà, &, per il contrario, se non sarãno auertiti, il da dirsi ò non s'intenderà ò s'intenderà con maggior difficultà, &, senza dubio, con mãco sotisfattione d'ani

mo, che se si sapessero; per questo non posso restare di non raccordare di nuouo ad attenderci, & praticarli si, che subito nominati s'intendino; perciochè, quando saranno nelle figure à praticarli, s'accenneranno, come che si sappino, ne si proueranno, ò di essi si dirà più oltre.

Delle Diffinitioni. Cap. I.

LA quantità, uno de dieci principij, ne' quali si riducano tutte le cose, che ò si capischino col senso, ò col l'intelletto, è vna entità, che fa qual se sia cosa, che è quanta, si diuida in una & piu parti; Di questa quantità l'una è detta Discreta ò Discontinua; & l'altra Continua; Discreta quantità dicesi esser quella, della quale le sue parti non si congiungano ne si continuano con alcun termine comune, come venti arbori, cinquãta caualli, che, come vediamo; l'vno nõ è vnito ne tocca (dico cõtinuatamente) l'altro, della qual parte noi non habbiamo à discorrere, & è cosa apertinente all' Aritimetico, & à questi, che fanno conti &c. Continua quantità è quella, della quale le sue parti conuengono in un termine comune; come, per essempio, aere, acqua, cielo, terra, & simili, che l'una parte di ciascunò delle sudette è contigua et attaccata con l'altra, & l'altra con l'altra, & tutte insieme in un conuengono, che diciamo aere, cielo, acqua & terra, ne tra loro (per se considerate) ci è cosa straniera, che s'interponga, che li diuida, & li separi. Di questa dunque quantità Continua noi habbiamo à trattare, & de suoi principij, che sono necessarij al nostro intento, & che senza non possiamo fare, come uedremo. Di questa quantità Continua il primo principio è il Punto (& questa sarà la prima diffinitione) per se indiuisibile, per nõ hauere alcuna parte, nella quale si possa diuidere in alcun modo, ma sia termine estremo di che se sia diuisione, come per essempio, diuidasi un filo di seta o d'altra materia piu sottile, che sia di qualche longhezza nel mezzo, dubio non è che è diuiso in un' punto, cio è in uno indiuisibile, perche se non fusse indiuisibile, per ancora saria da diuidersi, ma non ci è che diuidere, et pure è diuiso, adũque è indiuisibile per quello, che è diuiso, ma è diuiso per un punto, adunque a

1 *Il punto è del quale non è alcuna parte diuisibile, come a*

Hauuto questo primo principio indiuisibile della quantità continua, si che oltre non occorra piu andare, mà fermarsi, & da questo come primo principio bisognando venire à gl'altri, che da lui deriuano, & in lui si terminano. Dicesi che della medesima quãtità cõtinua sono tre principij, che si dicano dimẽsioni, & il Primo è longhezza senza larghezza. Secondo larghezza senza profondità. Il Terzo longhezza larghezza & profondità. Dalla longhezza senza larghezza nasce la linea, & però si diffinisce (& sarà la seconda diffinitione.)

2 *La linea è longhezza senza alcuna latitudine & profondità; come la a.b. & questa si fatta dimensione, che diciamo longhezza, della quale è la linea, è indiuisibile, per il largo ò trauerso, che ci uogliamo dire, & per il profondo, cio è non ha altra diuisione, che per il longo; & si causa dall'imaginarci dal cadere dà alto à basso, ò à trauerso, del punto; percioche il pũto con si fatto cadere (se bene altri auertisce) causa non so che strada diuisibile per il longo dal luogo, donde si parte, fino al luogo doue termina, mà indiuisibile, per di quà, & per di là, & per di sotto, & per di sopra; perche non hà, ne larghezza, ne profondità; non altramente quasi, che vediamo alcuna volta cadere dalli nostri solari delle case à basso qualche ragno, che dal di sopra al di sotto, per doue è passato, ha lasciato un filo (per adesso sia admesso, per cio che non è tanto sottile che manchi di latitudine, & di profondità, ma bisogna preualersi di simili essempij, poiche piu à proposito, quanto à me, non habbiamo) indiuisibile, à potentia humana, per latitudine, & per profondità; ò pur se d'alto à basso diuidessimo vn foglio di carta, che dubio non è, che di tal diuisione, da alto à basso, di quattro o cinque palmi saria diuisibile, ma per di quà, & di là, & di sopra, & di sotto, della carta, non saria diuisibile, perche tal diuisione non può piu diuidersi; perche, se si potesse, tra l'vna & l'altra parte diuisa d'essa carta, ui saria che più da diuidere, ma non ci è & pure detta carta è diuisa, & è diuisa per d'alto a basso, cio è per longhezza, della quale è la linea, adunque la linea, come s'è detto, è longhezza, senza alcuna larghezza. Questo istesso, che s'e detto della larghezza, s'intenda replicato della profondità, cio è che la linea, per profondità anco, come per larghezza, non hà alcuna diuisione, onde non ha ne anco termini; perche li termini sono di quelle quantità, che hanno dimensioni; ma la linea, per longhezza & profondità, non ha alcuna dimensione, adunque non ha ne anco termine; ma si ben per la longhezza; onde dirassi (& sarà la diffinitione terza)*

A — B

3 *Li Termini della linea sono i Punti.*

L'vno, donde comincia, & l'altro doue finisce, come a.b. et questi Punti estremi (come habbiamo detto) sono indiuisibili cio è senza alcuna dimensione ò di longhezza ò di larghezza ò di profondità.

A — B

Di questa dimensione, che diciamo longhezza, della quale è la linea, sono due sorti, l'vna Retta. & l'altra Curua, cio è non retta; la Retta si diffinisce in questo modo cio è,

La linea Retta è quella, che equalmente si distende trà li suoi termini, si che niuna altra linea deduttaui dà detti termini è d'essa là piu corta; cio è che nel distendersi non piu inclina ad una, che all'altra parte, mà equalmente, & cosi niuna altra linea, che si tiri dall'vno all'altro de detti duoi termini di essa è la piu corta, & piu breue, come, per essempio, nella. a.b, si uede; percio che, qual se sia altra

A — B

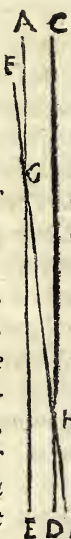
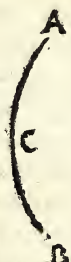
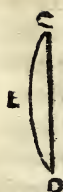
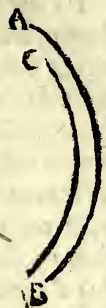
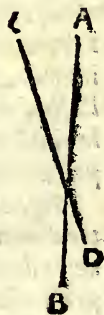
tra linea, che da.a.ad.b.si tirasse, ne passasse per la medesima, che si uede passare la. a.b. dubio non è che saria piu longa d'essa. a. b. & conseguentemente non retta, ma curua, come la.c.d e, che si uede che è inarcata, & della quale si puo un' altra, piu breue d'essa, tirare, cio è la.c.d. Per il che senza moltiplicare più diffinitioni in numero, se ui taccordarete della diffinitione della linea retta, subito anco ui tornerà à mente la diffinitione della curua.

In oltre, di queste linee, alcune ne sono Regulari altre Irregulari.

5 *Regulari linee sono quelle, che diuise, la parte diuisa applicata al donde è stata diuisa è simile, & non è in alcun modo differente da quella; per il contrario, l'Irregolari sono quelle, che non s'hanno diuise, rispetto al suo tutto, al medesimo & istesso modo; & queste Regulari sono di due sorti, l'una Circulari, & l'altra Rette, Perciochè se di queste due linee pigliarete l'una parte, et la soprapòrrete all'altra parte, dalla quale l'hauerete leuata, dubio non è, che in tutto & per tutto sarà simile, si che non ui si uedrà alcuna differenza, ne nella curuezza, ne nella rettitudine, come, per essempio sia la retta.a.b, & così anco la circolare.a.b. & diuidansi nel punto.c. & tolgasi uia una parte, & questa soprapongasi col capo c.sopra il pũto. a. dico, che questa sopraposta linea. c.di talsorte sarà equale all'altra. a. alla quale è sopraposta, che non v'apparirà alcuna, ne minima differẽza.*

Di queste linee, alcune ne sono Paralelle, alcune non Paralelle, ma concurrenti, cio è che alcune distendendosi per quãto spatio si voglia, non mai concorreranno insieme, perciochè sono equidistanti, tra loro, & nel principio, & nel mezzo & nel fine, & per tutto la loro longitudine seruano la medesima distantia. Per il contrario le non paralelle o linee concurrenti sono quelle, che distendendosi, all'vltimo, doppo qualche spacio si congiungerãno insieme; & perche l'vne sono il contrario et il riuerso dell'altre, basterà descriuere o diffinire l'une di loro, perche da questo si conosceranno l'altre. Adunque

6 *Linee Paralelle sono quelle, che descritte, se dall'una o dall'altra parte si producano, in niuna delle parti l'vna.b.l'altra.a. interseca; ma equalmẽte sempre disterãnoda sieme; come, per essẽpio, le due.a.b.&.c.d. Per il cõtrario le concurrenti come le due gia dette.a.b.&.c.d.cõ la, e, f. che se interseca con la linea.c.d. nel punto. h.& con la.a.b.nel punto.g.& quì auertite, che non importa, à far linee paralelle de necessità si ricerchi, che siano o rette o curue, ma solo che sieno equidistante, il che, perche può accadere così nelle rette, come nelle curue, come si uede nelle. a.b.&. c. d. de qui auiene, che linee Parallele sõ cosi delle rette, come delle curue. E' anco d'auertire, che*

di

di sopra mi son scordato, che altro è linea Retta, altro linea Paralella, la Retta è sola & per se stessa considerata; la Paralella è sempre rispetto ad vn'altra linea, rispetto della quale si dice paralella; et notate che linea retta non è quella che dice il vulgo che nõ inclina piu ad una che ad un'altra parte, ma come nella. 4. diff: è q̃lla, che dall'vno & all'altro suo termine si distende equalmente; & però la. a. b. &. c. d. se ben stieno inchinate, uerso questa scrittura, & non a piombo o altramente non aperpendiculo della scrittura, per questo nõ si diranno, ne torte, ne curue, ma rette, ma non perpendiculari. Questo ho uoluto io auertire, per che nel da dirsi ci fa bisogno, & forse Bartole s'ingannò nella sua prima figura.

La seconda dimensione della quantità continua è la larghezza, donde nasce la superficie, & ha due dimensioni l'vna, cio è la longitudine, & l'altra la latitudine, ma non ha profondità alcuna; & dicesi causarsi per il cadere d'alto a basso per trauerso d'vna linea, Perche (come sì è detto) hauendo una sola dimensione, cio è longhezza & non grossezza, ne larghezza, non è dubio, che se cè imaginiamo cader questa linea causerà dal luogo ò termine di donde si parte, fino al termine doue si ferma un spacio quadrato, che sarà diuisibile, & per lõghezza, per rispetto che è disceso dalla linea, c'ha questa dimensione, & & per larghezza, Per essempio, sia la linea. a. b. cada & uenga scorrendo fino alli punti. c. d. quasi annegrendo il luogo, per doue passa, come qui uedesi, questa tal nigredine diciamo essere superficie, & che è diuisibile, per longhezza, & per larghezza, ma nõ ꝑ grossezza, come l'istesso nome superficie dimostra, cioè, sopra la faccia, cio è di cosa, che appara, & si ueda; & però diciamo superficie d'vn corpo, della terra, dell'acqua, & simile, cio è l'estremo & vltimo di sopra dell'acqua, della terra; che se hauesse più oltre, che questo, che diciamo superficie, non saria superficie; ma anco qualche cosa di più, per il qual di più, che non si ritroua, dicesi superficie, adunque dirassi che

7 *La superficie è quella, che solamente ha longitudine & latitudine, & non profondita.*

E perche (come uedete) deriua dalla linea, de quì auiene; che per termine suo la superficie solo ha le linee; però dicesi.

8 *Gl'estremi della Superficie sono le linee. a.b.c.d.*

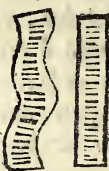
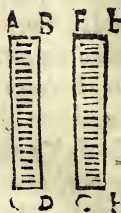
Dà che segue, che di quante sorti sono le linee, di tante sorti anco sarãno le superficie, cio è Rette, & Curue; Item Paralelli & Concurrenti. Item Regulari, Irregulari; delle quali basterà solo disegnare le figure delle positiue, perche dà queste si comprẽderanno le delle negatiue; voglio dire, che posto l'essempio delle superficie Rette, che sono positiue, dà queste s'intẽderanno le nõ rette, cio è curue, che sono negatiue delle Rette, & cosi dell'altre sodette. Ma perche di già nella, 7. habbiamo posta la figura della sup̃ficie retta, questa come superflua à replicarla s'interlasserà, & uerremo al resto d'esse. Delle Rette dunque paralelle et Regolari sarà come. à, dire la. a.b.c.d. per vna; & per l'altra. e, f. g. h. Delle curue Regolari la. e.n.l.m per una, e per l'altra. n.o.p.q. Da queste si conoscerãno (come ho detto) le loro opposite; ilche tutto bisogna auertire, perciò che tutte lè diuisioni da soggiungersi sono fondate intorno, & sopra di queste superficie, ma della terra cio è dell'alluuioni, dell'Isole, & de gl'aluei, essendo che di questi, nelle diuisioni delle figure da soggiungere, cõsideramo solo le superficie, & non più oltre.

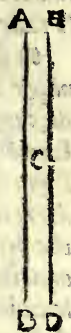
A B F E
C D G H
I K N O
M P Q

Segue hora, la terza specie della quantità Continua, c'ha tre dimensioni che diciamo Corpo, che si diuide per tutte le sodette demensioni, cio è per longhezza, per larghezza, & per profondità; & dicesi causarsi dal cadere d'alto à basso della superficie à trauerso, nel modo, che dicemmo del punto, à far la linea; & della linea à fare la superficie che per ciò causerassi, per quel spacio, che tocca cadendo, un so che, che hauerà, & latitudine, & longitudine, & profondità; adunque

9 *Il corpo è quello, c'hà larghezza, longhezza, & profondità.*

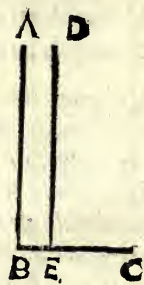
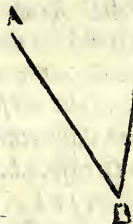
Delle quali tre specie di quantità, solo, à, noi fa bisogno la longitudine, & latitudine; & così la linea & la superficie, & à niun modo la terza, cio è il corpo; percio che noi non habbiamo da trattare d'altro, che di longitudine & di latitudine, ne una sol parola de' corpi; perche consideramo l'Alluuioni, & l'Isole, & gl'Aluei, come semplici superficie, & cosi in superficie le misuriamo; ma s'è detto anco del corpo & profondità, per più chiarezza della longitudine & della latitudine; Non per questo escludendo il punto, del quale più n'hauemo à seruire, che di niun'altra cosa, che delle già dette della quantità, & se d'esso non ne habbiamo tra le detti tre parti fatta mentione è stato, perche esso punto è principio di esse quantita, longhe, larghe, & profonde, & non è quantità, per essere indiuisibile, et così priuo d'ogni qual se sia parte.

Da

Da che ſappiamo le parti della quantità, & quelle, che à noi fanno biſogno, & non dimeno le linee non ſempre ſi ritrouano ſole da ſe ſteſſe, ma accõpagnate con più et più, et diuerſe linee, onde cauſano diuerſe poſitioni tra di loro, delle quali hauemo biſogno; Per queſto è neceſſario anco di conoſcere, per diffinitioni anco queſte, acciò che all'occorrenze, preualendocene, ſappiamo che coſa ſieno, per più facilmente intendere il da dirſi. Cominciaremo dunque dal primo principio, che ſarà quando due linee, & non più inſieme ſi toccano; & doppo quã do trè, & ultimamente quando quattro. Auertendo prima, che queſto toccarſi de linee inſieme non intendiamo qnando l'una. e. c. d ſi ſoprapone à l'altra. a. b. ò uero quando. e. c. ſi coniunge per diretto alla. d. c. nel punto. c ma quando ſe interſecano ò altrimente ſi toccano, come uedraſſi con gli eſſempij, che ſubito ſoggiungeremo. Adunque, perche quando due linee. a. b. & . b. c. ſi toccano inſieme in un punto. b. cauſano vn certo che, dico, che queſto contatto. b. ſi chiama Angolo, & ſi diffeniſce così.

A B C D D

10 Angolo è il toccarſi di due linee in un punto.

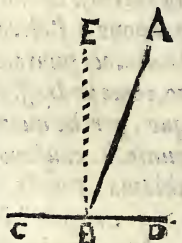
A C D

Ma, perche queſto toccarſi inſieme di linee può eſſere, al più, in due modi; Prima quando (& qui auertite) vna linea retta cade ſopra l'altra, di tal ſorte, che eſſa così cadente linea, è equalmente diſtãte da gli eſtremi della linea, ſopra del la qual cade. Secõdõ quãdo inclina più ad una parte di detta linea, che all'altra; de quì auiene, che dal primo modo naſce vno angolo ò più (perche ſono due linee che ſi toccano) che ſi chiama retto; & diceſi retto, perche non più all'una, che all'altra parte della linea, ſopra della quale ſi fa, s'inclina, ma ſtaſene rettamente à ſimilitudine d'un'homo, che ſta in piedi rettamẽte, ne inchina più à man deſtra, che à ſiniſtra, ne più inanzi, che indietro; ò à ſimilitudine d'vna bilancia, che quã do è giuſto il peſo, non aſcende ò deſcende, ma ſe ne ſta equalmente in equilibrio, & per queſto ſi chiama perpẽdiculare, come, per eſſempio (& qui auertite, che ſempre con la secõda lettera che s'allega d'un'angolo s'intende eſſo angolo, & con l'altre due, l'una prima, & l'altra ultima, s'intende le linee iſteſſe cauſante l'angolo). a. b. c. che fanno vn ſolo angolo in. b. & nella. d. e. c. che cauſano nel pũto. e, due angoli & tutti retti, l'vno. b. e d. verſo man ſiniſtra, & l'altro verſo man deſtra. d. e. c. Adunque così ſarà diffinito.

A D B E C

11 Angolo retto, è, quando una retta linea ſopra d'vn'altra retta linea cadẽdo, dall'una & dall'altra parte equalmente diſtando, cauſa vno ò più angoli tra ſe equali.

Et quella linea, che (come s'è detto) cade ſopra l'altra linea rettamente, ſi chiama Perpendiculare. Cio è à piombo, ò à libra, ò ad equilibrio, che que-

sto significa in latino perpendere cio è misurare pesare giustamente, come è detto, in quanto, che nõ torce, ò s'inchina, ma à similitudine d'vn raggio, che rettamẽte, di donde, si parte se ne viene à terminare nella linea, sopra della quale cade a piombo, come la. a. b. &. d. e. sopra della linea b. c.

Et dal secondo modo, quando la retta, che cade sopra vn'altra retta, inclina, & pende più ad una, che all'altra parte della linea, sopra della quale cade, causa due angoli non retti, ne equali tra se, come quãdo cadeua perpendicularmẽte, ma inequali & rispetto a se medesimi et anco rispetto al retto, perche l'vno è magior del retto, & chiamasi questo triangolo Ottuso; l'altro è minor del retto & chiamasi Acuto; & tutto questo non per altro, che perche la retta cadente, come la perpendiculare, non equalmente distà da gl'estremi della linea sopra, della quale cade, ma s'approssima più all'una, che all'altra estremità, dalla quale s'allõtana (come) per essempio dell'Ottuso. a. b. c. & dell'Acuto. a. b d; Questo Acuto da man destra et l'altro Ottuso da man sinistra di chi legge, et di me che scriue: perche il punto. a. della retta, ma non perpendiculare. a. b. inchina più verso l'estremo d. della linea. c. d. che non inclina, ma s'allontana; dall'altro estremo. c. della medesima. c. d. onde si causa l'angolo Ottuso. a. b. c. maggior del Retto, fingasi una linea con põti (per mãco trauagliare) e. b c. & l'angolo Acuto. a. b. d. minor del retto. e. b. d. Onde si diffineranno questi Angoli a questo modo, cio è.

12 *L'Angolo Ottuso è quello, che è maggior del Retto.*

13 *L'Angolo Acuto, è quello, che è minor del Retto.*

Qui auertite, che la Retta & Perpendiculare sono differenti, & non sono vna cosa medesima, perche ogni perpendiculare è retta, ma non per il contrario, ogni Retta è Perpẽdiculare, perche la Perpẽdiculare è una sorte di linea Retta; onde la Retta alla perpẽdiculare s'ha come il genere alla spetie, come a dire animale & huomo, che ogni animale non è homo; ma ben per il contrario, ogni homo è animale. La Perpendiculare dunque è una linea retta, ma di più, che cadendo sopra vn'altra retta ad equilibrio, causa, & dall'una & dall'altra parte angoli Retti, et tra se conseguentemente scambieuolmente equali; la Retta, perche cade sopra vn'altra retta, & non causa simili angoli, ma diseguali sarà linea, et anco essa retta ma non perpendicolare, come la. a. b. alla. c. d, c'ho voluto raccordare per quello, che s'hauerà da dire nella prima figura di Bartole che senza alcuna scusatione, come iui uedremo, equiuocò in Perpẽdiculare et cadente, et Retta linea.

De si fatti angoli, Retto, Ottuso, et Acuto, altri sono di linee (perciochè dalle linee si fanno) rette, altri di linee curue; Altri sono piani, altri non piani, ma concaui, ò conuessi, ò altramente inequali. Noi ci preuarremo (che cosi n'è necessario) de gl'angoli di linee curue, et rette, et piani, et à niun modo di nõ piani,

ni, ò gobboſi, ò concaui, che uogliamo chiamarli; & ſe ben dal fin quì già detto ſi poſſa comprendere quello, che qui breuemente hauemo auertito, nondimeno, per maggior dechiaratione del da dirſi, che è fondato ſopra di queſti angoli, piacene almeno ſoggiũgere anco gli eſſempij. L'Angolo dũque di rette linee ſarà come lo a.b.c. l'Angolo di Curue linee come lo d.e.f. Lo Angolo piano come le ſodetti et. a.b.c. et d.e f. Li non piani tutti gli altri, che dalli ſuoi termini, ò linee, delle quali ſono cauſati, nõ ſono equalmente diſtanti, ma ſopranuanzano, ò mancano del reſto della loro ſuperficie. come a dire, che per dentro eſſo, ui fuſſero, o di concaui, di bughe, di foſſe, o monticelli, et ſolleuamenti, di che ſi fuſſe, come ſi dinota nella ſua figura. g.h. e. nelli ponti et macchie, che ſi uedono per dentro eſſo.

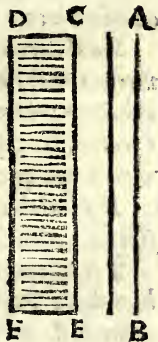
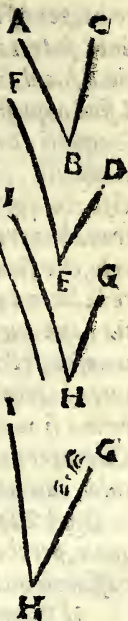
Queſto è quanto ſi puo dire, che ſia a noſtro propoſito del inclinatione, o toccamento di due linee, che fanno inſieme; onde non ſarà fuor di tempo hormai di trattare anco (et cio medeſimamẽte a noſtro propoſito) delle tre linee, quando inſieme ſi toccano. Et perche da queſto naſce il nome di figura, non ſarà fuor di propoſito diffinire, che coſa ella ſia; ma perche ella conſta di Termini, di neceſſità ſarà prima da diffinirſi, che coſa ſia Termine.

14 *Termine è l'eſtremo di ciò, che ſi ſia.*

Per il che ſegue, che ſecondo queſta diffinitione, ſono tre Termini, cio è il Punto. a. et b. della linea. a b. Secondo la linea della Superficie c.d.e.f. Tertio la Sup̃ficie del Corpo, del quale non è più alcun termine, perche non ſi ritrouano più di dette tre dimenſioni, et ogni una di eſſa è terminata, come la linea dal punto; la ſuperficie dalla linea, et il Corpo dalla Superficie. Onde appare che ogni dimenſione ſopranuanza il ſuo termine, come la Linea ſopranuanza di longitudine il ſuo termine, che è il Pũto; la Superficie di latitudine la linea ſuo Termine; et il Corpo di profondità la Superficie ſuo Termine.

15 *Figura è tutto ciò, che ſi comprende dentro d'alcuno, ò più Termini. Per il che, una Linea, uno Angolo, un Corpo infinito, o Superficie infinita, nõ fanno figura; ma ſolamẽte la fanno quelle magnitudini, che hanno latitudine, & longitudine finita, et terminata.*

Delle figure d'un ſol termine, è la figura circulare, & altre delle quali non hauemo biſogno. Di più Termini ſono il Triangolo, il Quadrato, & altre, che non fanno à noſtro propoſito, & di queſte ancora, cio è delle Triangolari et Quadrate ſolo fanno a noſtro uſo le figure piane.

16 *Il Circulo dunque è una figura piana compreſa da una ſol linea, la quale ſi chiama Circonferentia, alla quale tutte le linee tirate rettamente da un Punto di quelli, che ſono poſti dentro ad eſſa figura, tra ſe tutte ſono equali,*

come, per essempio, lo spatio. a.b.c.d. tracluso da una sol linea sodetta. a.b.c.d. Et dal punto in mezzo. e. di esso spatio. a.b.c.d. siẽ dedutte la linea. e.a. et la. e.b. et e.c. et la. e.d. fino a questo termine d'una sol linea. a.b.c.d. et sieno tra se equali, come si puo sapere, con l'un girare di piede di compasso, fermato l'altro piede di esso nel detto punto, dico che questa si fatta figura è un Circolo; percioche si ritroua hauere tutte le conditioni, che deue hauere un Circolo, che sono tre. Prima che sia contenuto d'una sol linea. Seconda, che tutte le linee da un punto di esso Circolo alla sua circonferentia sieno equali. Tertia, che questo Punto sia nel mezzo; che più speditamente, cio esser uero si conosce se l'vn capo di qual si sia longitudine fermata, l'altro capo di essa a tutta la longhezza se regirerà sì, che ritorni al medesimo Punto, di donde prima si mosse, perche questa linea uedrassi, che è la medesima, per tutta la Circonferentia, & è equalmẽte lontana dal Centro, che è nel mezzo del circulo, causato da tal con esso raggiramento.

17 *Quel Punto in mezzo di detta figura, si chiama Centro del circolo. Del quale, perche fin qui di sopra è stato detto à bastãza, non ne diremo altro, ma passaremo al resto, che fa al nostro proposito.*

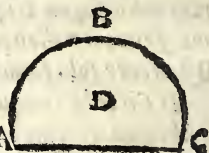
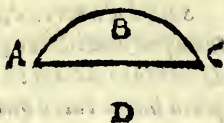
18 *Il Diametro del Circolo è una linea retta tirata per il Centro, che terminata dall'una & dall'altra parte del Circolo d'esso nella circonferentia, diuide esso Circolo in due parti equali.*

Sia il Circulo sodetto. a.b.c.d. & tirisi la. a.b. retta linea per il Centro. e. dĩ modo, che li suoi estremi. a.b. terminino nella circonferentia; questa tal linea, a.b. dico chiamarsi Diametro del Circolo, & che diuide in due parti equali il Circulo. Da questo appare, che non ogni linea retta tirata nel Circulo sarà Diametro: ma quella sola che passa per il centro.

19 *Il Semicirculo è una figura contenuta dal Diametro, et da quella linea, che si leua uia dalla metà della circonferentia del Circolo.*

Per essempio, sia nella già detta figura la. a.c.b. contenuta dal Diametro. a.b. et dalla Periferia. a.c.b. questa tal figura si dice essere Semicircolo, perche, come nella precedente, è la metà del circolo, così per l'istessa ragione la. a.d.c. sarà mezzo circolo, & così Semicircolo.

20 *Il Segmento del Circolo è una figura, la quale si contiene, & dalla Circõferentia del Circulo, & da una retta linea.*

Di modo, che il Semicirculo ancora sarà, & potrà chiamarsi Segmento di Circulo; percioche, & anco lui ha queste due qualità, che diciamo esser proprie del Segmento di Circulo; Onde potremo dire, che sono tre sorti di segmenti di Circulo, l'uno detto Semicirculo per la 19. La seconda quando il Segmento della linea retta non passa per il Centro, & questo in due modi, Primo quando comprende il Centro

trà se; come.a.b.c.d.& così fatto dicesi, Segmento ò Portione maggiore d'vn Circulo. Nell'altro modo, che fa la terza specie, quando la retta esclude il Centro.d.del Circulo, del quale si ritroua esser Segmẽto ò portione; come la a.b.c.d. & questo Segmento si chiama Portione minore d'vn Circolo. Di questi Segmenti poi la linea Curua.a.b.c.chiamasi l'Arco; la linea retta.a.c.chiamasi Corda.

Speditone delle figure, che da una sol linea sono terminate, cio è di quelle, che apertengono al nostro intento, segue che ueniamo hormai all'altre comprese da tre linee rette.

21 Le figure rettilinee sono quelle, che si contengono sotto rette linee.

Per il che tutte le figure piane d'ogni parte, che si racchiudano da linee rette, si chiamano Rettilinee, & le figure piane tracluse da linee curue, si diranno non rette linee, ma Curue linee. Quelle poi, che saranno composte di linee rette & di linee curue, chiamaransi Miste.

Di queste figure rettilinee, ne sono pur assai, ma perche a noi basta solamẽte saperne due, l'una da tre linee, l'altra terminata da quattro, per questo, lassando tutte l'altre, & al nostro bisogno accomodandoci, diremo delle Trilatere, & poi delle Quatrilatere.

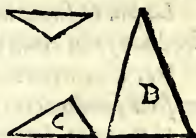
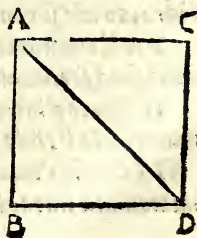
22 Le figure Trilatere sono quelle, che sono comprese da tre lati, cio è da tre linee, che le fanno i lati.

23 Le quatrilatere figure sono quelle, che sono contenute da quattro lati, cio è da quattro linee.

24 Delli tre lati, è il triangolo.

Et perche a noi non fa bisogno di uenire a più particolare cognitione di essi Triãgoli, di quãte sorti sieno cosi rispetto a gl'ãgoli, se sian Retti, o Acuti, o Ottusi, cõe rispetto a lati, Equali Inequali, et Misti. Solo cercaremo d'esporre, che cosa sia questo Triãgolo; Diciamo dũque che è una figura di tre lati, c'ha tre angoli, sieno come si sieno, & anco i lati; per essempio sia la, a.b.c. che perche da se medesimo appare euidentemente non occorre, che più in dechiararlo ci estendiamo.

25 Quando dunque il Triangolo ha tutti tre i lati equali, chiamasi Equilatero. a.b.c.

26 Quando n'ha solamente due equali, chiamasi di due lati equali, o uero Isoscheles, come.b.

27 Quando gl'ha tutti tre inequali, chiamasi di lati inequali, o uero Scaleno.come.c.

Resta, che diciamo delle figure Quatrilatere, delle quali. La Prima è il Quadrato, & è quel solo, che fa a nostro proposito. Per il che, il Quadrato è figura, che è equilatera, & è rettangola, cio che ha tutti i lati, o le linee laterali equali, & di più, tutti gli angoli (per cio che

è causato

è causato da un concorso di più linee) sono retti come per essempio. a.b.c.d. & la linea, che dall'un opposito angulo.b.all'altro.e. si distende, si chiama Diametro.come. b.c.

Solo è d'auertire, che queste figure quadrate & simili, nel citarsi solo si citano per due littere, degli angoli oppositi, come se uolemo citare il sodetto Quadrato, dirassi la.b.c.o uero la.a.d.& non tutte le lettere. Et per questo sia posto fine à tutto quello, che haueuamo à dire nelle diffinitioni, primo capo di questo nostro trattato; segue hora di uedere dell'altro capo seguente in ordine secondo, cioè

Delle Petitioni, e Suppositioni.

Questo principio ne fa bisogno, accio che non sempre ad ogni figura s'habbia à replicare il medesimo, ma una sol uolta ne basti hauerne detto per sempre.

Chiamano il da soggiungersi Petitioni, o Suppositioni, per rispetto, che per concludere in ciascuna figura di questi libri l'intento, non si può ciò conseguire senza di simili Petitioni, & Suppositioni, le quali per non essere ne dubbie, ne da nõ concedersi; ma chiare et necessarie al da dirsi, per questo, senza più che si prouino con altre ragioni, si domandano Petitioni, o Suppositioni, cio è Principij domandati et concessi senza altra proua (perche sono certissimi) dall'Auersario, col quale si disputa, o si ragiona; & sono l'infrascritte cioè.

1 *Gl'Estremi della figura s'intendono tutte le linee estreme, che sono intorno alle di dentro d'essi Estremi.*

2 *Figura, s'intenda tutto il compreso dentro da gl'Estremi d'essa Figura.*

3 *Le linee apũtate dentro à detti Estremi, interposte nelle Figure, sono nulle, & solo fatte per conseguire l'intento della Figura.*

4 *Le linee intiere (ciò è non apũtate) che sono nelle figure dell'Alluuioni, o de l'Isola, o del Alueo, dalla parte superiore tendẽti alla parte inferiore, di dette figure, sono linee Diuisorie.*

5 *La parte superiore, o alta sopra della figura, s'intende quella parte d'essa che è uerso la cima del libro, o di questa carta, che scriuo.*

6 *Per il contrario la parte inferiore, o da basso, o di sotto, s'intende la parte, uerso il fondo della carta, che adesso scriuo.*

7 *Il Capo et il Principio del fiume, o d'essa figura s'intende essere da man sinistra, donde si comincia à scriuere.*

8 *Per il contrario, il da piede & fine s'intende il dà man destra, & cosi per doue si ua scriuendo, & termina il uerso, che scriuo.*

9 *Il Fiume s'intende, essere (in materia dell'Alluuione) le linee tortuose (in materia de l'Isola) il bianco della carta.*

10 *I Campi, s'intende esser tutto il compreso, tra gl'estremi, & dalla prima immediata linea, da capo à piedi trapuntato, della figura.*

11 I confini de Campi s'intendono, le linee da alto à basso, & da capo à piedi terminati ne gl' Estremi, & nelle Ripe.

12 La Ripa, s'intenda la prima linea da capo, à piedi, o d'alto à basso doppo gl'Estremi.

13 L'Alluuione, s'intende il compreso tra le ripe & il fiume disbrigato dalli pōti, & cosi che sia il bianco istesso della carta.

14 L'Isola, il compreso da linee tra il fiume disbrigata, come l'Alluuione, dalli ponti, & cosi che sia la carta bianca.

15 L'Alueo il compreso dalle ripe di arena già, et hor, che sono fronti di campi, disbrigato da ponti, come l'Isola, & Alueo, & cosi sarà la carta bianca.

16 Che qual si sia distorta linea si possa ridurre à linea retta da gl'estremi pūti d'essa distorta linea.

Delle Propositioni. Cap. III.

PRopositione è una cōclusione, ò una assertione di che si sia uera & tale, che si dimostri cō ragioni necessarie, per d'essa, quādo sarà il bisogno, da seruircene come di uerità indubitata, ne sia bisogno di ritornare indietro à prouarla, & cosi distorne dal nostro dritto camino. In somma le Propositioni sono, come armi fidate, & misure giuste, & instrumenti ottimi à combattere sicuramente, & à misurare senza errore, & operare senza diffetto, auiatamente; per il che bisogna ben conoscerle, & intenderle, accio che ne' bisogni ce ne sappiamo preualere, ne ci siano scambiate in mano, & però erriamo. Et perche la maggior parte delle Propositioni, che soggiungeremo sono d'Euclide, & nondimeno anco recitate da Bartole, & alcune altre pur d'esso Euclide, ma aggiunte da noi, per più comodo di quei, che non hauessero Euclide; o uero non uolessero uoltare tanti libri; hauemo uoluto citare il luogo d'esso Euclide, acciò che, chi uorrà racconfrontarle in lui, lo possi fare cōmodamente; l'altre aggiunte da esso Bartole hauemo referte sempre nell'istesso modo, che le hauemo ritrouate scritte, senza curarne di farui sopra altra speculatione; perciochè & queste, & le di Euclide si poteuano interlassare, come poco ò niente à proposito di quello, che si tratta in questi libri. Nell' altre soggiunte da noi habbiamo più presto seguita la Pratica, che la Teorica: perche ueramente in questa nostra materia, la Pratica è quella che si ricerca, & non la Teorica; perche hauemo à diuidere, & non speculare.

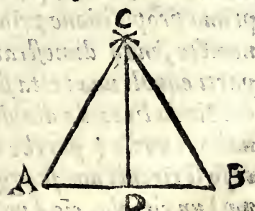
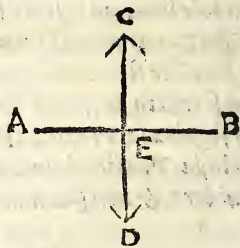
Prima Propositione.

C

A B

D

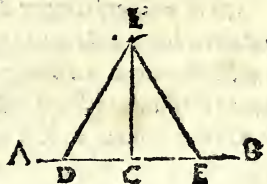
1 Vna linea data finita, si può spartire in due parti equali.

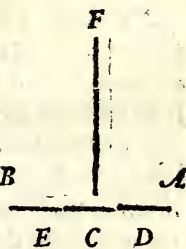
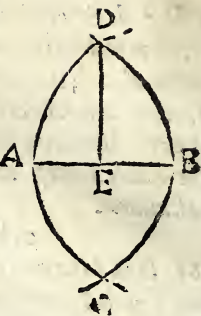
La propositione è chiara, & à noi seruirà, quando

do occorrerà di diuidere, ò le Alluuioni, ò Isola, ò Alueo, come uedrassi; senza della quale Propositione non si può far giustamente; & per questo ne fa bisogno prouarla, per potercine seruire alle occasioni, ne occorra dubitare, se sia ò nò giustamente fatta. Sia dunque la linea finita da diuidersi in due parti equali, a.b.e. Per la prima del primo di Euclide descriuasi sopra detta linea. a. b. vn triangolo equilatero, che sia. a.b.c. & si fa à questo modo; l'un piè del sesto si mette nella estremità. à. di detta linea. a.b. & con l'altro piè si tocca l'altra estremità. b. & raggirasi sì, che si faccia vn circulo (che per adesso si intenda quello arco nel punto c.) & il medesimo si fa nel punto. b. per l'altra parte, che saranno due circoli, che s'intersecheranno nel punto. c. dal quale delineesi la retta. c.b & . c.a. & farassi il triangolo, che si dice douersi fare, per la prima sodetta del primo di Euclide; che chi l'hauesse saputo per prima, non occorreua à me di tanto distorcermi dal mio primo intento di uoler diuidere una linea retta in due parti equali, ma ho uoluto farlo acciò che da quei, che non sanno, & pur uogliono imparare con la esperienza in mezo, conoschino, che importino queste Propositioni; Ritornando dunque à proposito, di questo triangulo Equilatero; l'angulo. c. diuidasi per la nona del primo del medesimo Euclide, che noi soggiungeremo in questi nostri scritti di sotto alla proportione terza (che non intendo distendere come nell'altra; perche andaressimo infinito: ma basti, che è uerissimo, & chi non lo crede se ne uada al sodetto luogo di Euclide, che se ne chiarirà) in due parti equali, per la linea. e.d. Dicesi che la detta linea. a b. sarà diuisa in due parti equali nel punto. d. Percioche li due lati. a.c. & . c.d. del Triangolo. a.c.d. sono equali à due lati, cio è, ad. b. c. & . c. d. del Triangolo. b. c. d. Ciascuno di essi di ciascuna banda, à ciascuno de gl'altri di ciascuna banda, ò parte, che uogliamo dirci cio è, lo. a.c. ad esso. b.c. Essendo che sien tutti due lati del triangulo Equilatero; & il lato. c .d. e commune; L'angolo. a.c.d. si ritroua equale à l'angolo. b.c.d. per construttione & la base. a.d. sarà equale alla base. b.d. Adunque la linea. a.b. nel punto. d. diuisa è in due parti equali, che bisognaua fare & prouare demostratiuamente con ragioni; Mà perche, come hauemo detto, non andiamo à questo rigore, non essendo questo nostro intento, come era il di Euclide, nell'altre ci preuarremo di esse come prouate et uerissime, & solo insegneremo la pratica, come si faccino speditamente, di che per non lasciare ne anco questa prima propositione priuata, Diciamo che se più breuemẽte senza dimostrationi si uorrà diuidere in due parti equali una retta finita, s'opererà in questo modo. Sia la linea da diuidersi. a.b. Dall'vno estremo d'essa. a. delineesi à che internallo si uuole (purche non sia manco della metà di essa linea. a.b; che in tal caso li circuli non si aggiongeriano, & così non seguiria l'intento, che uedremo) un circolo, cio è un'arco di circolo, per manco confondere l'operatione,

che

che sia.c. d. & con il medesimo interuallo operesi il medesimo nell' altro punto.b. estremità della sodetta linea. a.b; Questi due circoli s'intersecheranno nelli punti.c.d; Da questi.c.d. tiresi la retta.c. d. che taglierà la linea sodetta à.b.nel punto.e. Dicesi per questo, che detta linea.a.b.sarà diuisa in detto.e.in due parti equali; la demostratione è la già antedetta, che è quello si cercaua; della quale uedasi ancora nella terza figura di Bartole al libro primo dell'Alluuione.

2. Prop. Bart. 4. Eucl.i.Proposi.xj.

Se sarà data una retta linea, & in quella un determinato punto, da tal punto si può dedurre una perpendicolare.

Sia la data retta linea.a.b.& in essa il determinato punto.c.dal quale siamo astretti à dedurre una perpendicolare diff: xi. & xiij. Dal punto istesso. c. pigliesi d'esso. c. una quantità di detta linea. a.b; à piacere, che sia. c. d. altrotanto anco dal medesimo punto. c. repigliesi dall'altra parte di detta linea. à.b. & sia. c.e. Doppò sopra la. d.e. constituiscasi per la prima del primo d'Euclide con triangolo equilatero. d.e f.& dalla f.al.c.si tiri la retta f.c.laquale dico esser perpẽdicolare alla a.b. Percioche i lati d.c. & e.f.del triangolo.d.c.f.sono equali alli lati e.c.&.c.f.del suo triangolo. e. c. f. ciascuno dalle parti à ciascuno dell'altre parti cio è.d.c.ad esso. e.c. per construttione &.c. f.si ritroua comune; La base poi.d.f.dicesi essere equale alla base,e.f.per essere il triangolò equilatero; Gl'angoli dunque cõtenuti dà detti lati saranno equali all'angolo. c. adunque l'un l'altro sarà retto,et cosi per causa della f.c.& conseguentemente detta. f.c.sarà perpendicolare alla. a.b. che era da farsi.

Pratica.

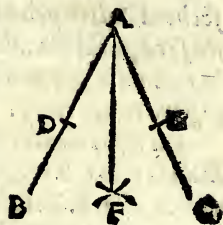
Ma se più speditamente si uolessi l'istesso, senza altra demostratione, operesi in questo modo. Sia la data retta linea.a,b.& in essa il punto dato. c. Di qua & di la dal pũto dato. c. della linea. a.b. pigliesi, & notesi equal portione come.c.d.& c.e. Dal punto.e.descriuasi uno arco, a qual spacio si vuole; & questo arco termine nel punto f. Il medesimo con la medesima distantia, operesi nell'altro punto.d.che s'intese ch'erano nel punto. f. Da questo punto f.al pũto dato c.tiresi la.f.e.che sarà perpendicolare alla.a.b.che era da farsi. Ma se'l pũto dato fusse nell'estremità della linea.a b.nel punto.a. due modi ui sono da deduruí una perpendicolare; l'uno è il distendere rettamente più oltre quell'estremo della linea.a. doue è dato il punto, & si faccia. a.c.b. & nel punto dato.a.s'operi come nel modo precedente,ò uero come si dirà nell'ultimo modo, che soggiungeremo incontinente. In questo modo non ponemo figura perche serue l'antedetta.

Ma se per caso nõ fusse assignato in detta.a.b.alcũ pũto sopra del quale se hauesse da dedurre una perpẽdicolare, all'hora dall'uno & l'altro estremo, et.a.et.b.di detta linea delineẽsi, come di sopra, due archi, che se intersecherãno nelli punti.c.di sopra & di sotto nel.d. Da questi pũti.c.d. tiresi la retta.c.d. che intersecherà.la.a.b.nel pũto e.per la. d.e f. questa dicesi essere perpendicolare alla data linea.a.b. Auertendo che nõ importa di quanta latitudine gl'archi si delineeno, pur che si serui la medesima & istessa distantia nell'una che s'è presa nell'altra estremità.

Ma in vniuersale, per dedurre una perpendicolare ad vn'altra linea, o da un dato punto in essa, o in una parte, o nell'estremità, o à beneplacito, à qual si uoglia parte o punto d'essa data linea, adoperesi in questo modo, cio è. Sia la data linea. a. b. il punto dato in essa.a. Fuor della data linea. a.b pigliesi il punto. e. à beneblacito, purche se detta retta.a.b. si producesse, non concorresse cõ esso. e. & dal. c. descriuasi vn'arco d'vn circolo di tanto spacio, quanto è dal punto c.allo.a.che intersechi la.a.b.nel.d.& da. d. per il. c. tiresi la retta. d. c. e. che intersecherà l'arco in.e. Da questo.e tiresi una retta al pũto.a. questa.a.e.dico che sarà Perpendiculare alla.a.b.perche l'Angolo.a. sarà retto essendo nel semicircolo.d.a.e. per Eucl. 3. Prop. 31. Adunque &c. Se uorransi anco sapere altri modi di fare l'istesso, vedasi di sotto al Propositione 16. che forse riusciranno più facili & spediti da esseguirsi.

3. Prop.Bart. 5.Eucl. 1. Prop. 9.

Vn dato Angolo retilineo si può diuidere in due parti equali; Sia il dato Angolo rettilineo. b. a. c, da diuidersi in due parti equali. Nella. a.b. pigliesi qual se sia punto.d. & sia la linea.a.d. A questa. a.d.equale si pigli altrotanto nella. a.c.che sia. a.e. & tiresi la retta. d.e. Sopra la.d.e. si constituisca per la prima del Primo di Eucl. vn Triangolo equilatero. d.e.f. & tiresi una retta. a.f. che diuida l'Angolo.b.a.c.ne gl'Angoli. b.a. f.& c.a.f. Dico per questo, che questi Angoli tra se sono equali; perciochè i lati.d.e.&.a.f.del triangolo.d.a.f.essendo equali a lati.e.a.& a f.del triangolo. e.a.f.& l'uno & l'altro à l'altro, & all'vno d'ogni banda, segue che. d.a. sia equale alla e.a.&.a.f.è comune & la Base.d.f.sia equale alla Base. e.f. segue che l'Angolo.d.a.f.sia equale all'Angolo. e.a.f. & conseguentemente lo Angolo.b.a.c.diuiso in due parti equali, che era quello, che si doueua fare.

Pra-

Pratica.

Ma più ſpeditamente ciò ſi può conſeguire, in queſto modo. Sia l'angolo. b. a.c. da diuiderſi in due parti equali; Dall'angolo. a. piglieſi tanto di linea della. a.b.che ſia.a.d. quanto della.a.c.& ſia.a.e. et così equali.a.d.alla.a.e. Ne variando il compaſſo (potriaſi anco ſe ſi voleſſe) dal punto.d. & e. delineenſi due archi, che ſe interſecheranno nel punto. f. dal quale al punto.a.tirata la retta.f. a. diceſiche queſta tale.a f.diuiderà in due parti equali l'angolo.d.a.e.che era da farſi.

4. Prop. Eucl. 1. Prop. 31.

Da un punto dato dedurſi una linea paralella ad una linea data. Dal punto.a. dato, ſia da dedurſi una linea paralella alla linea data. b.c. Dallo. a. deducaſi alla. b.c. la retta,a.d che faccia angolo, (come ſe ſia) a.d.b.al quale nel punto. a. ſi conſtituiſca uno equale angolo, che ſia. e.a.d. ſe la. a.e, ſarà rettamente prolongata in. f. per quanto ſe ſia, diceſi che ſarà paralella ad eſſa.b.c.

Pratica.

Altramente ancora ſi può fare. Sia dal Punto,a. da dedurſi vna pararella alla data linea. b. c. tireſi la retta. a.d. come ſi vuole, & da. d. &,a.ad vn medeſimo interuallo, quanto piace, deſcriuanſi due Archi a diuerſe parti,l'uno alla parte.b.& l'altro alla parte e.Doppò con il compaſſo dell'altro.g h. ſi leue via tanto d'Arco,che ſia equale all'altro arco. e.f. Se dunque dallo. a.per. h.ſi dedurrà una retta, queſta ſi fatta linea ſarà paralella alla data.b.c.

Altramente ancora ſi può fare il medeſimo; Sia il dato punto a, dal quale ſi debba dedurre unaa pralella linea alla data. b. c. Dal punto. a. à qual ſe ſia interuallo, deſcriuaſi uno arco, che tagli la. b.c.nel d.& col medeſimo interuallo dal.d.piglieſi il punto. e. nella medeſima data retta.b.c. Doppò,col medeſimo interuallo dalla.a. &.e.deſcriuanſi due archi, che s'interſecheranno in. f. Se dedurraſſi la retta. a f.queſta ſarà paralella alla data. b.c. dal punto dato. a,

Ma ſe'l dato punto a.fuſſe uicino alla data linea.a.b. più commodamente ſi delinearà la patalella da deſcriuerſi. Dallo à. pũto dato pigliſi,nella. b c.il pũto.d.à qual ſe ſia interuallo; & da qual ſi uoglia punto, che ſia. e. della medeſima b.c.data (Perciò che quanto ſarà la diſtãtia maggiore tra.d.&.e. tãto meglio ſi deſcriuerà la pararella, pur che ſia diſcoſto qualche poco dal punto, d.)del medeſimo interuallo.a .d.deſcriuaſi uno arco uerſo la parte

 dello a.

dello.a. Doppò da.a.d'interuallo della.d.e.descriuasi uno altro arco, che intersecherà l'altro primo arco nel punto.f. Se adūque se tirera una retta.a f. questa sarà paralella alla retta data. b.c. perche la retta a.f. si ritroua equale alla retta.d.e.per uno istesso interuallo, & la retta.a.d.alla retta. e.f. si queste fussero tirate rette.

Ma altramente, & più breue, si può fare il medesimo; Sia la data retta. b.e. & il punto dato. a. tiresi da questo punto dato.a.alla: b. data. b.a.d. per la seconda Propositione, disopra una Perpendicolara. a.d. & sopra a questa Perpendicolare.b.a.d.nel punto dato.a.tiresi un'altra Perpēdicolare, in infinito, per la medesima Seconda, & sia.a.c. Questa dico io, che sarà Paralella alla data. b.e,

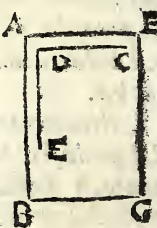
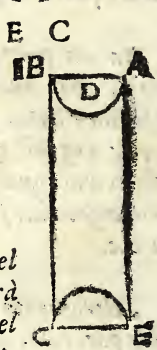
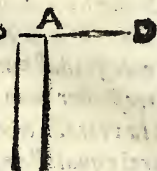
B A D

E C

Ad vn'altro modo ancora sia il dato punto. a. la data linea b. c; alla quale dallo. a. s'ha da dedurre una paralella; Dal punto. a. tiresi alla data.b.c.vna perpendicolare (per la Seconda) & sia.a.b.questa diuidasi in due parti equali, (per la 1.) nel punto. d.& da questo punto. d. delineesi vn circolo della latitudine della.a.ad.b.& della medesima circonferentia delineesi vn'altro à capo della linea data.e, il Diametro del quale sia.c.e.& tiresi dal pūto.a.al pūto.e.la retta.a.e che sarà parallella ella data.b.c.dal dato pūto.a.perche il diametro del circolo, b.a.al diametro del circolo, c.e.è equale, et sono tra dette due linee da capo & da piedi, adunque equidistanti & paralelle.

B A D C E

Potrassi anco conseguire l'istesso in questo altro modo, cō facilità, et ispeditezza giustamēte. Habbiasi dūque una squadra da formare angoli retti, che sia. c.d.e. & nell'uno estremo.a. della linea. a.b. data, agiusta l'angolo.d.di detta Sguadra.c.d. e.si che di detta Sguarda.c.d.e.il lato.d.e.s'accosti à liuello alla linea data. a.b.che la tocchi.ma non la sospinghe, et per l'altro lato di detta Sguadra. c.d.e. tiresi una retta perpendicolare, o con una corda, ò con segnacoli, o come più piacerà, che uenga fuori del detto lato.c.d. di detta Sguarda. c.d.e. fino al punto dato. f.& sia questa linea. a.f. Doppò secondo la lunghezza di questa a.f. nell'istesso modo di sopra detto, tiresi un'altra perpendicolare, dall'estremo.b.di detta retta data. a.b. che sia. b.g. & da questo punto. g. al punto. f. tiresi una retta, & sarà.f.g. Dico che questa retta. f.g. sarà paralella alla data linea retta. a.b.alla quale si doueua tirare vna paralella; Percioche paralelle linee si dicono quelle linee, che sono da sieme dal principio à lor fine equalmente distanti, (per la diffin. 5.) ma queste sono tali, perche, & per da capo, & per da piede, equalmente da sieme sono distanti, perche quella equalità di distantia c'hanno da capo, hanno ancora per da piede, per la retta tirataui dall'uno all'altro estremo della latitudine, che haueuano tra di

A E D C E B G

loro

loro, & per da capo, & per da piede; adunque sono paralelli.

Questo medesimo, c'hauemo detto potersi fare con detta Sguadra, da tirare angoli retti, si può anco fare con lo Sguadro da misurare i campi, se però d'esso in seruirsene se ne sarà qualche poco introdotto. Non ho uoluto mettere inanti ne Astrolabio, ne Quadrante, ne Baculo, ne simili instrumenti Astronomici, come che questi instrumenti sieno, ò che da tutti non si sanno maneggiare, ò che non si possono hauere, cosi per tutto, et da tutti, in ogni tempo; doue gl'altri sodetti instrumenti, per tutto si ritrouano, se'l luogo, doue di essi fa bisogno, non fusse al tutto fuor dell'habitato, & conuersatione de gl'huomini; perche ogni Muratore, et Falignname, adoprano lo Sguadro, et in ogni luoco da presso, ò poco lontano si ritroua, chi sappia misurare i campi. Ma se per impossibile nō s'hauesse, ne si potesse hauere niuno delli sopradetti instrumenti, pigliesi un foglio di carta, ò che se sia altro, che si possa piegare, & mantenghi leghe, & pieghesi diligentemente, & vedrassi, che per la piegatura, che si sarà fatta, ne succederà una linea rettissima. Di nuouo ripieghesi, si che la già detta piegatura dall'una all'altra parte sua, insieme uenga, come quasi di due linee rette, à farsi una sola retta, duplicata, ò soprapoſta, l'vna sopra dell'altra, per da capo loro. Perilche, come nella prima piegatura, cosi in questa seconda piegatura causerassi nel doue succederà detta piegatura, da capo à piedi, come vna linea retissima, la quale perche con l'altra, per da capo concorre in un sol punto, & insieme scambieuolmente à perpendicolo, & consequentemente ad angoli retti, di necessità causeranno in detto punto, doue insieme concorrano, nel modo c'hauemo detto, una Sguadra perfettima, & giusta, non altramēte, che fusse, ò di legname, ò di ottone, ò d'altra materia, della quale si sogliono fare queste Sguadre, come, se ti piacerà con l'esperienza, se potrà chiarire. E' uero, che per esser la carta flessibile, & debole, non si potrà adoperare questa Sguarda se nō con ogni destrezza, & risguardo possibile; percioche altramente non riosciria, non per diffetto dell'instrumento istesso, che non fusse Sguadr, ma per deffetto della materia, nella quale si retrouasse detto instrumento, nel modo che altre uolte disse Aristotile, che'l Calzolaro buono farà anco le scarpe di carta, et bene, & secondo de la sua arte, che se non saranno, come fussero di corame, questo auerrà dalla materia, & non dall'arte.

Altramente; Dal dato punto. a. sopra della data retta. b. c. tiresi un circolo, di queldiametro, che si uuole, che tagli la data retta. b. c. nel punto. d. Con la medesima apritura del cōpasso, sopra di detta retta tiresi un circolo, che tocchi il punto. d. che intersecherà l'altro circolo dallo punto dato. a. nel punto. e. dalquale, se tirerassi una retta al punto. a. che sia. a. e. dico, che questa è Paralella alla data. b. c. Notesi che l'apertura del compasso quāto più sarà larga, tanto riuscirà meglio.

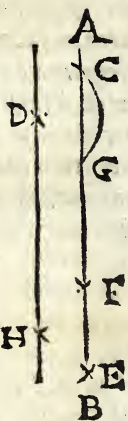
A B
E D
E D
C

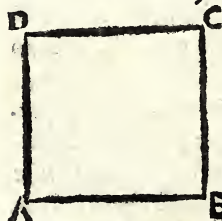
Al-

Altramente ancora si può hauere il medesimo & presto, & giustamente. Sia la retta. a. b. alla quale dal punto. c. s'ha da tirare una Paralella. Dal punto dato. c. tiresi una Perpendicolare (per la 2.) che sia. c. d. & doppò à quella longitudine che si vuole aprasi il sesto, & l'un piede di esso fermesi nell'estremo. d. della perpẽdiculare, già tirata. c. d. et farassi uno arco. il medesimo opere si nell'altro estremo. c. di deta. c. d. perpẽdicolare che s'intersecheranno nel punto. e. Da questo. e. delineesi un circolo della latitudine, che è fra esso punto. e. et la linea data. a. b. che sarà. e. f. g. Dal punto. g. che sarà l'opposito del punto. f. tiresi una retta al punto dato. e. che sara. g. c. & Paralel-la alla data. a. b.

A D C E F G B

Altramẽte ancora si può fare à questo modo. Sia la data retta. a. b. alla quale si debba tirare una paralella dal punto dato. d. Da questo punto. d. à piacere descriuasi un Circolo, che intersechi detta retta. a. b. ne i punti. c. g. & seruesi questa distantia da parte, Doppò pigliesi la distantia del pũto. g. e. & soprapõgasi alla retta. a. b. doue piace, dall'altra sua parte, & sia. e. f. Dall'uno & dall'altro di questi punti. e. f. con l'apritura prima seruata del Circolo. d. c. g. discriuansi due circuli, che se intersecheranno nel punto. h. Da questo punto. h. tiresi una retta al pũto. d. che sarà paralella alla. b. a.

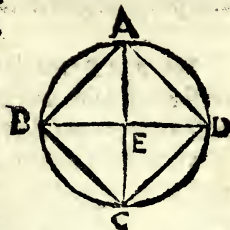
A C D G F H E B

5. Prop. Eucl 1. Prop. 46.

D C A B

Sopra d'una data linea potersi descriuere un Quadrato.

Sia la data retta linea, a. b; sopra della quale bisogni descriuere vn Quadrato; Dallo. a. &. b. deducansi la. a. d. &. b. c. perpendicolari. (per la seconda propositione) & detti. a. d. &. b. c. equali allo, a. b. che si uedrà col mettere l'un piede del sesto nel punto. a. & con l'altro piede girare alla larghezza di. a. b; perche toccherà la. a. d, & ponendo, con la medesima apritura, l'vn piede del compasso nel punto. b. & l'altro piede girando fino al punto. a. toccherà il punto. b. c. nell punti. d. & . c. & dalli punti, d. c. tiresi la linea. d. c. che sarà un Quadrato, cio è vna figura di quattro lati, & quattro angoli, quelli equali, & questi retti. Perche mutando il compasso, et con la medesima apritura l'un piede di esso mettendo nel punto. c. & girando l'altro piede della latitudine del punto, b. toccherà la linea. c. b. &. c. d, nel punto. d. per il che, per la diffinitione del circulo. a. b. dette linee saranno equali, ma la. c. b. si troua essere equale alla. a. b. adunque s'è constituito un Quadrato sopra d'vna retta data.

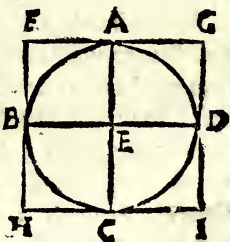
6. Pro-

6. Prop. Eucl. 4. Prop. 6.

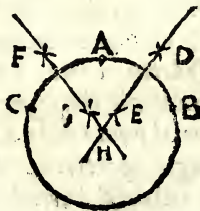
Dentro d'vn Circolo potersi constituire vn Quadrato; Sia il dato Circolo. a. b. c. d. & il suo centro. e. Dentro del quale s'habbia da descriuere un Circulo. tirensi dui diametri, a. c. & . b. d. che ad angoli retti s'intersechino nel Centro. e. Congiunghensi con rette linee. a. b. & . b. c, & . c. d. & . d. a. Dicesi, che questo sarà vn Quadrato, & descritto dentro d'un Circolo. Cosi, per ll contrario, di fuor d'vn Quadrato potersi descriuere un Circolo, della quale Propositione tratta Eucl. nel 4. Propo. 9.

7. Prop. Eucl. 4. Proposi. 7.

D'intorno ad vn dato circolo potersi constituire vn Quadrato.

Sia il dato circolo, a. b. c. d. & il suo centro. e d'intorno del quale sia da constituirsi vn Quadrato. Tirensi due Diametri. a. c, & . b. d. che s'intersechino, ad angoli retti nel Centro. e. & rispetto à detti diametri tirensi linee perpendicolari, per ciascuno di essi diametri. a. c. b. d. & per. a. sia. f. a. g. & per. e. sia. h. e. i. & congiungansi ad an-

goli retti. f. h. per. b. & . g. e. per, d. à perpẽdicolo: & haueransi l'intento. Cosi anco per il contrario, se si volesse descriuere un circolo dentro d'vn Quadrato per Eucl. 4. Proposi. 8.

8. Prop. Bart. 27. Eucl. 4. Propo. 5. & 3. Propos. 25.

Di tre dati Punti (purche non siano tutti tre sopra d'una retta) potersi ritrouare il centro, si che da esso delineandosi un Circulo alla latitudine d'uno di essi, toccherà con la sua circonferentia, & anco gl'altri due punti.

Sieno li tre dati Punti. a. b. c. Dallo. a, & . b. per qual si uoglia spatio descriuansi scambieuolmente, della medesima presa distantia due archi, che s'intersecheranno in due punti. d. & . e. Dalli quali delineesi la retta, d. h. Il medesimo in tutto & per tutto, operesi nelli. a. c. ò con la medesima distantia di prima, ò con altra distantia, purche la già presa tra essi due vna volta si mantenghi, & s'intersecheranno li due archi formati anco da questi. a. c. in due altri punti. f. & . g; Per questi tirisi la retta. f. h. che intersecherà. d. h. nel punto. h. che sarà il Centro delli tre punti dati. a. b. c. dal quale tirato un circolo toccherà tutti tre li già detti punti dati, che era da farsi.

Da questa s'inferisce, che se saranno due linee, l'una retta, & l'altra curua equalmente, che nelli loro estremi si congiunghino, per questa Propositione si potrà ritrouare una linea media paralella tra l'vna et l'altra; perche li due punti estremi di esse, nelli quali concorrano, già s'hanno. Pigliesi il terzo nel mezo di loro, doue più, da sieme, si scostano, & di questi tre punti ritrouesi, per

la

la sodetta, il centro, et delineesi la linea, che sarà la media, che si cerca. di che alla propositione decima di sotto.

9. Poposit. Bart. 28.

Da vna Retta data per vna parte, & da un punto dato dall'altra, potersi constituire una portione di Circolo, che diuida equalmente l'vn contenuto Quadrato tra detto punto, & detta linea data.

Sia il dato punto. a. & la linea data. b. c. constituiscasi sopra detta retta. b. c. vn Quadrato (per la. 5.) a. c. e. d. del quale l'un lato sia. a b. l'altro. b. c. l'altro, e. d. l'altro. d. a. Diuidasi questo Quadrato dal lato. a. b. & c. d. in due parti equali con. f. e. retta. Di nuouo diuidasi tutto il Quadrato in due parti equali diametrali. b. d, Doppò d'intorno à questo Quadrato descriuasi (per la. b.) il circulo. a. b. c. d. dal centro. g. che sia. a. b. c. d. Dico, che li tre punti. e. g. d. sono equidistanti dal. dato punto. a. & dalla linea data. b. c. Per che la. e. in mezo è del lato. a. b. per descrittione, & il. d. nello estremo della linea. a. d. equale alla linea. b. &. c. d. per essere lati del Quadrato (per la. 5.) &. c. si ritroua essere estremo della linea. b. c. equale alla. c. d. &. a. d. (per la medesima deffinitione & Proposit. 5. del Quadrato) Adunque tanto. a. come. c. si ritroua essere distante dal punto. d. Cosi ancora il pũto. g. dista equalmente da detta linea. b. c. & dal punto. a. perche si ritroua essere centro del circolo, che tocca tutti li punti di essa linea b. c. & esso punto a. Adunque detti tre punti. e. g. d. sono equidistanti, & dal punto dato. a. et dalla linea data. b. c. Di questi tre punti. e. g. d. (per la. 8.) ritrouisi il centro, che sarà. h. & da questo descriuasi vn circolo. h. i. K. l. che toccherà li punti sodetti tre. e. g. d. nel Quadrato. d. b. et intersecherà la retta. e. g. f. nel punto g. Dicesi che il contenuto trà il dato punto. a. & la data linea. b. c. si diuide in due parti equali per il circolo. l. i. K. d. per l'arco suo. e g. d. & conseguentemente il Quadrato a. c. tutto, è diuiso in due parti equali dal sodetto circolo. l. i. K. d. ò vero esso circolo, per tutto il Quadrato. a. c. equidista. Per il che segue, che tutto il contenuto dall'arco. e. g. d. de dentro apertiene al punto dato. a. & l'escluso, per il couesso, ò vero dorso del detto Arco. e. g. d. aperterrà, per propinquità, alla data, b: c. Et che ciò sia vero. se dà ciascuno di detti punti dati. e. g. d. descriuerassi un' Circulo, che tocchi l'vn de gl'altri due punti dati, come da. d. ad. a. toccherà anco in vn punto. c. la data retta. b. c. Così se dall'altro punto dato de' tre. e. che tocchi lo. a. dato punto toccherà la linea data. b. c. nel punto. b. che il simile segua se dal. g. uno delli tre punti dati se descriua vn circolo, che tocchi lo punto dato. a. appare euidentemente per il circolo. a. b. c. d. che tocca la data linea nell'vno & nell'altro estremo d'essa. b. c. adunque è vero, che per detto Arco. e. g. d. lo spacio contenuto trà. l punto dato. a. & la linea Retta data. b. c. si ritroua diuiso equalmente. Et se in qual si uoglia punto della circonferentia metterassi del sesto un piede, & l'altro stenderassi fino al. g. sempre toccherai detto centro g. Proua euidentissima,

che

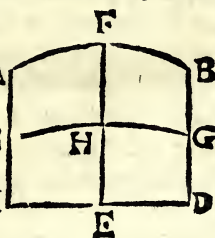
che è Centro & del Punto dato, & degli estremi della linea data.b.c.& cosi equidistante,&c.come disopra. Questo mi pare habbia voluto dire Bartole in questo luoco, nel mio testo scorrettissimo, & al tutto (à mio giuditio) falso, s'altri meglio potrà esplicarlo me gli rimetto, che io confesso non hauerlo inteso (dico in questa ultima sua proua) altramente che tanto. Non resterò di dire, che'l Quadrato, che si descriue in questa figura non è per altro, che per facilmente & giustamente ritrouare li tre punti equidistanti dal Punto dato, & dalla Retta data, & per questo s'anco non fosse Quadrato affatto, ma d'vna parte più lungo seguiria il medesimo. Di questa Propositione Bartole si seruì nel 2. dell'Isola fig. 34. altramente 42. & 32. altramente 40. dalla 29. altratramente. 37.

10. Prop. Bart. del 2.9. alt. 31.

Trà una Retta & una circolare regolare si può delineare vna linea, che diuida equalmente il contenuto tra la detta data linea retta et circolare.

Della quale, perche haueremo da dire nel sodetto luoco di Bartole, perche iui mette la figura nel caso contingente, per non hauere da replicare necessariamente il medesimo, ci riseruaremo à dirne iui, & massime, che, s'auertite, contiene questa propositione quasi il medesimo, che la precedente, eccetto, che quella ha per dati, per una parte, vn punto, & per l'altra la retta, & questa da vna parte la retta, & da l'altra una circolare. Nondimeno perche qui s'è posta sia la Curua regolare, a.b. la Retta. c.d.

Dico che trà d'esse si puo dare una linea, che distante equalmente dall'una & dall'altra diuiderà equalmente lo spatio contenuto trà d'esse. Dal punto.c. estremo della. c.d. tiresi una perpendicolare per la prop. 2. che tocchi il punto. a. della circolare. a. Il medesimo operesi per l'altro punto. d. della retta. c.d. al punto. b. della curua. a. b. che saranno. b. d. &. a. c. Diuidasi la retta. c. d. per la prop. 1. nel mezzo. e. & sopra d'esso. e. tiresi per la prop. sodetta 2. una perpendicolare fino alla curua. a. b. che sarà. e. f. Diuidansi le dette perpendicolari. b. d. & f. e. & a. c. per la 1. prop. in due parti equali, che dalla b. d. sarà lo punto. g. Della. f. e. il punto. h. Della a. c. il punto, c. Di questi tre punti. g. h. c. per la. g. ritrouisi il centro. K. & da quello delineesi il suo circolo che passerà per tutti tre detti punti, g. h. c. Dicesi che questo arco. g. h. c. diuide equalmente lo spatio contenuto trà detta curua. a, b. & retta. e. d. che era da farsi.

Quì solo è d'auertire essere uero questo, quando dall'una & dall'altra parte saranno linee regolari, cio è, ò curue, ò rette nel modo che dicemmo di sopra alla diffin. 5. che quando le dette linee non fussero regolari nel modo che iui dicemmo non saria uero questo, che qui dicemo, come perche da se è manifestissimo, non ne diremo altro.

11. Prop. Bar. 2. 10. altr. 32.

Da un punto dato, & una linea data circolare si può delineare un circolo, che diuida il cõtenuto, dal punto dato et dalla linea curua, in due parti equali.

Di questa ancora, per l'istessa causa, c'hauemo assegnata nella precedente, ci riseruaremo à dire al suo luogo; & anco perche è simile alla 9. solo differisce, che questa ha la linea curua per una parte, & da l'altra il punto, & la 9. ha dall'una delle parti la retta. Nondimeno perche qui come l'antecedente l'hauemo posta, per non tenerne sospeso chi legge, d'essa ancora porremo la sua propria pratica. Sia dũque il punto dato. a. & la linea circolare regolare. b. c. lontani da sieme quanto se sia, dico che tra di loro si puo dare una linea, che diuida equalmente lo spatio contenuto tra detto punto. a & detta linea curua regolare. b. c. Dal punto b tiresi una retta al punto dato a. che sia. a. b. l'istesso facciasi dall'altro punto. c. al punto a. che sia a. c. Diuidasi per la 3. prop. l'angolo. b. a. c. in due parti equali per la linea. a. d. Doppo diuidansi le rette a. b. & a. d. & a. c. in due parti equali per la prop. 1. & notinsi li mezi d'esse, che saranno tre punti, e. f. g. Delli quali per la propo. 8. ritrouisi il centro comune a. Dal quale delineesi l'un Segmento di circolo che toccherà tutti detti tre punti. e. f g. Dico che questa linea. e. f. g. diuide equalmente lo spatio contenuto trà del punto dato. a. & la curua regolare. b. c. che è il proposito. E' uero che più breuemente il medesimo succederà se dall'una sol retta delle tre ritrouerassi il mezo diuidendola come s'è detto in due parti equali, et di questa distantia dal medesimo punto dato. a. che è centro comune delineesi una portione di circolo, percio che & l'altre due linee saranno diuise in due punti equali, perche sonno dell'istesso circolo dedotte dal centro medesimo alla circonferentia: onde per la diff. 16. trà se saranno equali, et cosi rimarranno equali, se del l'istesso centro per quantità equale sarà l'una diuisa, che l'altra.

Annotationi.

Questa propositione è uerissima in se, ma nel proposito nel quale se ne preualse Bartole non può hauer luoco, perciochè (come uedrassi) l'Isole non si diuidano per li punti; ma per la latitudine delle fronti de' campi, che da punti nõ si possano causare, non hauendo alcuna dimensione, come per la diff. 1. che perche è chiarissimo, & più euidentemente ne uedremo la doue Bartole propose il caso, fino à qui di questa sia detto à bastanza.

L'antecedente poi propositione à questa quasi si ritroua ne gl'istessi termini, perciochè se bene in se sia certissima. Nõdimeno solo ha luogo doue dall'una et dall'altra parte si ritrouerãno linee regolari, cio è, rette, ò circolari, ò uero dall'vna, linee rette & dall'altra linee curue che pche di rado, o non mai si ritrouano nelle ripe & frõti de campi ne rispetto all' Aluuione, ne rispetto al l'Alueo, ne meno rispetto all' Isole per doue Bartole si preualse di questa propositione, da questo segue che non mai si darà caso nel quale di detta proposi-

tione

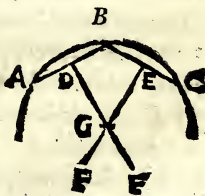
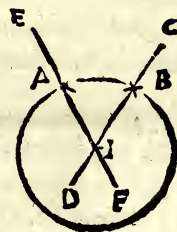
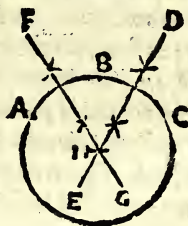
tione ci possiamo seruire. Et se Bartole nelle sue poste figure se ne seruì, questo auuenne perche suppose à suo modo le ripe & fronti de' campi di linee, ò tutte curue, ò tutte rette, ò parte rette & parte curue, doue & nelle quali cade detta propositione, che se l'hauesse sopposte d'altro modo, come uediamo, senza alcuna eccettione interuenire in tutti i campi, che sono appresso di fiumi nell'estreme lor fronti, dubbio non è, che à niun modo ne conseguiria l'effetto che Bartole s'imaginò seguirne da detta propositione, che perche piu chiaramente uedrassi doue di ciò Bartole mise la figura, senza più dirne altro, mi riseruo là à dirne il rimanente.

12.Prop.Bat.15.21.22.Eucl.3.Prop.25.

D'vn Segmento dato d'vn circolo poter si descriuere intieramente il suo circolo.

Sia la portione d'un circolo a.b.c. (per la 8.) ritrouësi in essa portione, tre punti, che sieno .a.b.c. & da essi si tirino due linee .d.e. & g.f. che s'intersechino in. h. questo punto. h. dicesi essere il centro del circolo, delquale si ritroua essere detta portione a.b.c.

Altramente, nel Segmento notinsi, à beneplacito due punti, & sieno a.b. & in ciascuno di essi si tiri una perpendicolare (per la 1.) che se congiungeranno, intersecandosi, nel punto. i. Questo punto dicesi, che sarà il cẽtro del Segmento dato. Ne si turbi, che dicẽmo (nella diff. xiij.) che la perpendicolare cade sopra una retta ad angoli retti, che non puo succedere sopra d'vna portione di circolo, che non è linea retta, ma curua; percioche rispondo, che la portione del circolo è di linea regolare, come la retta (per la diff. 5.) onde come sopra d'una retta, cadendo una perpendicolare, causa angoli retti rettilinei, così cadendo sopra d'una curua portione di circolo, causa angoli retticuruilinei.

Altramente anco si può fare il medesimo. Notinsi nel sodetto Segmento tre punti & sieno .a. b.c. doue si uoglino, & si congiunghino con due rette, cio è. l'una a. b. & l'altra b.c. & si spartischino (per la. 1. prop.) in due parti equali nel mezo, cio è, la. a. b. nel punto. d. & la. b.c. nel punto. e. Doppò dal punto. d. & dal punto e. tirensi (per la prop. 2.) alla. a. b. la perpẽdicolare. f. d. & alla. b. c. la perpẽdicolare. e. f. che intersecheransi nel punto. g che diciamo essere il centro di detto Segmento, & potersi delineare perfettamente il suo circolo.

13.Prop.Bar.14.

La portione della circonferentia sempre è più propinqua à quelle parti, che sono contenute tra due linee rette, che dal centro terminino dette portione di circonferentia, che à niuna altra parte fuor delle comprese, & da dette rette & de detta circonferentia.

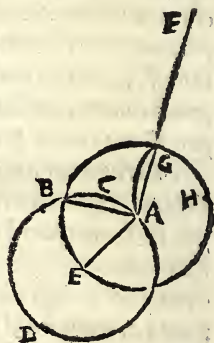
Sia il circolo.b.c.d.e.f.del quale il centro sia. a. dalli sodetti tutti notati punti tirensi al centro.a.le linee, b.a. &.c.a.& d.a.&.e.a,&.f.a.&.g.a, che saranno in tutto sei triangoli, come si uede espressamente. Dicesi, che'l contenuto trà ciascuno di detti triangoli, si ritroua esser più propinquo alla loro circonferentia, che includono, & hãno come quasi per base, che niun'altra parte del contenuto di fuori da detto triangolo. Perche pigliesi il triangolo.a.c.e.& in questo pigliesi un punto, qual se sia, come. h. & tirisi un circolo, che tocchi la portione della circonferẽtia sua.c.e.la quale risguarda, et è sotto; il qual circolo sia.e.c.h.i. Dico, che questo circolo non toccherà del circolo. b.c.d.e.f.g.altra portione d'esso, che la.c.e.nel punto. c. Adunque à tutte l'altre parti del circolo b.c.d.e.f.g.si ritroua il punto.h.più lontano, che alla portione.c.e.d.esso circolo, & dalla quale portione esso. h. si ritroua essere incluso, & dalle linee.e.a.&.c.a.che fanno un triangolo con la detta portione. c.e. come base. Adunque s'è fatto cio, che si doueua &c.

14. Proposi.

Ad un Segmento d'vn circolo, sopra d'una retta, potersi constituire un simile sopra all'altra retta al tutto equale.

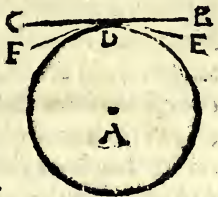
Sia la portione, ò Segmẽto.a.b.c.dato, sopra della corda a.b.del circolo.a.b.c d. Della qual corda dal punto estremo d'essa.a.tiresi una linea à beneplacito.a.f. et di q̃sta. a.f.pigliesi una portione.a.g.che sia equale all'arco. a. g. che si farà, mettẽdo l'ũ piè del sesto nel pũto.a.et l'altro girandolo, che intersecherà la. a.f.nel punto.g. che sarà equale.a.b.arco (per la diff 16 del circolo.) Dopò del circolo. a.b.c.d. del quale à detta portione data. a.b.c. pigliesi il semidiametro.c.a.che si farà, se l'ũ piede del sesto mettendo nel centro.e.l'altro estenderassi fino alla circonferẽtia sua, douũque se sia; & cõ questa distantia l'vn piè mettesi nell'estremo. a. della linea. a.g. fatta equale alla

corda.a.b.et delineesi un'arco; il medesimo opererassi nell'altro p̃unto.g.estremo della medesima.a.g.che s'intersecheranno nel punto.h.dal quale delineesi un circolo, che trapasserà toccando il punto.a.& il punto.g estremi della retta.a.g.fatta equale alla corda.b.& causerà un'arco.a.c.g. Dicesi, che questo arco;a.c.g.della corda.a.g.in tutto et per tutto è equale all'arco. a.b.c.& alle corda sua.a.b.data; perche le corde.a.b.&.a.g.sono da un medesimo centro

ad

ad una medeſima circonferentia, et gl'archi cauſati d'un medeſimo diametro d'vno iſteſſo circolo, adunque s'è fatto il propoſito.

15. Prop. Eucl. 3. Prop. 13.

L'vn circolo, nella ſua periferia, non è toccato da una retta ecetto in un punto.

Sia il circolo.a.& la retta.b.c. che tocca il circolo. a. nel.punto.d. Dico, che detta retta.b.c.nõ tocca detto circolo.a.in altro, che nel punto.d. Perciòche ſe la retta.b.c. tocca detto circolo.a.in più che in un punto, adunque tra detti più pũti, nelli quali detta retta.b.c.tocca detto circolo.a.ſi potria dedurre un'altra retta; Tireſi ſe ſi può, et ſia.e.f. Vedeſi, che detta, e.f. ò vero nõ toccherà detto circolo in alcuna parte d'eſſo, perche eſſa retta.e.f.caderia, ò de dentro, ò di fuori del detto circolo.a.ò pure ſe lo toccherà, lo toccherà nell'iſteſſo punto. d. nel quale lo toccaua la già detta retta.b.c mà non lo tocca in altro pũto, nel quale non lò tocchi la detta b.c. Adunque è ueriſſimo ch'una retta, che tocca un circolo nella ſuperficie, non lo toccha altro, che in un punto; che ſi doueua prouare.

Annotatione.

Erano già paſſati due anni, quando io relegendo da capo à piedi queſti miei ſcritti, m'accorſi, che Bartole non diſſe coſa alcuna del come s'haueſſe da diuidere l'Alluuione, quando fuſſe occorſo, che nelle fronti delli cãpi, dalli quali eſſo regolaua la ſua diuiſione, ſi ritrouaſſero gl'angoli retti; Ne manco diſſe coſa alcuna, quando foſſe occorſo, che la ripa del fiume foſſe diſtorta, & nõ ſi ritrouaſſe à paralello, con le fronti delli campi (perciòche eſſo Bartole in tutte le ſue figure, ſempre ſuppoſe le riue rette, & paralelle, ò in tutto, ò in parte con alcuna, ò tutte le fronti delli campi) Per il che, ſotto della figura. x. di queſto preſente libro, mi sforzai d'aſſegnarne la ragione, & ſotto dell'xi. dell'iſteſſo libro m'ingegnai di ſoggiungere il modo di diuidere, quando le ripe del fiume, & le fronti delli campi inſieme non ſi riſguardauano à paralello, ma diſtorto, come ſi poteſſero hauere & delineare le paralelle, & perpẽdicolari neceſſarie ſenza delle quali non ſi poſſano fare queſte diuiſioni alluuiali; & queſto io feci, perche vedeua, che molto più ſpeſſo, anzi ſempre, ſuccedeua, che le ripe, & le fronti delli campi aſſieme non ſi ritrouauano à paralello, che per il contrario, che à mio credere non ſi uidde mai, ò di rado.

Ne coſi preſto mi disbrigai di queſto, che ſubito da queſto iſteſſo uenni in ſoſpetto del modo laſſatone da Bartole di diuidere l'Alluuione, & l'Alueo, & l'Iſole, non fuſſe ne al propoſito, ne uero: ſopra di che tuttauia penſando, & tra me medeſimo più & più uolte andando conſiderando con le ragioni, che m'occorreuano, al l'ultimo ritrouai, che non m'era punto ingannato; perciòche io ſcoperſi, che detto modo di Bartole era cõtra della legge, cõtro della ragione, contro del ſenſo, & finalmante contro dell'iſperienza iſteſſa.

Perilche

Perilche ſubito anco penſai, che da queſto fuſſe auenuto, che queſti libri di Bartole della Tiberiade ſieno ſtati hauti (come hoggi dì anco s'hanno) per difficili, & che niuno, ò perche l'intendino, & c'habbino poſto cura d'illuſtrarli; percioche queſti tali (come io credo) uedendo dall'una parte, che le diuiſioni inſegnatene da eſſo Bartole, patiuano le ſodette difficoltà, & dall'altra parte, ſapendo la gran fama del ualore, & dell'eccell. ſua, per tutto il mondo celebrata, ne per queſto parendoli ueriſimile, che in queſto haueſſe errato, queſti tali (dico) più preſto, che ciò affirmare, uolſero, ſe ſteſſi imputando, confeſſare, che eſſi non intendeuano, ò non ſi poteuano intendere queſti ſcritti di Bartole, & coſi ſgomentati laſciorno queſti libri di Bartole, nel loro priſtino eſſere, oſcuri & tenebroſi ſenza d'illuſtrarli con alcuna loro eſpoſitione. Ma la uerità è, che Bartole s'ingannò, come di coſa, che non era della ſua profeſſione; nella quale perche fù quel raro ingegno, che'l mondo ſe lo conoſce (tanto può l'oſſeruanza altrui ne gl'huomini) ſi creſe anco, che & in queſti libri, come nelli delle leggi, fuſſe raro & Eccellẽtiſſimo; Nel numero di quali fui ancora io, come ſi uede per li preſẽti miei ſcritti, & confeſſo ingenuamente, che ſe bene, come hò detto, toccaua con mano; che detto modo di Bartole non poteua ſtare, nondimeno ſtaua ſoſpeſo, per il ſodetto riſpetto, di laſciarmi indurre à ſcriuere contra d'un tanto & raro ingegno, io poi che confeſſo liberamente, che nõ ſon degno di ſciogliergli le correggie delle ſcarpe, & ch'io l'honoro & reueriſco al pari di chi ſe ſia, che conoſca il ualor ſuo. Pur tuttauia conuinto dalle uiue ragioni, & perche (come diſſe il Filoſofo) amico m'è Platone, amico m'è Socrate, ma molto più poi la verità iſteſſa, per bene uniuerſale del mondo, che (come fin qui con l'eſperientia in mezzo più & più uolte s'è ueduto, perche queſte Alluuioni non ſi ſapeuano diuidere, ne anco con li libri iſteſſi di Bartole, che non s'intendeuano) uenea diſturbato, fui pur coſtretto di paleſarlo con queſti miei ſcritti. Et perche à niun pareſſe, che mi fuſſe moſſo a contradirli à caſo, & ſenza alcuna ragione, giudicai eſſer ben fatto di addurre tutte le ragioni; per le quali mi ſon moſſo à coſi atteſtare; le quali ſoggiungerò à luogo ſuo, accio che anco guſtate da coloro, che leggeranno queſti ſcritti, con più maturo lor giuditio determinino, ſe noi ci ſiamo moſſi sforzati (come habbiamo detto) dalle uiue ragioni, ò pure à caſo à cõtradire ad un tanto huomo. Et perche à queſto iſteſſo ne parue far molto à propoſito ſi uedeſſe l'iſteſſo dettone dà eſſo Bartole, & da noi inſieme con lui, nelli già paſsati ſcritti, coſi per riſpetto di tutti coloro, che non hanno, ne poſsano hauere l'opere di Bartole, come di tutti quelli, che l'hanno, & le poſsono hauere, ma per eſſere latine, & ſcorrettiſſime, ò non l'intenderiano, o pur con maggior difficoltà, che non faranno con queſti ſcritti, ci ſiamo reſoluti, che inſieme con queſti noſtri vltimamente aggiunti, ſi uedino; & anco perche ſi conoſca quãto di fatica ci habbiamo fatta, per ſoſtentarli, & quanto fedelmente habbiamo referto il laſsatone deſcritto da Bartole, & noi ci ſiamo sforzati d'illuſtrarlo; & finalmente, perche, ueduto ſi, come à fronte, il detto da Bartole, & il noſtro modo, incontinente

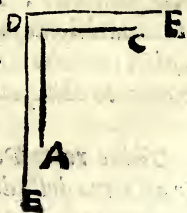
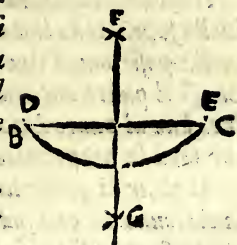
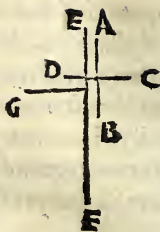
tinente ciascuno ne possa dare il suo giudicio, senza starne sospeso.

Resta hora, che ueniamo al fatto istesso, ilquale, perche non si può conseguire, senza di alcune poche propositioni, breui, & facili, che ne fanno di bisogno (poi che altroue, come dicemmo à suo luogo soggiungeremo le raggioni, per le quali si siamo mossi à contradire à Bartole) qui, come in suo luogo proprio, le porremo, seguendo il numero già cominciato, per più facilità, & manco confusione; sia dunque là.

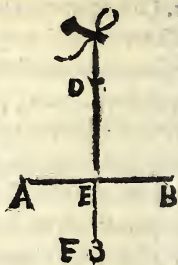
16. Propositione.

Da un dato punto fuor d'una retta poterssi dedurre sopra detta retta una perpendicolare.

Sia il dato punto. a. dal quale si debba dedurre una perpendicolare sopra della retta. b. c. Dal punto. a. di qual si uoglia distantia descriuasi un circolo, che intersechi la retta. b. c. nelli punti. d. e. Da questi due pũti. d. e. per qual si uoglia distantia (seruata nondimeno cosi nell'uno, come nell'altro punto. d. e.) descriuansi due circoli, che s'interscheranno nel. f. g. sopra nel. f. & sotto nel. g. di detta retta. b. c. Da questi intersecamenti. f. g. tiresi una retta, che passi per il punto dato. a. che intersecherà la retta. b. c. nel punto. h. Dicesi che la. a. h. sara perpendicolare alla retta. b. c. che si cercaua. La ragione è, che'l punto. d. & il punto. e. della retta. b. c. sono equalmente distanti dal pũto. a. perche sono, p causa d'vna medesima circõferẽtia, d'vn medesimo circolo, d'uno istesso cẽtro (per la diff. 16.) et l'arco. f. et l'arco. g. sono, al medesimo modo, portioni d'un medesimo circolo, d'uno istesso diametro, cosi per la diffinitione sudetta. 16. come per la propositione 2. & figura. 3. di Bartole, giunto quello, che iui ne dicemmo noi; adunque tra di loro equali, adunque la linea. d. e. diuisa nel punto. h. si ritroua diuisa in due parti equali; adunque perpendicolare, poiche di qua & di la, causa due angoli retti (per la diff. xi. & xiiij.) Ma materialmente, si può anco conseguire l'istesso, in altri modi.

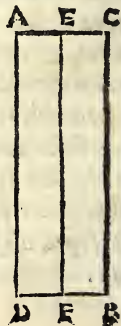
Prima, con vna Sguadra, che sia. a. b. c. & la retta. d. e. & il punto dato. f. fuor di detta retta. d. e. dal quale sopra detta retta. d. e. si cerca dedurre vna perpendicolare; Accomodesi l'ũ lato di detta Sguadra. a. b. c. che sia. a. b. sopra della retta. d. e. à liuello, ò à paralello, che vogliamo dirci, & tiresi deto lao. a. b. di detta Sguarda. a. b. c. tanto inanti & indietro, che l'altro lato. b. c. di detta Sguadra. a. b. c. tocchi, ò risguardi, à linea retta il punto dato. f. et tiresi vna linea dal punto. b. angolo della Sguadra. a. b. c. retta per il lato. b. c. della medesima Sguadra. a. b. c. che arriui al punto dato. f. che sarà. b. c. f. dicesi che questa. b. c. f. sarà perpendicolare tirata dal punto dato f. fuor della retta d. e. & sopra d'essa retta. d. e. che era da farsi, per la istessa ragione detta per prima.

Il medesimo conseguirassi con vn Sguadro da misurare i campi, che sia.a.b.c.d.& la data retta linea.e.f.& il punto g.dato, fuor di detta retta.e.f. Accomodesi detto Sguadro.a. b.c.d.di modo, che l'vna fissura. a.b. cada à liuello sopra la retta.e.f.et mouesi detto Sguadro, a.b.c.d.su & giù, per detta retta. e.f. (seruando sempre il perpendicolo) tanto che per l'altra fissura.c.d.di detto Sguadro. a.b.c.d. risguardi il dato punto. g. &, per questa direttura ritrouata, tiresi una retta, che sara la c.d,g.la quale sarà la perpendicolare, che si ricercaua dal dato punto.g.sopra della retta.e.f.per l'istessa ragione.

Il medesimo si farà, con una balestra da palle se accomoderassi la corda à liuello sopra della linea data, & anderassi tanto su & giù, per detta retta, con questa positione, à liuello con detta balestra, che dalla mira da cima confronterassi il punto dato fuor della linea retta; Et per questa dirittura, dalla data linea fino al punto dato tirerassi una retta, perciocbe questa tal linea vedrassi, che sarà la perpendicolare, che s'andaua cercando.

Il tirar di queste linee à perpendicolo da vn punto dato sopra d'una retta, in ciascuno de' casi sodetti, si può fare, ò con una corda, ò pure con ficcare cāne con segnacoli, in cima d'esse, da spatio a spatio della retta fino al Punto dato; cosa facile a ciascuno anco mediocre intelligente, & però non se ne dice più oltre.

Il medesimo, quando la Retta. a. b. fusse per trauerso del muro, si potria con un piombino; Perciocbe l'un capo. c, del piombino aggiustato al punto dato. d. fuor della retta.a b.il filo.e.f.che da questo capo.e.aggiustato a tal dato punto.d.sarà tirato a piombo sopra della retta. a. b. representerà la perpendicolare, che si cerca punto.e. di essa retta. a.b.

Lasso di dire, che l'istesso si può fare con l'Astrolabio, et col Quadrante, Perciocbe in questi miei discorsi non intendo di parlare con Matematici, ma solo de insegnare à ciascun'altro materialmente quello, che gl'altri introdotti nelle Matematice sanno speculatiuamente & formalmente, rispetto delliquali non occorreua dire, che la prima demostratione.

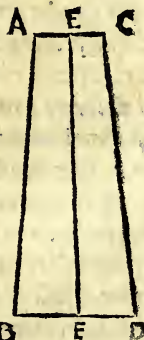
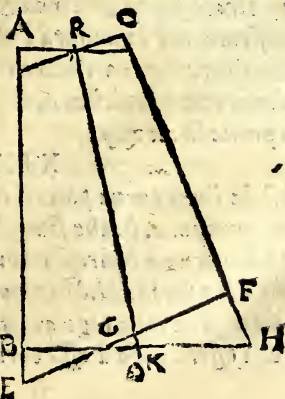
17.Proposi.

Di due rette Paralelle poter si ritrouare una media, all'vna & all'altra delle due Paralelle.

Sieno le due rette Paralelle. a. b. &. c. d. delle quali si cerca la media Paralella ad ambedue.a.b.& ad.c.d.Per l'antecedente proposi. 16. della linea. a. b. dal punto. a. tiresi una perpendicolare al pūto.c.della linea.c.d.che sia.a.e.la quale (per la prima) diuidasi in due parti equali, nel punto.e.l'istesso facciasi dall'altro capo di dette due rette paralelle a.b.&.c.d. cio è dalla

la linea.a.b.nel punto.b. tireſi vna perpendicolare per l'antecedente. 16. al pũto.d. della linea.c.d. & ſarà.b.d.la quale diuidaſi(per la 1.propoſ.)in due parti equali nel punto.f.& dal putto.e.della perpendicolare. a.e. al punto. f. della perpendicolare.b.d.tireſi una retta.e.f.Dico che queſta retta.e.f.ſarà la media Paralella delle due paralelle.a.b.&.c.d.che ſi uoleua moſtrare; Perciò che ſi ritroua eſſa.e.f.eqnidiſtãte et paralella coſi della.a.b.cõe della.c.d. Adũq; nello mezo di ciaſcuna di dette due paralelle rette,ch'era da prouarſi.

Propoſit. XVIII.

Di due rette linee Concorrenti poterſi ritrouare la media equalmente diſtante così dall'vna come dall'altra d'eſſe Concorrenti.

Sieno le due rette linee Concorrenti. a.b.&.c.d.& nel reſto opereſi come nell'antecedente proſſima; Cioè dalla linea.a.b.nel punto.a.tireſi (per la 16.) vna perpendicolare al punto.c. che ſarà.a.c. Queſta (p̃ la prima) diuidaſi nel mezo,che ſarà nel.e; L'iſteſſo adopereſi nell'eſtremo.b.d.d'eſſa retta.a.b. cioè,dal punto.b.tireſi(p̃ la 16.)vna p̃pẽdicolare al pũto.d.dell'altra retta c.d.& queſta p̃(la prima)diuidaſi in due parti equali.nel pũto. f.da queſto al punto.e.della perpendicolare. a.c. tireſi vna retta.che ſarà.e.f.Diceſi che queſta.e.f.ſarà la media equidiſtante delle due rette Concorrenti.a.b.&.c.d.Perciochè la.a.b.&. c.d.ſonno rette;Et nel da capo & principio.a di eſſa.a.b.Et nel da capo & principio.c.d'eſſa d.il mezo di loro ſi ritroua eſſere il pũto.e.& nel fine.b.di detta.a.b.Et nel fine.d.di detta retta, c.d.il mezo ſi ritroua eſſere.f. adunque la linea.e.f.perche è tirata dalli punti. e. &.f.medij tra dette rette. a.b.&.c.d.ſarà media coſi alla.a.b.come alla.c.d.che ſi ricercaua.

Il fin quì già detto modo ſerue,quando le concorrenti foſſero aſſieme equalmẽte cõcorrẽti,sì che come s'ha l'una,nell'iſteſſo modo anco s'haueſſe l'altra. Perciochè quando aſſieme ſi ritrouaſſero altramẽte, in che ſi uoglia modo. In queſto caſo non ſeruiria; Perilche n'è parſo di ſoggiungere queſto altro modo uniuerſale,& c'ha luogo in tutti li caſi,che ſi poſſano imaginare. Sieno dũque le due cõcorenti linee.a.b.et.c.h.come ſi uogliono,delle quali ſi cerchi la mediale linea; Sopra della retta.a.b. tireſi per da piedi la perpẽdicolare. e. f. et queſta diuidaſi in due parti equali nel punto.g. (per la propoſ.prima) il medeſimo facciaſi ſopra dell'altra retta concorrente. c. h. ſi che la prrpendicolare ſua ſia h.b.ma con queſto che detta perpendicolare. h.b.interſechi,& ſia interſecata dall'altra perpendiculare. e. f. de detta ſopra dell'altra retta. a. b. nel ſuo ritrouato mezzo nel punto. g. Queſta perpendicolare. h. b. diuidaſi per la medeſima prima propoſitione in due parti equali nel punto. K.

Questa linea . g. K. portione delle perpendicolari. e. f. & . h. h. mostrerà esſere il mezo il g. della ſua perpendicolare. e. f. tirata ſopra della retta. a. b. & il K. della ſua perpendicolare. h. h. ſopra della retta. e. h. Dunque ſe detti due punti. g. K. concorreranno in vno iſteſſo punto, iui ſarà il mezzo comune, trà dette due concorrenti rette. a. b. & . h. c. Ma ſe non concorreranno detti due ponti. K. g. lo ſpatio trà di loro, che ſarà l'iſteſſa linea . K. g. (per la medeſima prop. pri.) diuidaſi in due parti equali nel punto. o. che ſarà il mezzo giuſto di dette due rette concorrenti. a. b. & c. h. per dà piedi di ciaſcuna d'eſſe ; Queſto iſteſſo, che s'è detto douerſi fare nel dà piede di dette rette concorrenti. a. b. & . c. h. & che s'è fatto, come s'è veduto, facciaſi anco, per dà capo di dette due concorrenti rette. a. b. & . c. h. & ſarà il mezzo il punto d'eſſe lo. r. Dà queſti due punti dũque. o. r. tireſi vna retta, che ſarà la. r. o. Dico, che queſta. r. o. ſarà trà dette due rette concorrenti. a. b. & . c h. la linea mediale, che trà di loro s'andaua cercando. Perciochè detta linea. r. o. è ſtata dedotta dà due punti medij. r. & o. per da capo et per da piede delle due rette concorrenti. a. b. & . c. h. adunque & c. che era da dimoſtrarſi.

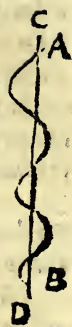
Ma s'occorreſſe, che queſte due linee rette concorrenti non foſſero d'equale longitudine, ma l'vna fuſſe più lunga dell'altra, in q̃ſto caſo comincieſi dall'eſtremo della linea più corta à tirare la perpendicolare detta di ſopra, nell'eſtremo d'eſſa più corta, alla volta & verſo della linea più longa, cada doue ſi voglia, ſecondo che vorrà la qualità della retta, ſopra della quale ſarà tirata. Dall'altra parte, ſopra della linea più longa delle ſudette due concorrenti, tireſi la perpendicolare, al modo detto di ſopra, ma talmente, che queſta perpendicolare, interſechi, & ſia interſecata dall'altra perpendicolare tirata ſopra l'altra retta concorrente, più corta ; Et ciaſcuna di dette perpendicolari diuidaſi in due parti equali, & ſi ritrouerà il mezzo, & nel reſto adopereſi come s'è detto di ſopra, che non ci è alcuna differentia, che la ſudetta; che ſe ben ciaſcun da ſe medeſimo haueſſe potuto auertire, nondimeno hauemo & anco noi voluto dirne, perche più ſpeditamente, ſenza alcuno intoppo, & ſenza alcuna fatica ſi poſſa conſeguire l'intento. Queſto modo rieſce veriſſimo, anco quando le due rette fuſſero paralelle, nel qual caſo le due perpẽdicolari tirate ſopra & l'vna & l'altra retta paralelle, concorreranno di tal ſorte inſieme, che l'vna ſarà l'altra ſcambieuolmente ; perche l'vna perpendicolare tirata ſopra vn'altra retta paralella è l'iſteſſa, che la tirata ſopra dell'altra retta paralella, come facendone eſperientia, ciaſcuno ſe n'auederà con la proua in mezzo.

XIX. Propoſitione.

Qual ſi ſia linea curua poterſi redurre à regolarità.

Sia la curua. a. b. che ſi voglia redurre a regolarità ; Dal punto. a. eſtremo di eſſa curua. a. b. tireſi vna retta all'altro punto eſtremo. b. che ſia. c. d. Diceſi, che q̃ſta retta. c. d. è la regola di detta curua. a. b. & cõſequẽtemẽte detta curua. a. b. ſi ritroua regolata da detta retta. c. d. La ragione è, ꝑche il pũto. a. ſi ritroua eſſere capo d'eſſa curua. a. b. & dall'altra parte il punto. b. ſi ritroua eſſere

*ua essere l'altro estremo, per la parte del fine; Adunque nõ s'esten-
de detta curua. a. b. ne più innãzi ne più indietro, ne più sù ne più in
giù, ne più quà ne più la, & in detti estremi punti. a. & b. essa ter-
minerà, & finirà, & comincerà, & si ridurrà; Adunque la retta.
c. d. perche passa da gli estremi punti. a. & b. della curua. a. b. regola
detta curua. a. b. che è quello che si voleua dimostrare. Ne importa,
che nel mezzo, ò in altra parte di detta curua. a. b. la. c. d. alcuna
volta non passi, ò non tocchi, ma si discosti, & alcuna volta, in qual-
che parte, la tocchi, ò in superficie, ò per adentro; percioche, queste
parti non regolano, ne hanno da regolare essa curua. a. b. ma esse par
ti sono da essere regolate, & si regolano dal principio. a. & dal fine.
b. di detta curua. a. b. Che detta. c. d. sia retta, & in oltre regolare,
appare per la 4. diff.*

C
A
B
D

*Auertite; che diciamo vna curua potersi redurre à regolarità rispetto à se
stessa, & non rispetto ad altri; vogliamo dire, che essa curua rispetto à se cur-
ua, si dirà regolata, & non rispetto ad altri.* Da *questo si scorge manifestamẽ-
te, come à suo luogo vedrassi, che'l regolare delle fronti de' campi nell'istesse
ripe delli fiumi per diuidere l'alluuione & l'Isole, et gl' Aluei, che* Bartole *ri-
trouò, non fù à proposito;* Ma *di più il contrario à punto di quello, che si vole-
ua; perche questo regolamento delle fronti de' campi, non era rispetto à se me-
desime, ma rispetto alla diuisione dell' Alluuione, dell' Isola, & dell' Alueo, da
farsi alli campi, per le lor fronti regolati;* Per *il contrario poi, bene da noi fù
detto, che si douesse regolare il tortuoso corso del fiume; & conforme a que-
sta regola, si desse à ciascuno campo, per le latitudini delle sue fronti, c'haue-
ua nelle ripe, ad esse più propinque; perche in questo caso detta linea retta,
che regola il tortuoso corso del fiume, nõ partecipa dell' Alluuione, ne dell' I-
sola, ne dell' Alueo, da diuidersi, ma solo regola il come detta Alluuione, &
detta Isola, & detto Alueo si debba diuidere ad altri.* Ma *questo intenderas-
si più facilmente, quando di sotto si saprà, come diuise* Bartole, *& come dicia-
mo noi si debba diuidere, doue si ricorderà del quì da noi detto, & conoscera s-
se da se medesimo la verità istessa.*

*Il medesimo si dice di due linee curue cõcorrenti, nella fine, & principio di
esse stesse; cio è che se da questi due estremi punti, doue esse curue concorrano
si tirerà vna retta, questa dirassi regolare, così l'vna come l'altra d'esse curue
concorrenti in detti due estremi punti, dalli quali sarà dedotta la retta, per
l'istessa cagione; & anco perche questa tal retta, è comune, così all'vna co-
me all'altra curua; perche l'vna & l'altra curua concorre in due punti co-
muni, dalli quali detta retta diciamo douersi dedurre.* Per *essempio, (che à
questo effetto particolarmente è questa propositione) come interuiene nell' I-
sola nata nel fiume; che questa ha di quà & di là da se il fiume, che la bagna,
per il che si fanno le ripe, & queste sempre curue, ò non mai rette, ne regola
ri, ma sempre nondimeno che cõuengono in due ponti, doue cõcorrono nell'vno*

da capo d'essa Isola, doue il fiume, per prima d'vn sol riuo, si diuide in due, à similitudine della lettera. y nell'altro, da piedi di essa Isola, doue di nuouo il fiume, come per prima, si fà d'vn sol riuo; perciochè se dal punto da capo d'essa Isola doue il fiume d'vno si fa due riui, tirerassi vna retta all'altro pũto da piedi dell'Isola, doue il fiume con li già due fatti riui, si riunisci, dico che per questa retta tiratavi le due riue curue di qua & di la di detta Isola saranno rettificate, per questa già esposta propositione.

XX. Propositione

Di due linee curue paralelle potersi ritrouare la media paralella, ad esse due curue paralelle.

Sian le due linee curue. a. b & . c. d. paralelle (per la precedente 19.) si regolino; onde dal punto. a. al punto. b. d'essa curua. a. b tiresi vna retta, che sia e. f; l'istesso facciasi con l'altra curua. c d. & al punto. c. tiresi vna retta al punto d. che sia g. h. sopra della. e. f. retta della curua a. b. (per la 16. sodetta) nel punto e. tiresi vna perpendicolare al punto. g. della curua. c. d. Questa istessa operatione essequiscasi dall'altro capo, di detta retta. e. f. & . g. h. delle curue. a b. & . c. d. & sarà la perpendicolare. f. h; Questa diuidasi (per la pri.) in due parte equali, nel pũto. K. et cosi diuidasi l'altra pp̃edicolare. e g. nel pũto l. et da questo pũto. l. tiresi vna retta al pũto. K. che sarà. l. e. Dico, che questa retta l. K sarà la media paralella alle due curue paralelle. a b. & . c. d. (p la prop. antecedẽte xvij.) Ne fa à proposito, che detta retta media. l. K. hora s'accosti all'vna curua. a b. et hora s'accosti all'altra curua. b. c. & hora si discosti, si che quãdo s'accosta alla curua. a. b. si discosti dalla curua. c. d. & cosi per il contrario, quando si discosta dalla curua. a. b. si accosti alla curua. c. d. Perciochè, se ben si guarda scambieuolmente s'accosta, & si discosta, si che nell'ultimo, per quel tanto, che s'è discostata in vn'reuolgimento dalla curua. a. b. & s'è accostata alla. c. d. per quel tanto, nell altro reuolgimẽto, s'è accostata, & discostata dalla curua. c. d. onde equalmente in mezzo s'ha dall'vna. a. b & dall'altra c. d. curue linee, come si vede; Ma se nõdimeno più precisamente si volesse questa media linea tra le dette curue. a. b. & . c. d opéresi (per la prop. 9 & come iui auertisco) che succederà secondo il volere, giustamente; Ma per conseguire anco l'istesso per via più materiale, & pratichevolmente si può fare à questo modo; la metà della perpẽdicolare. e. g. che in questo caso sia. l. g. mouasi sì, che'l pũto d'essa. g. trascorra, per la curua. c. d. dal punto. e. fino nel punto. d. & l'altro punto. l. di essa l. g. trascorra à perpendicolo sopra della retta mediale. l. K. fino al punto. K. che causerassi per tal tiramento vna linea curua, che sarà la. m. n. che dico sarà la media paralella, & equidistante dalle curue. a. b. & c. d. Perciochè dette curue. a. b. & c. d. sono paralelle; & la detta. m. n. si ritroua essere tirata da capo à piedi di dette due curue; a. b. & c. d. per il mezzo, ch'era la l. g. metà delle perpen-

dicolare.e.g. larghezza di quãto dette curue.a.b.et c.d. si discostauano da sieme; Adũque è media Adũque s'è prouato l'intẽto; Ma m'occorre d'auertire, che nõ è stato superfluo nella sodetta dimostratione di descriuere le due rette. e.f. rettificãti la curua.a.b.et la retta.g.h.rettificãti la curua.c.d come quasi, che bastasse solamẽte dedurre la perpendicolare.e.g da capo,et la ppendicolare f h. da piede, dell'istesse curue.a.b.& c. d. se queste perpendicolari f.h.& e.g. fussero, come sono state diuise in due parti equali. la f.h. nel punto.K & la.e.g.nel punto.l.& da questi due pũti l al pũto.K. fusse tirata la retta.l.K. Perciche questo hauria luoco, & saria ben vero, quando occorresse, come occorre nella presente positione, che le curue paralelli s'hauessero equali, nella lõghezza, & dal doue dette curue fussero situate, si potesse hauere lo squadro, come accade nel nostro essempio; ma quando occorresse, che le curue non fossero equali ne in longitudine, ne manco dal luoco doue si ritrouano situate dette curue, si potesse sapere ne conoscere lo squadro, d'esse, non mai si potria sopra d'esse curue così dall'vna come dall'altra, dedurre vna perpendicolare; perche la perpendicolare suppone la linea retta, & nondimeno queste due, sopra delle quali si vuole dedurre vna perpendicolare. si ritrouano esser curue, sopra delle quali non si possano dedurre perpẽdicolari, se non si regolano, come, & nel modo, c'habbiamo fatto noi. Di più se dette curue non si rettificassero, come habbiamo fatto noi, & sopra dell'vna all'altra si volesse dedurre una perpendicolare, segueria il più delle uolte, il contrario di quello, che si cerca; percioche occorreria, che dal conuesso di questa curua, si tirasse la perpendicolare al conuesso dell'altra curua, ò per il contrario, dal cõcauo dell'una al concauo dell'altra curua, ò più sù, ò più giù; & douendosi (come dicemmo di sopra) di questa pigliare il mezzo, per hauere una regola, per ritrouare la linea mediale di dette due curue. non solo non haueremmo il mezzo. ma saressimo, alcuna uolta, nell'vno de gl'estremi; onde ne succederia tutto il contrario di quello, che desiderassimo; ma operandosi come dicemmo, indubitatamente sempre ne succede l'intẽto. Che si deue molto bene auertire da noi, che hauemo da diuidere l'Alluuioni, & l'Isole, & gl'Aluei posti à lato & tra le ripe delli fiumi, che non mai ò di raro si ritrouano di linee paralelle, ò rette; ma per il contrario di curue, inequali, & incertissime. Concludo dunque. che dette due rette l'una.è.f.che regola la curua a.b.& l'altra retta.g.h.che regola l'altra curua.c.d.necessariamente bisogna che ve si delineeno, s'altri vuol ritrouare le perpendicolari. e.g& f.h.& da queste tirare la mediale ò regolare l.K.

Mi son tratenuto in questa dimostratione, percioche questa è il fondamenno delle diuisioni da farsi da noi, dell'Isola & dell'Alueo, secondo il nostro modo, & la verità istessa, come vedrassi all'occasioni. Per il quale rispetto ancora, non posso restare di non insegnare anco vn altro modo di delineare la sodetta media linea, tra l'vna & l'altra curua paralelle, le quali in questo caso, altro all'vltimo non ripresentano, che le riue di qua & di la del fiume, che

tra

tra ſe comprendono, ò l'Iſola, ò l'Alueo, da diuiderſi, come ſi dirà al ſuo luogo; Et queſto modo auertaſi, & ben s'impari, perche in eſſo cõſiſte tutto queſto fatto di diuidere giuſtamente, & l'Iſola, & l'Alueo. Dico dunque che ſe occorrerà, che le linee curue & paralelle ſieno di gran ſpatio tra ſe lontane, sì che non ſi poſſa operare, come dicemmo, & ſi vede eſſere operato, in queſta carta, ma vi ſia biſogno d'altro, che di vna riga, ò ſguadra, ò ſimile, che ſeruono in poca diſtantia. In queſto caſo, dapoi che ſi ſarà ridotto & l'vna & l'altra curue, à regolarità, & ſi ſaranno tirate le perpendicolari, da capo, & da piedi di dette curue redotte à regolarità, nel modo detto poco fa di ſopra, & ſi ſarà ritrouato il mezzo, di dette due perpendicolari, queſto mezzo noteſi, con vna corda tirata dalla vna linea curua, alla detta retta regolare, & media; Et queſto annotamento ſia vn nodo fatto in detta corda; In queſto nodo cacceſi un chiodo, ò altro aguzzo, ò attaccheueſi una ſacchetta piena d'arena, ò di cenere, & che habbia detta ſacchetta vn buco in fondo, ò pure à detto nodo attaccheſi vn vaſo, c'habbia vn buco in fondo, & impiaſi d'acqua; Doppò habbiaſi vna ſguadra, l'angolo della quale facciaſi che cada nell'vltimo punto della retta mediale; & del nodo di detta corda, sì che l'vn lato di detta ſguadra, cada ſopra di detta retta mediale paralella, & l'altro lato d'eſſa ſguadra cada à liuello ſopra della detta corda; & da capo à piedi di detta retta mediale & da capo à piedi della linea curua vadaſi tirando à ſguadra con detta ſguadra la ſodetta corda, ſeguendo la poſitione di detta curua. In queſto caſo, perche quel chiodo, ò altro aguzzo, cacciato in quel nodo della corda, ò l'arena, ò cenere, che caſcherà della ſacchetta sfondata ligata al ſodetto nodo, ſegnerà, ò noterà per terra, ò l'acqua, che caderà del vaſo aperto, & ligato in detto nodo, bagnerà la terra per tutto, per doue paſſerà detto nodo, à modo & ſecondo la poſitione della curua, per la quale ſarà tirato l'altro capo della detta corda, da capo à piedi di detta curua, cauſerà, per tal paſſaggio, & tranſito, nell'Iſola, ò per l'Alueo, per doue paſſerà, vna curua, ne più ne meno, che ſe ſia la curua già poſta; & ſarà ſimile all'altra curua, dall'altra parte, che già ſi ſuppone paralella, all'altra curua; & ſarà media, tra tutte due dette curue; perche è tirata, con la metà della latitudine di dette due curue, da capo & piedi, come s'è detto anco, per prima nel principio di queſta iſteſſa propoſitione xx. Queſta operatione, che hauemo fatta, con la ſguadra angolare, ſi può fare con lo ſguadro da miſurare i campi; coſi ancora cõ tutti quelli mezzi, che dicemmo di ſopra nella prop. 16. doue ſi veda.

XXI. Propoſitione.

Di due curue linee, non paralelle. poterſi ritrouare la media equalmẽte diſtante da tutte due le dette curue non paralelle.

Per la precedente propoſitione 20. opereſi quello iſteſſo in queſta, che s'operò in quella in tutto & per tutto, & ſuccederà l'iſteſſo, che ſucceſſe nell'antecedente già detta; Solo ſarà differente che doue, nel antecedente, con vn ſol tratto di linea, da capo à piedi dell'vna delle curue tirata, per il

mezzo,

mezzo, delle due curue, ſuccedeua la media linea, trà dette due curue, in queſta preſente 21. non rioſcirà così, ma cō più tratti, per cagione, che le due curue non ſono equidiſtanti, ne paralelle, ma più larghe, & lontane da ſieme, da vna parte, che dall'altra; & così anco, per il contrario, per l'altra parte più ſtrette. Onde auerrà, che in qualche parte di dette curue non paralelle, doue ſaranno ſtrette più, che nel capo, ò altroue, la media dedotta à liuello, dell'vna delle dette due curue, ſopragiungerà l'altra media dedotta à paralello dell'altra curua; & per doue dette due curue ſaranno da ſieme più diſtanti dette medie dedotte, & dall'una & dall'altra curua, à lor paralelle, non ſi toccheranno, ma anzi ſi diſcoſteranno: Per il che, in queſto caſo ſarà biſogno di pigliare il mezzo di queſte due medie dedotte à paralello delle dette due curue, così in quella parte, doue non ſi ſopragiungano, ma diſtano come dall'altra parte, doue ſi ſopragiungano, & trapaſſano, & per queſti mezzi tireſi vn altra linea media, che ſarà la media, che diciamo poterſi ritrouare, di due curue non paralelle. Che nondimeno più felicemente ſuccederà, ſe tutto il contenuto da dette due linee curue tra ſe non equidiſtanti, da capo à piedi diuideraſſi per linee paralelle alle da capo ò alle da piedi tirate linee di dette due curue, doue tra ſe dette curue ſaranno ò più lōtane, ò più da preſſo per quella diſtantia, che nel reſto parrà, che terminino nelli campi per di qua, & per di là dell'Iſola, & per ciaſcuno di detti ſpatij trapreſi da queſti tirateui paralelle opereraſſi l'iſteſſo, che dicemmo di ſopra. Ma perche, da queſta propoſitione dipende tutto il noſtro modo di diuidere l'Iſola, & l'Alueo, piacene dimoſtrarla, come quaſi di nuouo, vn altra volta. Sieno dunque le curue non paralelle. a.b. & c.d. (per la 19.) riducaſi à rettitudine la. a.b. per la. e f; così anco la curua. c.d. riducaſi à rettitudine, per la g.h. & tireſi dal pūto. e. eſtremo della curua. c.d. ſopra la curua. a.b. nel punto. a. la perpendicolare. a.c. Il ſimile opereſi da piedi delle dette curue. a.b. & c.d. ne gli eſtremi punti. b. della curua. a.b. & d. della curua. c.d. & ſarà la paralella b.d. Diuidaſi (per la prima) queſta ꝑpēdicolare. b.d. in due parti equali nel pūto. K. Il ſimile facciaſi dell'altra ꝑpēdicolare. a.c. nel pūto l. Da queſto pūto. l. al pūto. K tireſi una retta. l.K. (Per la precedēte xx.) per la metà della perpendicolare. a.c. che ſarà. l.c. Deſcriuaſi vna linea curua à ſimilitudine & à paralello della curua. c.d. che ſarà. l.m.n.o.K. che ſarà rettificata dalla. l. K. Il ſimile facciaſi con l'altra curua. a.b. che ſarà. l.p.q. r.ſ. le quali due linee. l.m.n.o. k. & l.p.q.r.ſ. (ſe ben ſi guarda) nel punto. l.t.u.x. ſi congiungono; & al contrario, nelli pūti. m p. ſi dislontanano, come fanno nelli. q.n. & r o. & ſ. Doue, dunque ſi congiungano. t.u. x. l. iui ſi ritrouano eſſere nel mezzo delle dette due curue. a b & c.d. Onde in queſti punti. l.t.u.x.ſ. s'ha l'intento, cioè che la linea è mediale; Ne gli altri pūti. m.p. & q.n. & r.o. & ſ.

A E L G C T P M V Q N R O X S B F K H D

& .f.K. doue si discostono, non sono mediali à dette curue a.b. & .c.d. Per il che bisogna ridurle al mezzo, che si farà se tra detti spatij .m.p. & q.n. & .r. o. & f. K. ritrouerassi vna linea mediale, che sarà facile per rispetto, che li spatij, per quanto disconuengono, sono di poca distantia, & sono dinanci a gl'occhi, sì che, senza altro ve si potrà dedurre vna linea mediale, la quale vnita con li punti, doue cõuengono, nel resto ad esser nel mezzo rispetto a dette due curue. a.b. & .c.d. farà intieramente, la linea mediale .l.K. equidistante dalle due curue non paralelle .a b. & .c.d. che è quello, che se haueua ad operare; Ma se la difficultà del fiume, ò del sito, non patisse, che si potesse hauere la lõgitudine delle linee curue, per mezzo della corda, che di sopra dicemmo, all'hora racorrasi alli modi, che s'hanno appresso Giouãni Stoflorino nel suo libro dell'vso dell'Astrolabio, nell'ultimo libro; & appresso di Cosmo Bartole, nel suo libro del modo di misurare le distantie; doue ritroueransi raccolti molti modi da potersi conseguire l'intento, che se volessimo riferirli, trapassaremmo il termine del nostro fine di molta lunga.

Non posso non raccordare, che si metta bene in pratica queste nostre poche aggiunte Propositieni, come si vedono facili, & chiare; perciochè se d'esse se ne sarà ben patrone, io assicuro, che si diuiderà anco facilissimamente, & bene, & presto, qual si voglia Alluuione, qual se sia Isola, & qual si voglia Alueo, in qual si voglia modo, che si ritroueranno, tra ripe, ò fronti di Campi, rette, ò curue. concaue, ò conuesse; ò circolari, che vogliamo dirci, angolari, ò di retti, ò di ottusi, ò di angoli acuti; & in somma, di qual sorte si sieno, & si possino immaginare, & che mai adesso, & che nell'auenire saranno per ritrouarsi; perche il modo nostro da dirsi, & da mettersi in essecutione, col mezzo delle sodette nostre aggiunte Propositioni, comprende & abbraccia ogni cosa, & ogni indiuiduo, di caso, de Alluuione, d'Isola, & d'Alueo, come vedrassi, al suo luogo, con l'isperienza in mezzo, ne' casi che s'offerirãno, & che si potrãno anco fingersi à capriccio, quando vorrassi.

Cap. IIII. Delle Regole legali.

HAuemo fin qui detto tutto quello, che à nostro giudicio n'è parso bisogno, & per la facilità d'operare, & d'intendere le cose da dirsi; perche, quando verrà l'occasione del già detto fin quì, non n interrõpa, se non essendosi inteso, volessimo, come ne saria bisogno, dechiararlo; & anco perche nelli spartimenti & diuisioni, che ne bisogneranno fare, non ne bisognasse replicare, & designare i modi, con li quali si viene a tal diuisioni, che non hauendo seruato Bartole, con tante linee & archi, & punti delli quali (come vedremo) poteua far di manco, ha causato tãta oscurità, nelle sue figure, altramente chiare, che, ò non s'intendono, ò con grandissima difficultà. Per il che, ciascuno può molto ben comprendere quanto importi, & sia da diligentemente auertire alle cose tutte già fin qui da noi dette, acciochè quando saremo

remo ad operarle, & preualercine si intendino, poi che iui non le replicaremo altramente, ma d'esse ce ne seruiremo come di cose, che già sieno dette, & si sappino, ne d'esse descriueremo altramente la sua figura ne modo, per non generare quella oscurità, con la difficultà ancora, c'habbiamo detto, & ciascun vede essere accaduto nelle di Bartole. Resta hora dunque che diciamo anco, per vltimo, che di sopra promettemmo, delle Regole legali che così hauemo voluto chiamare quello, che la legge dispone circa del da noi diuidersi, perche queste dispositioni sonno come quasi Regole, che n'indirizzano à quello, che dobbiamo fare; accio che non erriamo in queste diuisioni; & l'hauemo ridotte à capi come fin quì habbiamo fatto del resto, per maggior facilità, & anco perche la legge così le propose, come può vedersi nel libro 41. delli Digesti tit. 1. nelle leggi infrascritte cio è nella 7. Adeo quidem. 12. Lacus & stagna. 16. In agris limitatis. 29. Inter eos, qui secundum. 30. Ergo si Insula. 31. Attius fundum. 56. Insula est nata. 65. Si epistolam. Et al libro 7. tit. 1. alla legge 10. Item si fundi vsusfructus §. huic vicinus; Et nel del Codice dell' Imperatore Giustiniano al lib. 7. per tutto il tit. 41. Et nelle sue Institutioni lib. 2. tit. 1. §. Præterea quod per alluuionem & nel. §. Insula. Che sonno l'infrascritte cio è.

1 *L'Alluuione è tutto quello di terra, che'l fiume accresce insensibilmente, cō molto spatio di tempo ad vna delle ripe, dalla quale esso fiume si discosta.*

2 *L'Alluuione non apertiene se non a' campi, che sono dalla parte d' essa alluuione.*

3 *Non à tutti li campi, ma alli propinqui, & contigui ad essa alluuione.*

4 *Non per la quantità d'essi campi nel lor corpo.*

5 *Ma per la quantità della latitudine delle fronti d'essi.*

6 *Fronti, sono gl'estremi de' campi, nell'vltimo delle ripe.*

7 *Ripe, sono gl'estremi, & delle fronti de' campi, & del fiume, ò dell' Alueo, doue altre volte passaua il fiume.*

8 *Quantità, & latitudine delle fronti de' campi, è lo spatio compreso da vn punto all'altro, de' termini, & confini d'essi campi.*

9 *Termini, & confino de' campi sono gl'estremi della latitudine, & della longitudine de' campi, come sono le linee della superficie.*

10 *Quello, che s'è detto dell' Alluuione, l'istesso s'intenda dell' Alueo, & dell'alluuione dell'alluuione, cioè che si diuida come la prima Alluuione.*

Come, per essempio, hoggi fino à questo termine, il fiume hà lasciato vna Alluuione, che s'è applicata ad alcuni campi, conforme à quello, che ne hà disposto la legge. Di nuouo il fiume aggiunge, & si ritroua hauere aggiunto noua altra Alluuione alla gia applicata Alluuione; dice la legge, che questa noua Alluuione s' hà da diuidere ne più ne meno, che l'altra già diuisa Alluuione, come & non altramente, che la prima Alluuione già diuisa, & applicata, non fusse più Alluuione, ma campi, per essere già applicata a' campi, & però fatta campo, & non più hauere il nome d' Alluuione.

Questo è quello, che n'è parso bisogno prima d'ogn'altra cosa preporre, che veniamo alla dechiaratione di alcuna figura di Bartole, come che senza di hauerlo detto, in niun modo (se altramente non si fusse saputo) si saria potuto intendere, ne anco vna figura, per facile, che si fosse, & per gl'altri rispetti, c'hauemo detto di sopra: Resta hora, che vediamo quello, che disse Bartole, in questi suoi libri della Tiberiade, & che noi secondo la promessa, più che ne sarà possibile lo rendiamo facile & chiaro, in vtile di ciascuno, che n'hauerà bisogno, & à laude d'Iddio.

TIBERIADE DI BARTOLE
Lib. Prmo Dell'Alluuione.

BArtole chiamò tutto questo suo trattato Tiberiade, percioche tutto quello, che in esso si contiene, fù per causa del Teuere, doue & appresso del quale si ritrouaua à spasso in vna villa del Perugino, nel quando fece questo trattato, (come egli medesimo dice.) N'altro vuol dire, che dell'Alluuione, dell'Isole, & de gl'Aluei, che tutti sono causati da fiumi, de' quali esso Teuere, è vno, dal quale esso Bartole intitulò tutto questo suo trattato diuiso in trè libri; Nel primo trattò dell'Alluuione; Nel secondo dell'Isola. Nel terzo dell'Alueo; & questo perche in trè modi il fiume si ritroua tra le sue ripe, & doue corre; percioche sel fiume si discosta dall'una delle ripe, l'interlassato trà se ò il corrente d'esso fiume, & la ripa, dalla quale s'è discostato, si chiama Alluuione, di che tratta il primo libro. Ma se non si discosta ne dall'una ne dall'altra ripa, ma anzi, & à questa & à quell'altra pur troppo accostandosi in mezo di se, interlassa qualche spatio di terra, da questo si fà & causa vn ridotto di terra che dicesi Isola, soggetto del secondo libro. Ma s'in tutto & per tutto ne tra questa ne tra quell'altra ripa trascorre, per doue prima trascorreua, ma di più in oltre hà interlassato il suo corso, & per altroue hà cominciato à correre, l'interlassato primo suo, per doue correua, si chiama Alueo, onde si fà il terzo libro dell'Alueo. Hora hauendo noi a trattare del primo libro, & conseguentemente dell'Alluuione, forse non sarà fuor di proposito di descriuere, ò dechiarare, più breuemente, che ne sarà possibile, che cosa ella sia, acciochè sappiamo di che s'hà da ragionare; Però diciamo, che dire, come disse il Giurisconsulto, che l'Alluuione sia vno incremento, che non si scorga; è veramente detto, rispetto al modo, che si fà, & è in se formalmẽte; ma perche ciò più presto consiste nell'intelletto, che in materia, come &c. della quale noi habbiamo à discorrere, & formarui sopra le figure, che non si può fare sopra di quello, che si dice essere incremento latente; Per questo ne pare più a nostro proposito dire, l'Alluuione essere quel spatio di terra, &c. come habbiamo detto nella prima delle Regole legali, che dire essere vno augumento latente, perche, come diceuamo, esplica la sostanza d'essa Alluuione, che è incorporea, sopra di che non può cadere operatione corporale, che è il diuidere; et nõ esplica la materia et suo essere corporale, sopra di che c'habbiamo

biamo ad operare. Tutto questo libro primo dell' Alluuione si diuide in quattro parti, secondo che contiene quattro sorti di figure d'essa Alluuione da diuidersi; Nella prima parte, che cōtiene cinque figure, si danno cinque principij necessarij ad intendere il delle figure, che si soggiungano. Nella seconda, venendo al modo di diuidere detta Alluuione, si disegnano otto figure di linee rette, delle quali rette si soppone essere & constare anco le ripe. Nella terza si tratta delle ripe di linee curue; & cōtiene sette figure. Nella quarta si decidono due questioni dependenti dalle già disegnate figure, che in tutto fanno il numero di ventidue. Della prima parte dunque la susseguente.

Prima Figura è:

Delle linee rette paralelli, & delle concorrenti, che in questa figura prima Bartole diffinisce; delle quali, perche noi habbiamo detto di sopra nella diff. 4. & diff. 6. doue anco trattammo delle linee concorrenti, non occorre quì ne diciamo altro. solo bisogna auertire, che Bartole, quādo disse, che vna retta si poteua considerare rispetto, à se stessa, & rispetto ad altra linea; parlò men propriamente; Percioche, tutte le rette linee, & rispetto a se, & rispetto ad altre, sono sempre rette; & il cadere d'una retta sopra più vna parte d'un'altra, che all'altra parte, cioè, perche s'inchina, nō fà che la retta non sia retta; perche è impossibile; ma si bene, che non sia perpendicolare, cio è linea retta cadente stia ad equilibrio, cio è causi due angoli retti, dall'vna, & dall'altra parte di se medesima, come dicemmo alla diff. 6. 11. & 13. & questo volse dire Bartole; Onde si deue notare, che altro è linea retta, altro linea perpendicolare; la retta può stare inchinata, & non dimeno è retta, ma perpendicolare a niun modo può stare inchinata.

Figura seconda.

Diffinisce Bartole in questa seconda figura tutti gl'angoli; cioè il Retto, l'Ottuso, & l' Accuto, di che, perche medesimamente s' è detto da noi à bastanza nelle diffinit. xj. xij. xiij. per non hauer, senza proposito, da replicare il medesimo, non ne diremo altro; Solo soggiungeremo, che la dubitatione, che fà quì Bartole dell'angolo posto più ad vn' modo, che ad vn'altro, rispetto à quelli, che li vedono più ò meno inclinati, è più presto a dechiaratione, che di necessità; & forse ne parlò men propriamēte; pcioche (come dicemmo nella su detta prima figura) la linea retta sempre è retta ò inchine ò decline più & meno sopra d'un'altra retta (che questo non la fà retta) dall'una, che dall'altra sua parte; & così anco vno angolo retto sempre è retto, sia come si voglia situato in carta ò altroue in altra materia descritto, ò di sopra ò di sotto, ò à trauerso ò in qual si sia altro modo; Ma forse Bartole hebbe rispetto, à quello, che volgarmente si suol dire, cio è, che retto chiamasi quello, che rettamente sta rispetto à noi ò di qualche altra cosa, senza hauersi altro risguardo, se rispetto à se medesimo sia ò non retto, come anco chiamasi il disotto a' piedi l'altro Emisferio. Et di più anco (& male) chiamasi retto quello, che si deueria dire, & è perpendicolo, come, per essempio, che esso Bartole pro-

pone, sia la linea. a. c. retta, & sopra ad essa cada la perpendicolare. d. b. Non è dubio, che l'volgo dirà, che queste linee. a. c. & d. b. non sono rette; non perche vogliono affirmare, che sieno curue, ma vogliono dire quello, che propriamẽte si diria da chi intendesse, rispetto alla quadratura di questa carta non sono poste a perpendicolo, che è verissimo; mà (come s'è detto) malamente ò impropriamente, si chiamano non rette. Adunque per concludere, le linee rette, ò gl'Angoli, con le sue linee, stieno in sù volte, ò in giù, ò a trauerso sempre, se saranno rette, ò Angoli retti, ò perpendicolari, saranno tali, & diransi, & chiameransi, rette, & retti; perche non li rispetti, in questi si cõsiderano, ma in se come sono, & non altramente, come anco ben disse Bartole, che è stato causa, che ancor noi insieme con lui n'habbiamo detto il fin quì, per maggior dechiaratione, & intelligentia di tutti quelli, che non sonno in queste scientie di Matematice più, che tanto, introdotti; perche a gl'altri sono cose di leggerissimo ò di niun valore, ma noi con Bartole supponiamo di scriuere à chi cerca di imparare, ne sà; per il che quei, che sanno, le trapassino, & quei, che non sanno, le legghino, che a loro sono scritte.

B
C
D
A

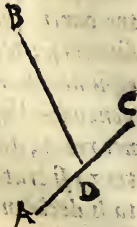
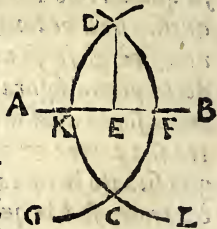



Figura terza.

Si può diuidere vna retta data in due parti equali.

Di questa propositione anco noi dicemmo sopra nella propos. prima.

Mà resta d'auertire solo, che q̃sta figura è posta, pche nelle seguẽti figure bisogna partire equalmẽte; ne alcuna diuisione è tale, che nõ sia partita in parti equali, che succede dalla sodetta ꝑpositione, di saper partire vna retta in due parte equali; il che se bẽ sia prouato nella sodetta prima Propositione, ꝑ la dimostratione istessa, che Euclide ne fece, nõdimeno, pche Bartole ꝑcede ꝑ vn'altra strada a prouarne il medesimo più materialmẽte; & pche da questa depẽde quasi tutto quello, che in q̃sto trattato, nell'auenire, habbiamo da dire, hò giudicato non esser se non bene, di referirlo, & anco più chiaramente di quello, che esso medesimo Bartole si faccia. Sia dunque la linea retta data da diuidirsi in due parti equali. a. b. Põgasi l'un piede del sesto nel punto a. dell'estremità di detta linea. a b. & l'altro s'estenda di là del mezo (a beneplacito) di detta linea. a. b. in f. & delineesi vno arco di vn circolo ò tutto il circolo, che sia. a. f. g. d. Il medesimo si faccia dall'altro punto. b. della linea. a. b. con la medesima, & istessa apritura di prima; onde si faccia il circolo. b. K. l. d. il quale intersecherà l'altro circolo, & sarà intersecato, nel punto. d & nel punto. c. Dalli quali intersecamenti. d. &. c. tiresi vna retta. d. c. la quale intersecherà la retta data. a. b nel punto. e; Questo punto. e. dicesi essere il mezo di detta linea data. a. b. & così conforme al proposito. e. prouasi; perche, dice Bartole, se d'equali portioni torransi portioni equali,

D
A B
K E F
G C L

quella

quella che rimane ſarà equale; come a dire, ſe da due borſe, che ciaſcuna d'eſſe dētro habbia venti ſcudi ſe ſi ne torran diece, quelli che rimarranno, che ſaranno dieci, ſaranno equali, come quando per prima ciaſcuna d' eſſe n' haueua venti; Mà la linea retta. a. f. del circolo. a. f. g. ſi ritroua eſſere equale alla retta b. K. del circolo. b. l. K. perche dell'una & dell'altra (per conſtrutione) è la medeſima quantità, perche ſono due diametri di due circoli tra ſe equali; Adunque ſe da queſte due rette equali. b. K. del circolo. b. & dall'altra retta a. f. del circolo. a. torraſſi dalla b. K. portione equale, alla retta. f. b; et del circolo a. la portione. a. K della retta. a. f. quello ne rimarrà. K f. ſarà equale, & così ſarà ſecato nel mezo in due parti equal; Ma ciò nō ſi cōclude; ſe bē cōclude, che il rimaſto ſia equale ma forſe il teſto è ſcorretto ò deffettuoſo. Nōdimeno in ſe dice il vero, come nella detta prima ꝓpoſitione, doue ſi veda.

Da queſto ſ inferiſcono due coſe al noſtro propoſito delle diuiſioni; la prima è che ſe ſi ritrouaſſe alcun ſpatio di terra ò d'altra ſuperficie di quātità di detta retta. a. b. da diuiderſi equalmente, per ragione di proſſimità, & confināza, detta linea perpendicolare. d. c. lo diuideria. Onde tutto quello, che ſaria dalla detta. d. c. perpēdicolare cōpreſo, da man ſiniſtra di me, che ſcriuo, (per la ſupp. 5.) ſarà dell'uno de' vicini, & il compreſo da man deſtra, (per la ſupp. 6.) ſaria dell'altro vicino, che ſi ritroueria eſſere da queſta parte. L'altra ſeconda coſa, che da queſto ſi inferiſce, è che ſe ſopra d' vna retta finita ſaranno deſcritti due circoli, l'uno dall'una eſtremità, & l'altro dall'altra eſtremità della retta data della medeſima diſtātia, s'interſecherāno in due pūti, dalli quali ſe ſi dedurrà vna retta, q̄ſta tal linea diuiderà equalmente, ad angoli retti (perche ſarà perpendicolare) la già data retta, ſopra della quale ſaranno deſcritti li due già detti circoli.

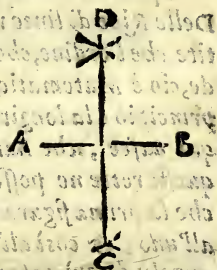



Figura quarta.

Dà vn' pūto aſſignato in vna retta data, ſi può dedurre vna ꝑpendicolare.

Di queſta Propoſitione non occorre dire più di quello, ch'habbiamo detto di ſopra nella Propoſ. 2. percioche Bart. ne più ne manco ne diſſe che noi, ſe ben più oſcuro, & men copioſamente.

Figura quinta.

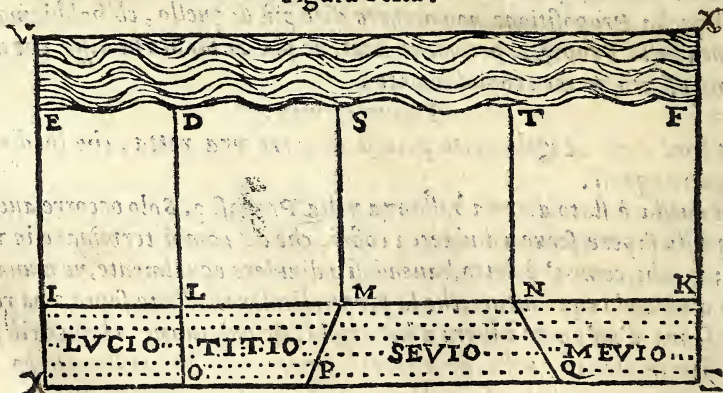
Ad vn' dato Angolo retto poterſi dedurre vna retta, che lò diuida in due parte equali.

Di queſta è ſtato detto a baſtanza nella Propoſ. 3. Solo occorre auertire, che queſto ſapere, ſerue a diuidere i cōfini, che de' campi terminano in vn' angolo; perche, come s' è detto, hauendoſi a diuidere equalmente, ne niuna altra linea diuidendo equalmente, che la perpendicolare cadente ſopra vna retta, ò vero ſopra d'un' punto ò ſopra d'un' angolo, de qui auiene, che per ciò ſapere fare ſi premette & queſta, & altre ſodette Propoſitioni, et ſi prouano, accioche quando auuerrà il caſo, nel quale d'eſſe ne ſia biſogno preualere, da noi

non

non si stie in dubio della lor verità ò d'altri non si neghino, & per prouarle nõ ne sia bisogno distorre dal nostro intento, & ritornare indietro, come quasi per l'armi, per deffenderne da gl' Auersarij, che se n' oppongano; & anco perche chi, come noi, vuol misurare alcuna cosa bisogna che habbia la misura stabile, ferma, & certa, & che non si pieghi, ò distorca ò s'allonghi, & s'abbreuij, ne d'essa non si sappia il quanto; così dunque queste Propositioni & resto, che hauemo detto, sono misure & principij, con li quali habbiamo da concludere, con ragioni stabili, ferme, & vere; Onde bisogna sieno stabili veri & saldi, ne nell'adoperarli si distorchino, ò si abbreuieno, ò s'allonghino; & da questo auiene, che inanzi si prouano, con le sodette ragioni & modi. & doppò, come prouate, & indubitate altri l'adduce al suo proposito, & se ne preuale all'occorrenze & bisogni suoi, come vedremo incõtinẽte, che p q̃sto sol rispetto n'hò voluto quì auertire, come quasi nel principio d'hauerne bisogno ad operarle.

Speditone della prima parte di questo libro, hora segue la seconda cio è, Delle Ripe di linee rette, tra le quali si deue diuidere l' Alluuione, Doue auertite, che l'ordine, che tenne Bartole è cõforme alla scientia, dalla quale depende, cio è Matematica; Percioche trattandosi di diuisioni, delle quali il primo principio è la longitudine, che è la linea, & delle linee la prima è la Retta, de quì nasce, che Bartole prima trattò delle Ripe di linee rette; & perche di queste rette ne possano essere vna, & più; & la prima è l'una; de quì nasce, che la prima figura è delle Ripe d'una sol linea retta; & perche due seguano all'uno, & così all'una linea due linee, & queste toccandosi insieme causano angoli; de quì nasce, che Bartole nell'altre figure di questa seconda parte tratta delle Ripe di più linee, & conseguentemẽte de gl'angoli; Delli quali perche questo è Retto, questo Ottuso, et questo altro Acuto; de quì auuiene, che trattò prima del Retto nella prima & sexta; Dell'Ottuso nella terza & ottaua, Dell' Acuto nella quarta, & nona; Et nelle altre secondo diuersi accidenti, come vedremo col nome d' Iddio.

Figura Sesta.

Prima

Prima che veniamo alla dechiaratione di questa presente figura, hò giudicato esser bene, di referire il modo (se bene non siamo per seruircene,) che tenne Bartole in desegnare questa, & tutte l'altre figure; & questo perche, s'altri volesse ridurle al suo modo, ò volesse conoscere se quello, che noi diciamo sia ò conforme ò contrario ò deuie, in qual si voglia modo dal di Bartole, lo possa facilmẽte fare; & anco, perche da questo si verrà in cognitione del modo, che hauemo tenuto noi, che à mio giudicio, quì era da manifestare, accioche nell'auenire, per ciaschuna figura non hauessimo a replicare con tedio, & senza bisogno alcuno, il medesimo. Dico dunque che

Secondo Bartole	*Secondo Noi*
Il fiume era di color d'oro	*Linee torti nell'Alluuioni nell'Isole il biãco della carta tra gl'estremi della figura.*
Il capo doue vn capo d'Animale.	*Man sinistra.*
Ripe, la linea negra.	*Linea prima doppo gl'estremi*
Alluuione il bianco della carta.	*Il medesimo*
Le linee roscie, le diuisorie	*Le tirate dalle ripe sopra l'alluuione.*
Linee flaue, Linee gialle, Linee di zaffarame } *Dimostratiue Della diuisione.*	*Linee apuntate.*

Non è dubio, che'l modo di Bartole è più all'occhio apparente, & compito, ma più oscuro, & difficile, per le tante diuersità di linee, che in ciascuna figura si vedeuano descritte, senza necessità alcuna; perche in ciascuna d'esse era descritta, nõ solo la dimostratione, ma là dimonstratione delle dimonstrationi, che non occorreuano, se di già s'erano dimostrate; perche si suppongono. Et di più anco simil suo modo torneria comodo a ciascuno, che voleua scriuersi vn' libro per seruitio suo particulare, ma non a seruitio del publico; per rispetto, che vna figura di tante diuerse linee non si potria stampare, ò pure, stampandosi, si stamperia con più perdita di tempo & di roba, che con guadagno; Alle qual tutte difficultà hauendo noi hauto risguardo, n'è parso lassare il modo di Bartole, & seguire il già detto nostro, come più facile, più chiaro, & più comodo a seruitio del publico, & di ciascuno; perche, a mio giudicio, farà anco più breue il discorso d'ogni figura, & la figura istessa più spedita da tante linee, che Bartole ci haueua descritte; & vedrassi apertamente qual sieno della diuisione, che in ciascuna figura, & in tutto questo trattato è l'intento principale, & di esso Bartole & nostro, come vedrassi poi a ciascuna, per ciascuna d'esse &c.

Se ben crediamo, che ciascuno, c'hà letto questi nostri scritti fin' quì, da se medesimo potesse raffigurare, senza più dirne cosa alcuna, questa figura, & le sue parti, & positioni. Nondimeno, per ritornare à memoria, et come mettere in pra-

in pratica tutto l'antedetto; In questa figura minutamente esporremo tutte le sue parti, & dentro ad essa il contenuto; poiche nell'altre sussequenti non intendiamo di fare il simile, ma presuporlo per il quì detto, come che si sappia, ne se n'habbia bisogno più di replicarlo.

Gl'Estremi di questa figura, & dell'altre seguenti, sarà come là.u.x.y.z.

Là Figura, tutto il compreso trà detti estremi.u.x.y.z.

Il di sopra della Figura, la parte. u.x.

Il di sotto della Figura, la parte.y.z.

Il capo della Figura verso.u.y.a mã sinistra di me, che scriuo, et di chi lege.

Il da piedi verso.x.z. a man destra di me, che scriuo, & di chi lege.

Il Fiume il più propinquo a gl'estremi.u.x. di linee torte, nell'Alluuione, ma nelli dell'Isola, il trapreso delli campi sopra, & sotto della figura istessa, cio è il bianco della carta.

L'Alluuione, il bianco della carta, tra'l fiume. e. f. & la ripa. i. K. e. f.

Le Ripe, le più propinque linee a gl'estremi. u. x. y. z. & de gl'estremi & fronti de' campi. i.l.m. n. K.

I campi; lò spatio cõpreso da gl'estremi.u. x. y. z. & dalle ripe, ò dall'Alluuione, come. o. p. q. r. & non dimeno apuntati, ò vero le linee distese senza punti, nel qual caso intendiamo significare li solchi, che si sogliono fare ne' campi, & nell'altre apuntate il seminato, cio è le piante dell' herbe nate negl'istessi campi.

I cõfini de cãpi, le linee dall'estremi della figura.y.z. tirate alla Ripa.i.l.m. n. K. tirati ad angoli retti, ò vero acuti, ò vero ottusi, come.o.l.& .p.m.& .q.n.

Le qual tutte cose se saranno intese & ben conseruate a memoria, non dubito, che così questa come tutte l'altre seguenti figure saranno intese facilissimamente; & in vero bisogna auertire d'intenderle, & racordarsene; perche (come s'è detto) in niuna delle seguenti sono io per replicar più quello, che hò detto quì; perche saria superfluo, per essere facile, & saressimo più longhi, & conseguentemente tediosi del douere; Ma se questo non s'intende, ò vero non s'hà à mente, non occorre di legger più oltre questi scritti, perche del sicuro si perde il tempo, che non vorrei, ne posso credere, poi che il fin quì detto, se si sarà inteso, il da dirsi tutto è facilissimo & piaceuole, sì che gustato è impossibile, che altri non ne voglia conseguire il suo fine. Torniamo dunque hormai all'operatione, cio è a partire questa Alluuione, tra li campi, che si vedono descritti dentro della figura.

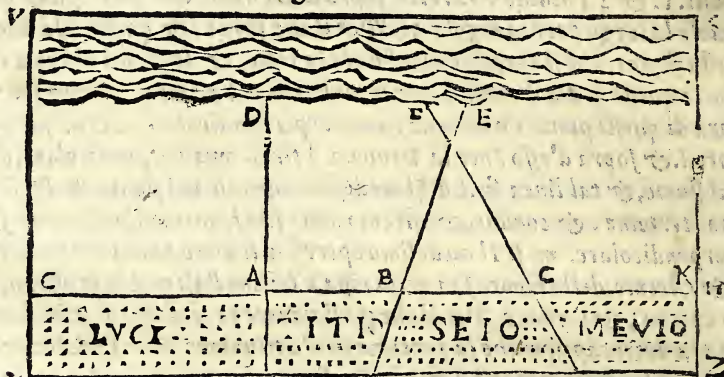
Prima, si considera la Ripa.i.l.m.n K. che vediamo esser retta; doppò consideriamo i confini de' campi, che vediamo essere trè, cio è, l'uno.o.l. l'altro.p. m. l'altro.q.n. che terminano nella ripa nelli punti estremi.l.m. n. Questi punti estremi di confini terminano le faccie, & fronti della latitudine de' campi sodetti, tra se prossimi & contigui; la latitudine dunque del campo.o. sarà dal punto. i. al punto. l. la latitudine del campo. p. sarà dal detto punto. l. fino al punto.m. la latitudine del campo. q. sarà dal detto punto. m. fino al punto. n.

la latitudine

la latitudine del campo.r.dal detto.n.fino al. K. Et secondo la latitudine delle fronti di ciascun di essi campi (per la Regola legale.5.) si diuide, & di queste ciascune latitudini sono i termini & punti estremi li già detti.l.m.n. In questi dunque punti s'ha da pigliare le linee diuisorie; perche questi sono gli estremi tra confino, & confino delli campi prossimi, & vicini, & contigui, & doue si fa la diuisione giusta, & equale per ciascuna parte, che non succede, se nõ per la linea perpendicolare, che è quella che ad angoli retti (per la diff. 11. & Proposit.1. & 2.) diuide vna retta, sopra della quale ella cade; che è quello, che vuole la legge (per la regola.5.) Per il che segue (& questa è la diuisione di questa figura, che si cerca) che, essendo la ripa, & le fronti di linea retta, & che in queste si dia il confine, & li confini di più campi, che è & sono punti, sopra di questi punti s'hanno da tirare le perpendicolari. Adunqueegliesi il punto.l.& sopra d'esso (per la Propo.2.) tiresì vna perpendicolare, che arriui al fiume, & tal linea sie.l.d. Il medesimo operesi nel punto.m.del secondo campo, termine, & confine, & estremo della sua fronte nella ripa, & sarà la sua perpendicolare. m.f. Il medesimo operesi nell'altro punto n.termine, confine, & estremo, della fronte sua nella ripa, c'ha con l'altro à se prossimo, et cõtiguo campo, & sarà.n.c. Per il che giustamente sarà diuisa l'Alluuione predetta, tra detti cãpi; perche la portione dell'Alluuione cõpresa dalla perpẽdicolare. l. d. sarà del campo.i.l. per la sua fronte terminata in. l. c. & la susseguente Alluuione à questa. m. f. sarà del campo. p. per la sua fronte. l. m. Là compresa Alluuione dalla perpendicolare. n. t. sarà del campo. q. per la sua fronte. m. n. & così del resto in infinito, se, in infinito, si ritrouassero campi di simil, come le sudette, positura & situatione. Il che, se ben sia verissimo, s'altri si vuole raccordare delle cose già dette, & delle quali ci siamo preualuti in questa diuisione, sì che non n'occorra dubitare, nondimeno in questa prima figura. p applicare, et insegnare d'applicare tutto q̃llo, di che ci siamo preualuti, ne ci sia bisogno di figura in figura ad hauerlo, ò à replicare, ò altramente à dedurre, ne piace quì di mostrarlo. Che dunque sia vero ciò, che s'è detto & operato in questa diuisione, si proua da quello, che disse Bartole, & noi con lui nella figura 3. & delle nostre, nella Propos.ij. che è, che vna linea perpendicolare sopra d'una retta causa in quella due angoli equali, & retti; cio è, che l'uno non è più grande dell'altro, ma equali tra di loro, come si dimostra in detti gia citati luoghi; Mà così auiene in questa prima presente figura, in ordine sesta, adunque la diuisione è giustissima; che sia così appare; perche la ripa già se suppone retta, & la linea formata sopra ad essa, & ad ogni punto in essa assegnato è perpendicolare per construttione, adunque verissimo è quello, che hauemo, & operato, & detto, cio è, che la diuisione fatta è giustissima.

Perche, se fusse altramente, cio è, che non fusse diuisa ad angoli retti, in detti assignati punti, in dette ripe di linee rette, ma hauessimo hauto riguardo alla rettitudine delle linee confinali sì, che, secondo quelle hauessimo voluto tirare le linee diuisorie per l'alluuione dicesi, che da questo ne segueria

ria diuiſione ingiuſtiſſima; & che ciò ſia vero, Bartole ſoggiunſe la ſu ſſeguente figura delle rette, in ordine ſeconda, ma riſpetto alle figure tutte d'eſſo Bartole, che propoſe in queſto libro diceſi eſſere Settima; la quale, come è detto, non è ad altro, che dimoſtrare, che la ſudetta figura ſia ben diuiſa, deducendo, chi altramente uoleſſe ſoſtenere, ad inconueniente.

Figura Settima.

Percioche l'Alluuione, riſpetto alle ripe rette è retta; & in queſte ripe rette, li campi non concorrano alla diuiſione di detta Alluuione, ſe non per la latitudine loro delle proprie fronti (per la regola. 5.) le fronti (come per la 6. Reg.) ſono gl'eſtremi de' campi, nell'ultimo delle ripe; eſtremi ſono linee, che (per la diff. 2.) non hanno ſe non longitudine, & non alcuna latitudine; adũque non ſi può diuidere per li termini confinali de' campi per di dentro ad eſſi campi; Mà, nondimeno, ſia diuiſa, come vuol l'Auerſario, per le linee diuiſorie. b. e. & . c. f. tirate rette (auertaſi che non diceſi a perpendicolo) a confini del campo. a. & del campo. b. & del campo. c. diceſi, che anco queſta diuiſione è ingiuſta, perche la ripa. g. h. è retta à tutti i campi; & . a. & . b. & . c. & . K. & li punti di detti confini, nella ripa. g. h. ſono. a. & . b. & . c. & così (per la prima diff.) che non hanno alcuna dimenſione, ma in tutto & per tutto ſonno indiuiſibili; da queſti, & in queſti punti, dependono & conſiſtono gl'eſtremi delle fronti, ſecondo delle quali (per la reg. 5.) s'hanno da tirare le linee diuiſorie nell'Alluuione, equalmente & giuſtamente, che non ſi può conſeguire ſe non per vna perpendicolare, ciò è per vna retta cadente (per la 11. diff.) ſopra vn'altra retta, che cauſi dall'una & dall'altra parte d'eſſa, due angoli retti (per la. 2. propo.) ma li cauſati angoli in queſta diuiſione ſopra la ripa di linea retta. g. h. dalla retta. a. b. c. non è retto, ma ottuſo, & così non equale (come vuole il douere & il giuſto) ma più grande del retto (per la diff. 12.) & molto più dell'acuto (per la diff. 13.) che quì ſi ritroua eſſere. a. b. c. adunque la diuiſione è ingiuſta. Il medeſim- occorre, diſcorrẽdo

per

per gl'angoli causati dall'altra linea retta.c. f.se ne raccordaremo de gl'angoli retti ottusi, & acuti, che se volessimo di nouo quì replicare, nō mai verremmo alla fine. Mà questi inconuenienti nascon dal diuidere, come l'Auersario dice, & non come diciamo noi, adunque la nostra diuisione, & non quella dell'Auersario, è giusta, & conforme al douere.

Dà tutto questo, che s'è detto si raccoglie, per regola certissima, che la diuisione non si fà ne può farsi in alcun modo, che sia legittima & giusta, così dell'Alluuione, come del resto, che siamo per soggiungere, per linee rette delli cōfini, che sono tra campi, nel per drentro d'essi, ma solo da' & ne' punti estremi, che sono di detti confini terminanti nelle fronti, de' campi, nelle ripe istesse; Et la ragione è perche le fronti de' campi sono gl'estremi, per il lungo d'essi da capo à piedi, & non per longhezza, ne per latitudine; perche in questi estremi è di loro vna sol linea indiuisibile per latitudine, che rapresenta la lor fronte, della qual linea i termini sono i punti, & nel caso nostro li pūti delle linee confinanti, che terminano & finiscono nelle ripe, & nelle fronti dal di fuori de' corpi de' campi, n'hanno alcuna diuisione ò dimensione.

E anco d'auertire, che in queste, & nelle susseguenti figure, sempre dall'un de' capi, & anco dalli fini d'essi, si suppone, che la diuisione sia terminata, sì che non vi sia più che diuidere, & che'l dubio solo sia nella figura proposta; percioche altramente saria non mai venirne alla fine; Voglio dire, che quando si vedrà in queste figure, che da capo ò da piedi d'esse, non si diuide ne se ne parla, altri intēda, che non se ne parla, ne se ne dica cosa alcuna, perche si supponga che da quella parte s'habbia per cosa chiara, che nō sia ne da diuidersi ò sia ben diuisa; ma non però s'intenda, che non possa essere, & più & meno delli campi descritti nella figura, che sieno da diuidersi, & habbino più l'un sito, che l'altro, & così diuersamente da diuidersi.

Auertite et anco questo, che si fatta diuisione, c'habbiamo in questa prima figura essaminata, è così prima & principale, che è l'obbietto & il fine, al quale, & nel quale hanno risguardo, & si terminano tutte l'altre diuisioni, si che più oltre non si proceda, ma peruenutosi a questa, si sia conseguito quello, che veramente si ricercaua, & s'andaua cercando; Tutte dunque l'altre figure di Angoli, di Triangoli, di linee carue, & inregolari & d'altri, che si siano diuisioni, non mai s'acquietano fin che non peruengono alla diuisione sodetta d'angoli retti, & tutte l'altre diuisioni si riducano a questa, cio è a ripa retta, cioè di linee rette, sopra delle quali si possino tirare perpendicolari, che è l'ultimo a che si terminano, & è principio donde deriuano tutte l'altre diuisioni d'altre linee ò d'angoli, ò retti, ò ottusi, ò acuti, & di simili altri; Et in questo consiste tutta la difficultà di questa materia, cio è di ridurre tutte l'altre diuisioni à questa sola vna di linee rette, perche tutte l'altre susseguenti figure, come vedrete, hanno per fine di ridursi a questa sola vnica, & prima & vltima di tutte l'altre; N'è però cosa difficile à chi vi vorrà por cura, & leggerà attentamente questi nostri scritti.

Bisogna anco auertire vn'altra cosa, che sarà l'ultima, che porremo in questa prima figura; & questa è, che trattandosi quì (come vedete) di diuisioni di superficie della terra, della qual superficie solo sonno due dimensioni cio è longitudine, & latitudine, in queste figure solo di queste due dimensioni s'haurà cõsideratione cio è della lõghezza; & della larghezza; la longhezza dunq; in queste figure sarà da capo a piede per il corrente del fiume; la larghezza sarà da alto a basso, per il trauerso del medesimo fiume. Queste poi due dimẽsioni si pigliano tutte dall'estremità de' campi, che hanno nelle ripe; Adunq; doue finisce vn' termine d'un campo, cioè da capo, et da piedi, da q̃llo estremo punto del suo termine bisognerà pigliare la sua dimensione della sua quantità, che diciamo longhezza; & doue finisce, ò d'alto, ò da basso da quello estremo punto bisognerà pigliare la sua dimensione dell'altra quantità sua, che diciamo larghezza; Perilche tali cãpi in detti punti, haueranno due diuisioni, vna da capo a piedi, che terminerà la loro longitudine, & fronte, per vna retta per il longo del fiume; & l'altra d'alto & basso, che terminerà la loro longitudine, che sarà per due linee rette & perpẽdicolari, che in tal punto sopra della retta per il longo del fiume causeranno due angoli retti. E vero, che in queste diuisioni, le linee doppò le ripe da capo a piedi, che hauemo detto terminare le fronti de' campi in esse figure, non seruano per altro, che per redurre le linee irregolari, ò per dir meglio, le pendenti, & cadenti causate per diuisioni, d'angoli ò da altro a linee perpendicolari, ò paralelle; & per questo noi non l'hauemo tirate viue, & come l'altre, rette linee distesamente negre, ma con ponti; le qual tutte cose sono, come hauemo detto, d'auertire, percioche, quando prima cominciammo a vedere et considerare queste figure di Bartole, ne trattennero, & anco con fastidio & trauaglio d'intendere ciò, che poi con fatica & diligenza & studio intendemmo, & por questo, perche il simile non interuenisse ad alcuno, che leggerà questi nostri scritti, per facilitargli più, che sia possibile l'intelligenza del tutto, hauemo in questa prima figura voluto auertirle, che son sicuro, ch'è la luce & guida alla intiera intelligentia di tutte le seguenti, come vedremo.

Annotatione.

Per quello, che fin quì da Bartole, & da noi insieme con lui, s'è detto, circa di questa presente Sesta figura, credo io, che si sia inteso il modo, che egli tenne & n'insegnò à diuidere l'Alluuione; Et perche, come di sopra dicẽmo, questo modo non può stare, hora è tempo d'addurre le ragioni, perche non sia à proposito. Secondo proporremo il nostro. Terzo verremo ad essaminare in particulare la presente figura, se sia ò nò rettamente diuisa.

Mà perche meglio siamo intesi, & euidentemente si conosca, che per la verità, & non per altro rispetto, ne siamo mossi à diuertire da Bartole, ne conuerrà, vn poco più di lungo di quello, che forse parrà il bisogno, rappigliare il principio, senza del quale non così facilmente ne potria succedere il nostro intento; Dico dunque per prima, che ci ritrouiamo in materia de Diuisione, &

conseguente-

conseguentemẽte in materia, nella quale di necessità concorrano quattro cose, talmente intrinsece, che senza delle quali ò di alcuna d'esse la Diuisione non può stare in alcun' modo; Et queste quattro cose sono la prima il Misurato; secondo la Misura; terzo à chi si deue; quarto il verso; Percioche s'è Diuisione, è la Misura, s'è la Misura, sarà anco il Misurato; & s'è il Misurato, sarà anco à chi si deue, & vltimamente anco il Verso, secondo del quale sarà stato misurato. Perche il diuidere suppone qualche cosa, che si debba diuidere, ma non a caso, ma di tal modo, che della Diuisione si resti acquietato, che sarà se la Diuisione sarà equale & giusta, che non può essere senza della Misura, che hauemo detto essere l'uno delle quattro necessariamente intrinsece alla Diuisione, la quale, perche non è da se stessa, ma rispettiua ad altri, che non possono stare in compagnia, & perciò si vogliono diuidere, segue da ciò, che anco alla Diuisione di necessità concorrano essentialmẽte quelli, à chi, & trà chi si deue diuidere; ꝑcioche niuno à se stesso è differẽte, dõde deriua la diuisione, ma è differẽte da vn'altro da se diuerso, col quale nõ cõuenẽdo, come cõ se stesso, cerca perciò da q̃sto altro separarsi, ꝑ mezo di q̃llo, che diciamo Diuisione, la quale, ꝑche sempre hà qualche rispetto, ò verso, ꝑ doue ò verso doue si deue fare, ꝑ q̃sto segue, che nella Diuisione cõcorra essẽtialmẽte il Verso, ò il Rispetto; Onde appare manifestamente, come dicemmo, che è verissimo, che alla diuisione intrinsecamente insieme concorrano le sodette quattro cose, cio è il Misurato, la Misura; il Verso ò Rispetto; & à chi si deue. Perche se l'una ò tutte ò maggior parte d'essi si leuasse dalla Diuisione, di necessità seguiria non fusse Diuisione. Per essempio, leuesi la Misura, come giustamente misurerai? Leuesi il Verso ò il Respetto per doue tirerai la Misura? Leuesi il Misurato, che diuideraßi? Leuesi à chi si deue il Misurato, à che proposito si sarà diuiso? Non dimeno à mio giudicio, il più importãte, pare sia il Verso, ò lo Rispetto ò doue si deue indirizare la Diuisione; perciochè, se per modo di dire, altri si ritrouasse nella meza notte oscura, & hauesse da misurare & tagliare da vna pezza di panno due ò trè braccia di esso panno, dubio non è, che se non saprà il Verso del panno, che se ben nel tagliare portasse seco del continuo la misura, di vno braccio, ò di due, ò di trè, dico, dubio non è che non andando per il Verso, sempre taglierà più ò meno della misura preposta; in quanto, che si ritroueria hauer tagliato ò sù ò giù a trauerso & non per il verso del panno; così & non altramente, chi ritrouandosi nel mezo del mare, senza sapere doue habbia a voltare la sua Barca, per venire in Italia, la volterà verso Affrica ò verso le colonne d'Hercole, ò l'Indie. Se dunque questo è vero come è verissimo, segue da questo, che perche noi ci ritrouiamo in Diuisione, di necessità per drento ve si ritroueranno ancora queste quattro cose, già dette. Mà perche, nel nostro caso non ve si ritroua altro, che il fiume, per vna parte, & l'Alluuione, ò l'Alueo ò l'Isola per l'altra, & vltimamente li Campi, con le lor fronti contigue, ò corrispondẽti all'Alluuione, ò all'Alueo, ò all'Isola. Dico, che seguirà, che l'una di questi sarà il Mesurato, l'altro la Misura, il terzo il Verso, &

l'ultimo

l'ultimo, a chi si deue; ma il Misurato nõ è ne li campi, ne'l Fiume; perche ne' fiume, ne li campi, nel caso nostro, si misurano; adunque per necessaria consequentia, sarà l'Alluuione, & l'Alueo, & l'Isole, secondo che accascherà, che interuenga. A chi si deue il Misurato, perche non è ne l'Alluuione, ne l'Alueo, ne l'Isola, c'hauemo detto essere il Misurato, di necessità seguirà, che sia ò li campi ò le lor fronti, ò fiume; ma non è il Fiume, perche, come appare ad esso il Misurato non s'aplica, ne manco sono le Fronti de' campi, perche ne ad essi come a tali il Misurato s'applica, adunque sarà necessariamente questo a chi si deue il Misurato, nel nostro caso, li Campi, alli quali, come si vede per isperienza, s'applica l'Alluuione ò l'Isola ò l'Alueo; Mà se l'Alluuione, & l'Alueo, & l'Isole sono il Misurato; & a chi si deue, li campi, come hauemo concluso, dunque da questo segue, che la Misura sarà ò vero le Fronti delli campi ò il Fiume; ma non è il Fiume perche come appare, non hà alcuna misura, secondo della quale ad esso fiume s'applichi il Misurato, ò Alluuione, ò Alueo, ò Isola; Adunque, di necessità, sarà la latitudine de gl'istessi campi, secondo della quale il Misurato, Alluuione, ò Alueo, ò Isola, s'applica a gl'istessi campi. Che, se ciò è vero segue necessariamente, non vi rimanendo altro, che il Fiume, & il Verso, ò il rispetto, c'hauemo detto essere necessario alla Diuisione, che esso Fiume sarà nel caso nostro il Rispetto & Verso. Si proua; perche non è il Misurato, che hauemo detto essere l'Alluuione, ò l'Alueo, ò l'Isola; Non è la Misura, perche hauemo detto essere la latitudine, & le fronti de' cãpi; Non è a chi si deue il Misurato, perche dicemmo essere li cãpi istessi, adũque questo Rispetto, & il Verso, che è quello, che delle quattro cose necessarie hauemo detto cõcorrere intrinsecamente nella diuisione, nel nostro proposito, non può essere altro, che'l Fiume, non ci essendo altro, che non habbiamo applicato al suo essere corrispondẽte alle dette quattro cose necessarie, & intrinseche concorrenti alla diuisione, che il fiume: Prouasi ancora in vn'altro modo, cio è, dalla proprietà, & essenza di ciascuna di dette quattro parti. Perciòche proprio è del misurato di essere applicato a chi si deue, per tanto quanto la misura l'ha determinato, ma questo auiene all'Alluuione, ò all'Alueo, ò all'Isola, adunque ben detto s'è che questi Alluuione Alueo & Isola s'hanno come per misurato. Questo istesso si proua ancora dello a chi si deue il Misurato, che sieno i campi; Perche proprio è di a chi si deue il Misurato, d'applicarsi il Misurato, conforme alla Misura, secondo della quale se gli doueua; ma questo acconuiene, nel nostro caso alli campi, alli quali s'applica tanto d'essa Alluuione, ò dell'Alueo, ò dell'Isola, quanto se gli deue, secondo la latitudine delle lor fronti; adunque li campi, nel nostro caso, s'hanno come a chi si deue il Misurato. Prouasi ancora, che la latitudine delli campi, nel nostro caso, sia la misura; perciòche proprio della misura è d'essere certa, infallibile, & eterna, & sempre ad uno istesso modo dal principio al mezo al fine, come vn piede, ò un palmo, ò un braccio,

cio, ò vn passo, vna canna, vn miglio & simile; ma così s'hanno le latitudini delli fronti delli campi, nel principio, nel mezo, & nel fine, perpetuamente, & infallibile, adunque la latitudine delle fronti de' campi bene s'è detto, ch'è la Misura dell' Alluuione, ò dell' Alueo, ò dell' Isola; percioche, se per caso, la latitudine d'una fronte d'un campo sarà quaranta braccia, sempre immutabilmente dal principio, al mezo, & fino al fine, sarà medesimam ente tanto, nè più ne meno. Resta solo, che si proui del Verso, & del Rispetto, che conuenga, & sia bene attribuito al fiume; che si deduce in questo modo. Proprio del Verso, & del Rispetto, è di regolare altri, & non che altri regoli lui, per essempio; lo rispettò & il verso, è come quasi il corpo, et quello, che a questo hà rispetto, & Verso è come l'ombra; ò vero come la calamita con la stella polare; ò come il pennello rispetto al soffiar de' venti, che come appare, l'ombra non regola il corpo, ma per il contrario il corpo regola l'ombra; & così la stella polare; la calamita; & il vento il pennello; ma nel nostro proposito, il fiume regola l' Alluuione, ò l' Alueo, ò l' Isola, in quanto che questi risguardano, & s'indirizzano al fiume, adunque il fiume sarà il verso, & lo Rispetto, che regolerà l' Alluuione istessa, & l' Alueo, & l' Isola; ò per dir meglio, che sarà risguardato dalle fronti delli campi come Misura, circa dell' Alluuione, ò dell' Alueo, ò dell' Isola. Ma forse cõ qual che essempio farommi meglio intẽdere; sia vn Capitanio con li suoi Soldati, che lassatili in qualche parte, con espressa prohibitione, di non si muouere con le persone, ma si bene che gl' habbiano ad hauere gl'occhi volti per douunque egli vada; che s'occorre, si muoua hor quà hor là, hor sù hor giù, occorrerà ancora, che delli suoi soldati prohibiti a non muouersi, come s'è detto, alcuni lò vedranno di rimpetto intieramente; alcuni per di trauerso; alcun'altri non lò vedranno in alcun modo, ò poco, ò pochissimo, ò niente; secondo che auerrà, che'l suo capo gli sia, ò dinanzi, ò per trauerso, ò doppò de gl'occhi, con li quali solo hanno hauto ordine de muouersi verso di lui; così interuiene nel fiume, cõ le fronti de' campi, che gli stanno di rimpetto, perche il fiume come capitanio mouendosi, & le fronti delli campi come soldati stando immobili, perche non dimeno hanno risguardo al fiume, come lor capitanio, che si muoue, essi campi, perche mouer non si possono, con le proprie (per dir così per similitudine) persone, & pur hauendo a risguardare il suo capitanio, con le punti de' lor confini, nelle fronti, come quasi occhij, questi risguarderanno di rimpetto il fiume; questi di trauerso; quelli niente, ò poco lo potranno vedere; secondo, che auiene, che il fiume dall'uno, ò dall'altro si ritroua essersi mosso, & essergli perciò ò a fronte, ò per transuerso, ò di tal positura, che in alcun modo non lo possa vedere. Et se come diciamo, che nell'essempio sodetto il capitanio è quello, che regola & gouerna li suoi soldati, che non si muouino, se non tanto, & per doue, esso lor capitanio si muoue, & li suoi soldati nell'istesso modo l'obedíscono; così & non altrimente, diciamo del fiume, che per essere il verso & lo rispetto delle latitudini delli campi, nel diuidersi l' Alluuione, col resto, è Regola di queste fronti di campi, sì che esse fron-

ti, non

ti, non ad altro verso, s'indirizzino, che per douunque occorre muouersi esso fiume; Et come nell'essempio proposto, se' soldati non haueranno gl'occhij a lor capitanio, che deueno seguire, deuieranno dall'intento loro, & del suo capitanio, di conseguir la vittoria; così ancora, se le fronti delli campi non s'indirizzeranno con gli estremi occhi delle loro latitudini verso del fiume, non mai conseguiranno la debita lor portione dell'Alluuione, &c. Et come il capitanio, è quello, che regola i suoi soldati ad andare & fermarsi verso di lui, & non per il cõtrario li soldati regolano lui, così nel caso nostro, il fiume regolerà le fronti de' campi, & non le fronti regoleranno esso fiume; Regolare poi nel caso nostro, non è altro, che li campi indirizzarsi, con la latitudine dell'lor fronti, per verso doue si ritroua il fiume, che fa il fiume, & non li campi; come nell'essempio proposto. Et se come li soldati, per seguire il suo capitanio, nõ faranno se non la strada più spedita, & più corta, che sarà la retta, così nel nostro proposito, lo risguardo, che li campi haueranno al fiume, che deue seguire, per gl'estremi delle latitudini, delle lor fronti, doueranno fare per la strada più breue, che nel caso nostro, (perche siamo in quantità continua) sarà la linea retta, che è la più breue, d'ogn'altra, che si faccia dall'uno ad vn'altro pũto, la qual linea retta, perche deriua dalla regola, che hauemo detto, nel caso nostro essere il fiume, dalla parte d'esso fiume s'hauerà da dedurre a gl'estremi delle latitudini de' campi, & non al contrario, da gli estremi delle latitudini al fiume, come nell'essempio proposto, la strada più corta, per la quale li soldati s'hauerãno d'indirizzare al lor capitanio, s'hauerà da terminare dalla positione, nella quale il capitanio si ritroua, & non dalla positione, doue si ritrouano i soldati, perche, come s'è concluso, il capitanio, è quello che regola i soldati, & non al contrario, li soldati regolano il capitanio. Perche altramẽte facendosi seguiria, che, perche questi fronti, non hanno regola, ne esse sono la regola, le linee dalle estremità loro tirate, se bene fussero rette, non dimeno non sariano tirate à quel verso del fiume, che esse deueno risguardare, & conseguentemente non sariano à lor verso del fiume, come & non altrimente, quei soldati, che se si mouessero senza di hauer per doue si ritrouasse il lor capitanio, deuierieno talmente da lui, che più presto c'hauerlo ritrouato, se ne ritroueriano lontanissimi, perche da se senza regola si mossero, per questa, & nõ per la regolata strada; Perche interuiene come vediamo interuenire nel Sole, che nell'apparire sopra dell'orizonte illumina ciò, che gli sia opposto, come ò loggie, ò finestre, ò che si sia altro vacuo ò superficie di corpo opaco, & questo per tutta la loro sũpficie, ad angoli retti causati dalli raggi intromessi come quasi linee dedotte da gl'estremi della loro capacità ad esso corpo del Sole, che se poi si moue a mezo giorno et de lì ad occidẽte doue tramõta, quegli Angoli già retti causati dalli suoi raggi intramessi, come di sopra, a poco a poco si fanno tutta via più acuti, si che nel suo tramõtare si reduchono in niẽte; Percioche esso Sole essendosi mosso da quei corpi immobili ꝑ tanto spacio & all'ultimo tramõtato, se gl'è ascoso si che quelle cõ lui non ha più alcun rispetto; All'stesso modo che

do che vediamo succedere nel fiore del Giralsole, che esso essendo immobile cō le frondi se gli riuolge finche se gli tolga dal conspetto, à similitudine d'una Donna inamorata che di secreto amando alcuno, essa stādo immobile con gl'occhij lo seguita guardādo per mentre lo può vedere, così fanno le fronti de' cāpi col fiume in q̄sta materia dell'Alluuione, dell'Isola & dell'Alueo, che esse stando immobili risguardano il fiume per douunque s inuia.

Adunque dalla parte del fiume Regola s'hauerà da dedurre la linea retta, a gl'estremi delle latitudini delli campi, & non al contrario, dalli estremi delle latitudini delli campi alla Regola fiume. Di più, perche essendo gl'estremi delle dette latitudini, sol punti, è impossibile da vn punto istesso per se solo cōsiderato, dedurre à squadro vna perpendicolare ò due rette paralelle ad vn verso, alquale detta linea ò paralelle habbino rispetto, senza che si sappia, ne prima sia terminato ò regolato questo, che diciamo, Rispetto, ò verso; Perche, se ben queste linee arriueranno là; non dimeno non saranno à squadra, ne per quel verso, che'l verso del rispetto loro richiedeua; Che se non diamo poi ne anco il rispetto, in questo caso affatto è impossibile di dedurle se non a caso à verso; Perciòche il punto non hauendo quātità, per dà esso, come estremo & principio, potransi dedurre infinite linee, & per doue più piacerà (perche diciamo già non sapersi il verso, per doue da questo punto si deue dedurre questa linea) & senza squadra; Perche il punto non ha squadra; perche non ha quantità, che è della squadra. Nè fa a proposito, che le fronti si possano regolare con vna retta tirata dall'uno all'altro estremo, delle fronti di ciascuno cāpo, & all'hora sopra dell'estremità di dette linee regolate nelli punti, si possino tirare a squadra vna & due linee a paralello, & perpendicolo; Perciòche sarà ben vero, che le dette linee dedotte da gl'estremi punti delle fronti, de' cāpi saranno tirate a paralello, (perche saranno tirate sopra della fronte de essi campi, regolata con vna retta,) ma non saranno al verso del fiume; Donde auerrà, alcuna volta, che di dette linee queste non arriueranno al fiume; altre ci arriueranno per transuerso, altre lateralmente per l'in sù, & per l'in giù, d'esso fiume; secondo, che la linea della rettitudine della propria fronte, sarà con l'una parte delle sue estremità, più propinqua, & con l'altra più discosta dal fiume, ò vero inchinerà, ò declinerà dal fiume, & si ritrouerà ò a frōte, ò a trauerso ò a sbiassio col fiume. Segue dūq;, che dal Verso si debba tirare la retta & paralella & perpēdicolare a gl'estremi pūti della latitudine delle frōti, de' campi, s'altri vuole sieno per il lor verso, & secondo delle loro quantità, c'hanno nelle proprie fronti. Ne però questo per se stesso anco basta, perciòche nel caso nostro, il Verso & Regola ritrouandosi essere il fiume; che come si vede, di rado ò non mai corre a linea retta, sopra della qual sola si può tirare linea perpendicolare ò a squadra, & a pararello, & meno sopra d'un punto solo per se solo, perche è impossibile, come hauemo concluso; adunque perche la linea a squadra non può nascere, se non sopra d'una retta, & secondo questa venga la diuisione giusta, per causare gl'angoli retti, che trà se tutti sono equali,

no equali, di necessità segue, che bisognerà, che le fronti del fiume, c'habbiamo detto essere il Verso, et Regola, senza di che non può stare alcuna Diuisione, sia rettificato & regolato, con vna retta, che come si faccia dirassi al suo proprio luoco, & adesso assai ne basti di hauere per indubitate le susseguenti propositioni cio è.

1 *In ciascuna diuisione sempre si ritrouano intrinsicamente quattro cose, cio è il Misurato; 2 la Misura; 3 il verso; 4 A chi si deue l'istesso Misurato.*

2 *Nel nostro caso il Misurato & diuiso sonno, ò l'Alluuione, ò l'Alueo, ò l'Isole; la Misura sono le latitudini delle fronti, delli campi; A chi si deue il Misurato sono li Campi istessi; il verso ò il Rispetto, per doue s'ha d'indirizzare, la misura, è la fronte del fiume.*

3 *Proprio del Verso è di regolare la Diuisione, & nõ d'essere regolato dalla Diuisione, come che la Diuisione dependa, & risguardi esso Verso, & non il Verso risguardi, ne dependa dalla Diuisione.*

4 *Proprio della Misura, è di essere ꝑpetua, & infallibile, cio è sempre l'istessa nel principio nel mezo & nel fine.*

5 *Sopra d'un sol punto non è possibile tirare vna paralella.*

6 *Ne meno de tirare vna Retta a verso, senza del Verso.*

7 *Ne a squadra del Verso, senza sia squadrato il verso.*

8 *Anzi che da questo Verso rettificato si deduce, & si deue dedurre a squadra, ò a perpendicolo, che se sia linea, a qual se sia pũto, di che se sia, che ad esso habbia rispetto.*

Le quali Propositioni (& questo sarà il secondo Capo, che di sopra facemmo in questo nostro discorso) se sonno vere, come hauemo veduto essere verissime, subito necessariamente ne segue, che tutte le Diuisioni di Bartole sieno di niun valore, come quelle, che tutte sono fatte contra delle sodette Propositioni, ò tutte, ò parti, come si vede, nel fatto istesso, perche niuna di esse, si vede per altre linee, che per linee dedotte dall'estremità delle fronti de' campi, & niuna mai dedotta dalla fronte del fiume, alli campi; adunque, contra della. 3. & 4. Prop. sodette furno fatte senza della regola, che diciamo verso; Secondo appare dalla ragione istessa, perciochè la regola (come s'è detto nella 1. & ij. & iij. & viij. Propos.) è il verso; & il Verso è vn certo, che terzo separato da quello, che ad esso si dice hauer rispetto, come nel già proposto essempio, del capitanio & de' soldati, che'l capitanio dicemmo essere il verso, & regola, al quale, & dal quale s'haueuano ad indirizzare, & regolare, & non per il cõtrario, che'l Capitanio si douesse regolare dalli soldati; & che il capitanio non è l'istesso in essenza, & nel sito, che li soldati, ma diuersi & separati, trà di loro, & per essenza, & per sito; Ma le diuisioni di Bartole, tutte sono fatte, con le rette dedotte, non ad altro verso, che al verso, che s'hebbe da Bartole all'angolo retto, che si causò sopra della retta tirata alle fronti de' cãpi, che di sopra, (alla 1. Propo.) dicemmo essere nõ il verso

ma la misura, ò a chi si deue il Misurato, adunque manifestamente appare, che furno diuise, senza del Verso, & così della Regola, ò che altramente la misura, ò a chi si deue il Misurato, sia anco insieme il verso, che è impossibile; perche già s'è detto (nella prima) ch'il Verso è separato, & è vn terzo diuerso dalla Misura, & dall'a chi si deue il misurato, & che senza di questo verso, nõ può stare buona ne retta diuisione. Terzo Appare anco dall'effetto; perche per tutte le sodette diuisioni di Bartole diuise al suo modo, si vede, che le fronti de' campi sono alterate; perche doue si doueuano inderizzare rettamente al lor verso del fiume, si vedono indirizzate per l'in giù, & per l'in sù di detto fiume. Di più, doue si doueuano indirizzare alla volta del fiume in continuo rette, si vedono indirizate, come dicemmo, per l'in giù, & per l'in sù, del fiume, fino ad vn certo termine, con vna ò due ò più rette; & da quel termine, con vna ò due & più rette perpendicolari, al lor verso del fiume, ma con altre linee, non continue rette all'altre prime, ma interrotte, & diuerse. Donde si vede esserne auenuto, che questo ha hauuto meno, & quello più del suo douere secondo che dette linee non in continuo rette si sonno tirate al lor verso, da vn punto a l'altro, ma interrotte, per hauerle dirizzate ad altro verso; nel quale distorcimento si sono causati gl'angoli acuti, & ottusi più, & meno, cagioni dell'inequalità sodetta. Et di più ancora, perche non sono state dedotte rettamente in continuo, dall'un punto all'altro, per la più breue strada, che doueua farsi, al fiume, ma hor giù hor sù per il corso del fiume. Ne fa a proposito, che le linee dal sodetto termine in oltre tendino rettamente al fiume, con angoli retti, & a perpendicolo, che si causano sopra della retta tirataui sotto, paralella al fiume; perciochе non dimeno, dubio non è che le linee di sotto a detta paralella, al fiume tirate dalle fronti alli campi terminanti ad essa paralella, sono senza del lor proprio verso, perciochе se fussero, secondo il lor verso; perche non furno da Bartole tirate rettamente, in continuo, finò al lor termine, che diciamo verso, senza tirarle adosso, ò sopra, vna paralella, al fiume, & nel contatto redirizarle alla volta del fiume? Di più non è anco dubio, che dette linee dedotte dalle fronti, fino alla paralella al fiume tirateui sopra, sono interrotte; cio è non continue rette, in infinito, per gl'angoli, che nel contatto d'esse, & della paralella al fiume, & delle perpendicolari, che dall'istesso punto del concorso, di tutte loro si causano; onde appare, che nõ è linea diuisoria perpetua retta, & più breue dedotta da vn punto a l'altro, dello da diuidersi, come acconuiensi a giusta & vera diuisione. Di più le fronti istesse sono alterate, in quãto, che risguardano il fiume, & sono indirizate per l'in giù, & per l'in sù, del fiume; & de lì a forza, redirizate al fiume, sono ancora alterate rispetto alla loro quantità; perche alcune essendo in se nel suo principio, per essempio, vn passo, protratte inanzi si ristringono di sorte, che a niun patto, con che se sia quantità di esse, anzi con niuna quantità, ò pure, à niun modo, arriuano al fiume; Altre, con poca, ò minore; Altre con

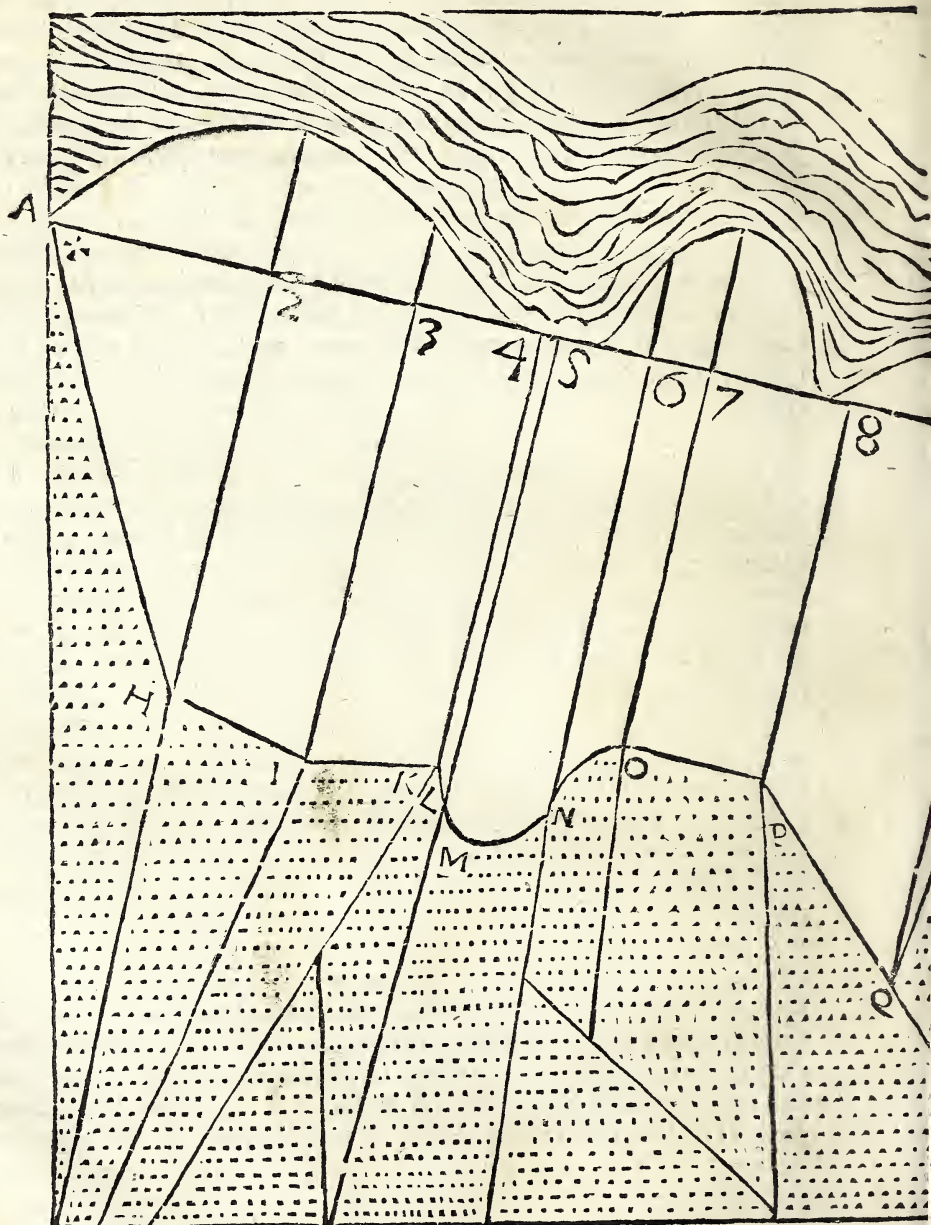
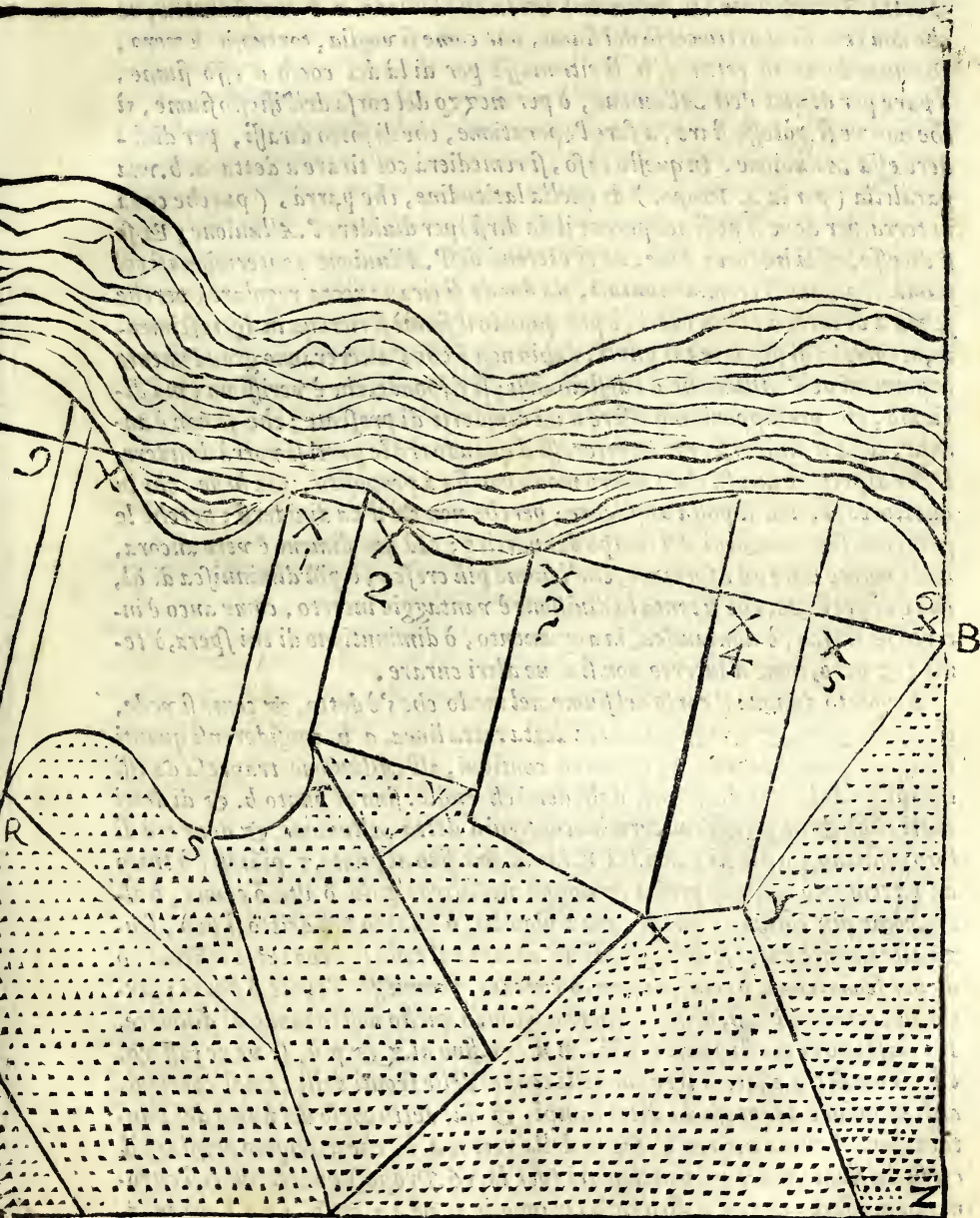
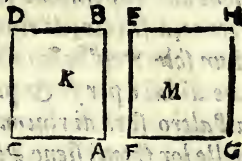
maggiore quantità della, che si ritroua essere; Onde ne deriua la diuisione inequalissima, per gli angoli, come hauemo detto, acuti, ò ottusi, che hauemo detto causarsi da sì fatto diuidere, senza regola. Di più, quella paralella al fiume tirata, per redirizare al fiume, con angoli retti, le linee dedotte dalle fronti de' campi, per l'in giù, & per l'in sù del fiume, fù a caso, & senza d'alcuna regola; perciochè vi fù tirata senza, che vi fosse, ò vi potesse essere alcuna paralella, che è impossibile. Ne fa a proposito, che fù tirata paralella alla riua del fiume, ò ad esso fiume; perciochè, questo auenne, per hauer Bartole, sempre supposto, in tutte le sue figure, le riue del fiume rette, ne mai altramente; Et non dimeno suppose quello, che non mai si ritrouò, ne forse, nell'auenire, si ritrouerà giamai; Onde appare, che in questo caso, non ci insegnò, in alcun modo, di tirare detta paralella, per non hauersi la corrispondente, alla quale si douesse tirare, ò vero c'insegnò vna cosa impossibile in tutto il resto de' casi, nelli quali fusse occorso, che le fronti del fiume non si ritrouassero rette, che come hauemo detto, non fù, ne credo sarà mai, ò tanto di rado, che'l modo di Bartole, in solo questo caso, hauendo luogo, chi altri, d'esso se ne vuole seruire, starà aspettando, che venga, & ne gl'altri, che occorrano ogni giorno, starà aspettando, che Bartole gl'insegni, come si tiri detta paralella, senza che si dia vna linea, alla quale si dica paralella. Errossi ancora nella Misura, perciochè la Misura, per sua propria natura, essendo perpetua, & infallibile, sopra di che viene applicata, sì che tanto sia nel principio, quanto nel mezo, quanto nel fine; per essempio, in vn braccio di panno, che tanto è vn braccio nel principio, doue si cominciò a tagliare, quanto nel mezzo, & quanto nel fine, doue terminossi il taglio; ma Bartole, in alcune sue figure, se nel principio, per la misura, hebbe, per essempio, vn braccio, nel tirarsi inanzi detto braccio, ò lo restrinse ò lo allargò tanto, che restringendolo ne anco arriuò con detta misura, de' vn braccio alla fine, doue haueua a terminare detto braccio; ò se v'arriuò, sempre v'arriuò, cõ minor quãtità, di q̃lla, ch'era nel principio; et dall'altra parte allargãdosi di tal modo l'allargò che nel fine, taluolta il doppio, & sempre più di q̃lla quantità, che era nel principio, si ritrouò essere. Perciochè la latitudine delle fronti prese dalla loro qualità & dall' accidente, & nõ dalla quãtità & dalla sostanza, cio è la prese dal come si ritrouaua la fronte di linea nell' angolo del punto del confine più & meno a perpendicolo, & causante perciò più & meno angoli acuti, ò ottusi, si che da questi si determinasse la latitudine delle fronti, & nõ dalla quãtità loro istessa, & le linee, con le quali Bartole misurò dall'uno a l'altro estremo terminanti, non tirò rette, come s'acconuiene, per misurare giustamente, ma hor curue, hor interrotte, con angoli, hora acuti, hora ottusi, hor con le curue, hor con le rette. Et di più anco, che ritrouandosi il soggetto da misurare, s'altri hauesse voluto ciò fare, con la regola di Bartole, non solo non haueria conseguito il suo intento, d'equalmente hauer diuiso ciò, che secõdo la sodetta sua regola, si doueua diuidere, ma haueria fatto tutto il contrario di quello istesso, che egli voleua fare, & haueua cercato d'insegnare; di che

accortosi

accortosi non se ne preualse, & lasò, in questo caso, di non diuiderle; onde la regola sua non è vniuersale; ò pure, non hauendo detto cosa alcuna, fù imperfetto & defettiuo Ne seguirno anco molti altri inconuenienti, che alli suoi luochi si verranno annotando, & tutti, non dimeno, da vn sol principio di non hauer, come s'è detto saputo la regola, cio è il verso, per doue s'hauessero ad indirizzare le rette delle diuisioni; & prese, per regola, & verso l'istesso, che doueua essere regolato, & la misura istessa, cio è la fronte de' campi, che è impossibile; perciò che la regola, per suo proprio peculiare, ha solamente d'intromettersi trà il misurato, & quello, a chi si deue il misurato, & la misura, ma non è però alcuno di loro ma vn terzo distinto, & separato da tutti tre loro; perche altramente, non saria alcuna differenza, trà di loro; & ciascuno saria l'altro; onde saria vn caos, & vna confusione, nel diuidere; ma Bartole prese la regola dalle fronti de' campi, che come appare, & di sopra dicemmo, è la misura; adunque confuse la misura, & la regola, & fece che l'una fusse l'altra, che è impossibile; & però ne nacquero i disordini di sopra notati. Perciocbe, in oltre proprio della regola è de regolare altri, & non essere lei regolata da altri; perche altramente la regola non saria regola; ò vero il regolato, & la regola saria vna cosa istessa, che è impossibile, per essere diuersi; ma Bartole, facendo la regola le fronti de' campi, che erano li regolati, fece anco, che li regolati fussero la regola, & di più, che'l fiume, che era la regola, fusse il regolato, adunque, cose impossibile, & stranijssime In oltre proprio della regola è d'essere per se sola bastante, senza altri aggiunti, di sopplire vniuersalmente ad ogni caso, del quale essa si dice regola; ma la regola di Bartole ha bisogno, & necessità d'altri aggiunti, per conseguire il suo fine, nelli casi, delli quali si dice essere regola, adunque non è regola. Di più è della regola proprio, & peculiare, di essere vniuersale à tutti i casi, delli quali si dice essere regola, ma quella di Bartole non ha luoco, se non nelli casi medesimi delli quali esso propose le figure, che si vedono; perciò che s'altri muterà le figure, & circa d'esse vorrà applicare la regola di Bartole, s'accorgerà euidentissimamente, che a niun patto può riuscire, adunque la sua regola, non ha il proprio della regola vniuersale. Le quali ragioni se bene, a mio giuditio, siano a bastanza, per dimostrare quello di sopra promettemmo, non dimeno piacime di soggiungerne & anco due, le quali credo io, che per se solo basteranno a ciascuno, per tutte le fin quì dette; & la prima è, Che a quello, che è fatto con regola, s'acquieta l'animo, non contradice la legge, il senso ne resta capace, perche se lo vede, & l'esperiēza cede; Perche cōprēdendosi regolato, par sia impossibile, nō sia cōforme, & alla legge, alla ragione, al senso, & all'isperiēza, come si vede espressamente, con l'esperienza, in mezo, in vn leuto accordato, secondo la regola, che tante corde trà se diuerse, in quantità, di longitudine, & di longhezza, et di grossezza, non dimeno agiustate, con vna certa regola, trà d'esse, in particolare, & in comune, talmente conuengono in vna consonanza corrispondente, corrispettiua, alla regola, secondo della quale furno accordate.

che la ragione cede, la legge acconſente, il ſenſo s'aquieta, & l'iſperiẽza, l'approua. Ma al modo inſegnatone, da Bartole di diuidere l'Alluuione, l'Iſola, & Alueo la ragione cõtradice, la legge s'oppone, il ſenſo aboriſce, & l'iſperiẽza nõ s'acquieta, come à ſuoi luoghi moſtrerasſi, adũque q̃ſto tal modo non è cõforme, ne alla legge, ne alla ragione, ma contraria al ſenſo, & all'eſperienza: Vltimamente diuidere ſecondo il modo inſegnatone da Bartole, come à ſuoi luoghi moſtrerasſi, è impoſſibile, non che difficiliſſimo; & non dimeno non ſi legge, che li Giuriſconſulti, ne diceſſero vna parola, ſegno euidentiſſimo, che appreſſo d'eſſi Giuriſconſulti, non era queſta materia così difficile, come ſuppoſe Bartole, per le ſue diuiſioni; perche non è da credere, che tanti eccellenti Giuriſconſulti, & Imperatori, che con le leggi, da eſſi medeſimi date & promulgate, cercorno di leuare via ogni occaſione, à gl'huomini di venire, alle conteſe, riſſe, & diſcordie, l'una della quale, & potiſſimamẽte, era queſta dell'Alluuione, dell'Iſola, & dell'Alueo, circa del diuiderſi, fuſſe ſtata così difficile, come pare per il modo da diuiderle, inſegnatone da Bartole, non c'haueſſero detto vna parola, & non ci haueſſero inſegnato il vero modo di diuiderle. Perciò che non è veriſimile, che lo faceſſero, perche non lo ſapeſſero, perche ſaria coſa da ſciocco di ordinare, per leggi, che vna coſa ſi debba fare, & non dimeno ne eſſo, che ciò ordinò, ne altri la ſappino fare. Ne mãco è veriſimile, che eſſi Giuriſconſulti, & Imperatori non haueſſero conoſciuta queſta difficultà, in queſta materia, per la ſodetta medeſima ragione. Et molto meno è veriſimile, che non ci l'habbino voluto inſegnare. Da che a mio giudicio, euidentemente ſi può concludere, che non la diſſero, perche era coſa faciliſſima, & che da qual ſi voglia anco groſſo & materiale contadino, ſi poteua ſapere, intendere, & eſſequire; come poi veramente è in effetto, come lo farò conſtare a chi ſi ſia che leggerà queſti noſtri ſcritti. Poi che il modo inſegnatone da Bartole di diuidere l'Alluuione, l'Iſola, & l'Alueo, patiſce tutte le difficultà ſodette, ſegue hora, come noi promettemmo, d'inſegnare il vero modo, che in ſomma, non è altro, che ritrouare la regola ſecondo della quale ſi debbono miſurare le diuiſioni delle ſodette Alluuione, Iſola, & Alueo; che in vna parola è il fiume iſteſſo, con la fronte, che ſi ritroua hauere per tutto quello ſpacio, che contiene l'Alluuione ò l'Iſola, ò l'Alueo; Dico la fronte del fiume rettificata, come, & nel modo, che poco di ſotto ſoggiungerasſi, & alla quale fronte così rettificata s'indirizzino per linee a perpendicolo, tutte l'eſtremità delle latitudini delli campi, che con le lor fronti, ſi ritroueranno hauere più propinque all'Alluuione, ò all'Iſola, ò all'Alueo; sì che tal linee perpendicolari ſi tirino da dette latitudini delle fronti, di detti campi, & terminino ſopra la già detta fronte, del fiume rettificata, come poco di ſotto, più deſtintamente ſoggiungerasſi, perche meglio ſia inteſo. Nel qual modo diuidendoſi, ſi fuggono tutte le difficultà, tra le quali ſi ritroua intricato il modo inſegnatone da Bartole; perciochè la coſa è faciliſſima, la regola ha il ſuo proprio, & naturale, cio è ch'è diuerſa dalla miſura; & dal miſurato, cio è dall'Alluuione, dall'Iſola, & dall'Alueo, & da quello, à

chi ſi deue il miſurato, cio è dalli campi; perche non s'incorpora ne con la miſura, ne col menſurato, ne con a chi ſi deue il miſurato, cio è con li campi, ma ſtaſſi da ſe medeſima ſeparata dalla regola, & dal miſurato; cio è dall'Alluuione, Iſola & Alueo, & dall'a chi, ſi deue il miſurato, cio è dalli campi; Et è ſimplice, certa, chiara; perche da ſe ſteſſa ſola, ſempre infallibilmente, in ogni caſo, cōſeguiſce il ſuo fine. Et a sì fatta diuiſione, da tal regola effettuata, la legge cōcorre, perche lo diſpone; la ragione la detta, perche la cōclude; il ſenſo acconſente, perche la tocca; & l'eſperienza la ſegue, perche l'aſſente: è vniuerſale, perche ha luogo in ogni ſorte d'Alluuione, d'Iſola, & d'Alueo; così, quando li campi ſi ritrouano a paralello col fiume, con l'Iſola, & con l'Alueo, come quando ſi ritrouano a linee curue & concurrenti, & conueſſe ſolamente ò inſieme meſcolate, ò in che modo ſi poſſa ò dare ò imaginarſi. Ma ſe queſto, che noi diciamo eſſere il modo di diuidere giuſtamente l'Alluuione, l'Iſola, & l'Alueo, pareſſe impoſſibile, per riſpetto, che nō pare ſi poſſano redurre, à certa regola le tortuoſe riue del fiume, et molto meno il fiume iſteſſo, che noi diciamo eſſere la regola in queſto noſtro caſo, perche regola non ſi può dire quella, che per ſe non è regolata, ne regolato può eſſere ciò, che è curuo, & non retto, come le riue del fiume, & eſſo fiume iſteſſo, per quello, che di ſopra dicemmo, contra di Bartole; riſpondo che tutto è ben detto, non dimeno è anco veriſſimo, che'l fiume, con le ſue, tortuoſe riue, ſi può redurre a regola, & il come inſegnerò incontinente. Mà prima è a auertire, che quando diciamo douerſi rettificare il fiume, non intendiamo, ſi debbia rettificare, ſe non per quanto importa l'Alluuione, ò l'Iſola, ò l'Alueo; perciò che queſta rettificatione ſolo ſi ricerca, per cauſa di diuidere dette Alluuione, Iſola, & Alueo; onde tanto, quanto importeranno dette Alluuione, ò detta Iſola ò detto Alueo, ſi douerà rettificare eſſo fiume, & non più ne meno. Per far dunque queſto, auertaſi in che da diuidere altri ſi ritroua, cio è ſe ſia Alluuione, ò Iſola, ò Alueo; & perche adeſſo ſiamo in materia dell'Alluuione, di eſſa dunque parlando dico, che per rettificare il fiume in queſto caſo, perche giuſtamente ſi poſſa diuidere detta Alluuione, s'adopererà a queſto modo. Per doue comincia, & per doue forniſce l'Alluuione, negl'eſtremi punti. a. & . b. (che come ſi vede ſonno doue termina l'Alluuione, & doue concorre l'eſtremo dell'acqua del fiume, & gli eſtremi delli campi, da capo, & da piedi di detta Alluuione trapreſa, per la parte dell'acqua, dall'ultimo del fiume, che da capo à piedi la bagna, & per la parte della terra dalle vltime fronti delli campi, che da capo à piedi le ſono cōtigue) pianteſi a piombo vn palo, ò aſta, ò canna, come più tornerà commodo; & dall'uno gl'altri eſtremi punti, tireſi vna retta, ò con ſegni, ò con corda, ò con linea, come parrà, che ſia. a. b. Dico, che queſta tal linea. a. b. (per la 19. Propo.) ſarà la regolarità, & rettitudine della fronte del fiume, che ſi ritroua hauere dirimpetto all'Alluuione, che trà detti due eſtremi punti. a. b. vien trapreſa; ſia come ſi voglia nel reſto il corſo del fiume, trà detti due eſtremi punti, dritto, torto, curuo, concauo, conueſſo, ò aſſolutamente, ò meſcolatamente, come ſi voglia,

glia, & come ſe ſia. N'importa, che detta retta. a. b. paſſi, ò non paſſi giuſtamẽte, per ſempre dal capo. a. piedi. b. per l'ultima eſtremità, dell'acqua del corſo

del fiume; & per l'ultima estremità della terra contigua, & bagnata dall'estre ma acqua del corso del fiume, ma per il contrario, hora passi per il mezzo, &

hora di quà, & hora di la del corso dell'istesso fiume, accostandosi & discostandosi più, & meno, dal doue insieme l'acqua del corso d'esso fiume, & la terra si toccano, & s' hanno tra loro contigui; perciòche questo (come per la sodetta Propositione 19. dicemmo) non fà che la linea. a. b. non sia retta, ne che non rettifichi detto corso del fiume, pur come si voglia, tortuoso. E vero, che quando detta retta. a. b. si ritrouasse per di là del corso d' esso fiume, ò pure per di quà dell' Alluuione, ò per mezzo del corso dell'istesso fiume, sì che non ve si potesse stare, a fare l'operatione, che di sotto dirassi, per diuidere essa Alluuione, In questo caso, si remedierà col tirare a detta. a. b. vna paralella (per la 4. Propo.) di quella latitudine, che parrà, (purche cada in terra per doue si possi adoperare il da dirsi) per diuidere l' Alluuione; Et se si dicesse, assai importa doue, ne gl'estremi dell' Alluuione conterminanti col fiume, si piglino li termini puntali, da donde si tira la retta regolare, perche se più à drento, ò più in fuori, ò pur quando il fiume si ritroua in decrescimento, occorrerà di pigliare tai punti, dubio non è che s'altereranno grandemente le portioni dell' Alluuione, da destribuirsi; si risponde, che è verissimo; ma diciamo, che presupponiamo essere il da diuidersi di presente; che se non è ancora, cessa il diuidersi, & aspetterassi il quando trà le parti si vorrà diuidere, il che aspettare non fà che'l nostro modo non sia à proposito, ma bene, che in questo caso, non si possa applicare; perche non c'è il dà diuidersi; perche le parti non sono concordi del tempo del partire; Mà non dimeno è vero ancora, che'l volere stare ad aspettare, che'l fiume più cresca, ò più diminuisca di ql, che è di presente, che si tenta la diuisione è vantaggio incerto, come anco è incerto se cresca, ò diminuisca, in augumento, ò diminutione di chi spera, ò teme; & però, come d'incerto, non si deue altri curare.

Regolato dunque il corso del fiume, nel modo, che s'è detto, & come si vede, ch'è facilissimo, & certissimo, con la detta retta linea. a. b. considerensi quanti campi, di quanti patroni si ritrouano contigui, all' Alluuione trapresa da essi campi & dal corso del fiume, dalli detti estremi. a. fino al punto. b. & ài detti tutti cāpi; & ne gli estremi termini contigui à detta Alluuione, & doue trà di loro cōfinano, cio è nelli punti. h. i. K. l. m. n. & c. fino al punto. z. piātesi (ò tutto ad vn tempo, ò nell'uno prima & doppò nell'altro) palo, ò asta, ò canna, ò altro, come più tornerà comodo, ma a piombo, ò quanto più dritto si può, senza altramente curarse delle fronti, de' campi, nel resto se sieno tutte insieme, ò da per se ciascuna, ò rette, ò curue, ò concaui, ò conuesse, ò tutte, ò parte; perciòche, come vedrassi, niente importa, secondo questo nostro modo di diuidere. Da ciascuno di questi punti. h. i. K. l. m. n. & c. fino al. z. & più, se ve ne fussero, c'hauemo detto essere li termini delli confini delle fronti delli campi contigui, all' Alluuione trapresa da detti campi, & dal detto corso del fiume dal punto. a. fino al punto b. tirensi, sopra della retta. a. b. che dicemmo regolare il corso del fiume, tante perpendicolari (per la. 16. Propo.) quanti punti si ritroueranno essere; che nel nostro caso saranno. h. 2. & . i. 3. & K. 4. & . l. & . m. 5. & . n 6.

& . n. 6. & . o. 7. & . p. 8. & . q. 9. & . r. 10. & . s. 11. & . t. 12. & . 1. 13. & c. Le quali tutte, perche vengono tirate dalli termini & confini trà di loro de' campi contigui all'Alluuione, fino al fiume; & che perciò passeranno per trauerso, sopra di essa tutta Alluuione, la diuideranno tutta, in tante parti, quante saranno, che sieno traprese da dette perpendicolari, à tutti i campi contigui all'Alluuione, per la latitudine delle fronti, di ciascuno di essi campi, c'hanno nelle loro estremità contigue ad essa Alluuione; come a ciascuno è più, che certissimo; che è quello, che s'andaua cercãdo, & noi di sopra promettemmo de insegnare; come ne pare hauer fatto perstrada, come si vede, facile, vera, perpetua, infallibile, & vniuersale, con ogni sorte di figure di fronti di campi, come ciascuno da se può vedere nella posta figura, composta di tutte le sorti delle fronti de' campi c'habbiamo potuto imaginarne. Ne come si vede, è bisogno di sapere tante, & tante cose, che altre uolte, seguẽdo Bartole, ne fu bisogno premettere, se si voleua intendere il modo del diuidere insegnatone da lui, & conseguirne il suo fine; percioche altramente, non le sapendo ne anco mai si saria saputo quello, che esso ne disse, & se si fusse saputo, non si saria saputo esseguire, & se si fusse saputo esseguire, non si saria saputo applicare ad altri casi, da quelli, dell'istesso Bartole, & se si fusse saputo applicare, non saria riuscito vniuersalmente in ogni caso, ma solo nelli figurati da esso Bartole; Per il contrario, diuidendosi come habbiamo insegnato noi, solo basta sapere, che la legge vuole, che l'Alluuione si diuida alli campi contigui, per la latitudine delle fronti, che essi campi si ritrouano hauere nell'estremità loro contigue all'Alluuione, fino al fiume; secondariamente, di sapere redurre la tortuosità del corrente del fiume, à rettitudine, & a regola; Tertio, & vltimo, sapere tirare dalli termini confinali, de gl'istessi campi, che si ritrouano hauere nelle loro estremità contigue alla Alluuione, le linee perpendicolari, altramente diuisorie, sopra della rettitudine del fiume; cose tutte come appare, poche, facili, che da ciascuno, anco materiale Contadino, si possono sapere, & esseguire; & non dimeno, vien giustamente il tutto diuiso, che non v'è cosa, che non consoni, ne che non s'accordi; la legge con la ragione; la ragione col senso; & il senso con l'isperienza; poiche ciascun campo, per la latitudine, c'ha nelle fronti, ha la sua portione dell'Alluuione, fino all'estremità del corso del fiume, che in somma è quello, che in questo particulare, si desidera, & per causa di che, altramente, si contrasta, & si viene a risse, & a questioni; Ne per rispetto della diuersità de gl'angoli, ò retto, ò acuto, ò ottuso, che si ritrouano occorrere spesso nelle fronti delli campi, ne' punti delli confini d'essi campi, causati tal'hora da linee tutte rette, tal hora rette & curue, tal'hora da tutte curue, tal'hora da curue & conuesse, et tal'hora da mescolate tutte insieme, s'altera in alcun modo; ne la regola del diuidere ne le diuisioni, è incerta & fallibile come succede nel modo di Bartole, ma sempre, come si è detto certa & infallibile riesce, come si uede nella sodetta figura euidentissimamente.

Ma dirà alcuno la fronte. i. K. del campo istesso. i. K. & la fronte. q. r. del cã-

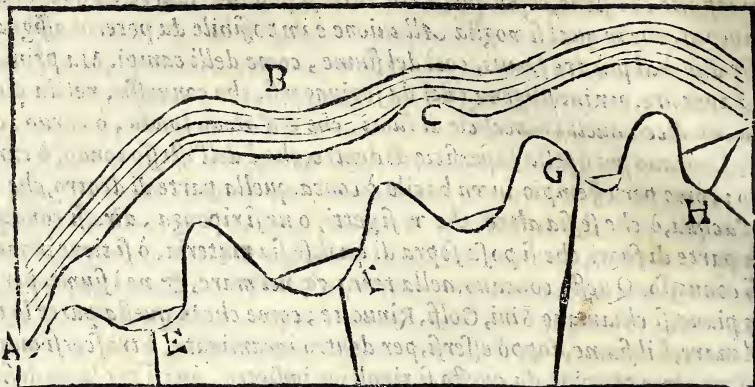
po istesso. q. r. non sono nella retta fluuiale. a. b. di quella quantità, della quale sono nelle fronti. K. i. & nell'altra fronte. q. r. perche, in detta retta. a. b. fluuiale la. K. i. si ritroua essere della latitudine di. 3. 4. & la. q. r. della latitudine di. 9. 10. & non dimeno appare manifestamente, che la latitudine della. K. i. nella fronte del suo campo. K. i. si ritroua essere di molto maggior latitudine, che non è nella retta fluuiale. a. b. la retta. 3. 4. corrispondente alla. K. i.; il medesimo si vede circa della latitudine della fronte, del campo. q. r. con la linea. 9. 10. che le corrisponde nella retta fluuiale. a. b. Adunque detta diuisione non è fatta nella retta fluuiale. a. b secondo vuol la legge, per la latitudine delle fronti delli campi. K. i. & . q. r; Et non dimeno sempre, ò il più delle volte occorre, che le fronti de' campi si ritrouino à questo modo, & non à paralella linea, con la fronte del fiume redotta à rettitudine, per la retta. a. b. adunque non è ben diuiso; Rispondo, che non ha difficultà, ne principio di dubitare; Tuttauia, per sodisfare ad ogni huomo, dicesi, che se questo, che s'oppone, fusse vero, cio è, che la linea. K. i. del campo. K. i. & la linea. q. r. del campo. q r. fussero le loro latitudini, seguiria, che se ben detti cāpi. K. i. & q r. fussero minori, ò manco larghi, di tutti gl'altri, che si ritrouano nell'istessa figura, cominciandosi dal punto. h. fino al punto. z. non dimeno haueriano più dell' Alluuione, à proportione, che non haueriano tutti gl'altri campi maggiori di loro; & che à lor rispetto, cio è, di. K i. & di. q. r. sono in quadruplicata proportione. Di più seguiria, che li campi di sotto à questi, niente haueriano dell' Alluuione, ò se n'hauessero saria poco, & non arriueriano fino al fiume, per l'attrauersamento, che gli faria questo, del quale dicemo: & resteria non dimeno di sopra, di detto attrauersamento, qualche parte d' Alluuione, che non saria d'alcuno, se non fusse (come il douer non vorria) di questo. Di più, s'à questo modo s'intendesse essere la latitudine delle fronti, seguiria, che se questa tal fronte si rituouasse in cima, ò da capo dell' Alluuione, come hora si ritroua nella nostra figura. z. x. occuperia lei sola, per se stessa, tutta l' Alluuione, senza niente lassarne à gl'altri campi, che u'hauessero le fronti; ò pure segueria il detto poco fà di sopra. Et se fosse tal fronte, nell'ultimo dell' Alluuione segueria, che detta fronte niente haueria dell' Alluuione, come nella nostra figura la. h. a. & non dimeno, remarria parte dell' Alluuione, che legittimamente, non saria d'alcuno; come euidētissimamente, appare, à chi se ne vorrà chiarire; & di più il tutto saria contra del douere, & del giusto, & della legge, & dell'esperiētia, adunque &c. Et la causa de si fatti inconuenienti, è perche la linea. K. i. del campo. k. i. & la linea. q. r. del campo. q. r. non è (come questi diceuano) la latitudine delle fronti, di essi campi. K i. & . q. r. Che, perche meglio s'intenda, dico che s'à qual se sia altra cosa, che non sia huomo, s'attribuisce fronte, faccia, petto &c. col resto di di tutto quello, che seguita ad essa fronte, faccia, & petto; si dice per vna certa similitudine tutto quello, che si dice della fronte, faccia, petto; parti, che sono propriamente, & primieramente dell'huomo istesso; Perche dunque, nel

caso nostro, li campi, non hanno, per se, ne la fronte ne la faccia, ne il petto; pe-
che sono cose materiali & insensibili, & non dimeno, d'essi si dice fronte, faccia
& rimpetto, seque da questo, che, come nell'homo si dirà fronte, faccia, & pet-
to; perche è proprio & primieramente di esso homo, hauer queste parti, così
anco si dirà delli campi, & di tutto il resto di che si dice fronte, faccia, & pet-
to. Il medesimo dico di quello, che conseguita ad essa fronte, faccia, petto, &c.
come a dire latitudine, & rispetto d'essi: onde subito che si saperà, come nel-
l'huomo questi parti si piglino, subito anco si saperà, come si piglino in quelle
cose, delle quali si dicono, per similitudine più presto, che perche l'habbino. Per
sapere ben questo, fingansi due teste l'una. K. l'altra.
M. D'intorno a ciascuna d'esse descriuasi vnquadrato,
l'uno della. K. sia a. d. & dell'altra. M. l'altro. e. h.
Della testa. K. la frõte sia. a. b. tirata d'un tempio, a l'al
tro; la. c. d. sia la parte di dietro della testa. La. a. c. sia la
parte destra; la. b. d. sia la parte sinistra della testa; Dell'altra testa M. la fron-
te sia e. f. la parte de dietro. g. h. da man destra. e. g. da sinistra. f. h. Nell'homo
fronte si dice quella parte per dinanci d'esso, che nella faccia è più eminente,
d'ogn'altra parte; & perche la faccia, & il petto è della parte dinanci, come è
essa frõte, q̃llo istesso, essere dinãci, che dir, si suole della frõte, si dirà anco del-
la faccia, & del petto; come, Questi tali stãno, à fronte, à faccia a faccia & di
rimpetto; Per il che appare manifestamẽte, nelle sodette figure, di dette due te
ste d'huomini. K. &. M. che la frõte della. K. nõ sarà la parte de dietro. d. c. ne la
sinistra. d. b. ne la destra. a. c. ne, tanto meno sarà le diametrali. c. b. &. d. a. ma
solamente la dinanci retta. a. b; Così ancora nell'altra testa; M. la fronte non
sarà la parte di dietro, h. g. ne la destra. e. g. ne la sinistra. h. f. ne le dia-
metrali. f. g. & e. h. ma solamente la. f. e. perche questa parte, è nella faccia, &
più eminente inanci, che sia nell'homo, come appare euidentissimamente. Da
questo si conclude, che in tutte le cose, che non sono huomini, & d'esse pur si
dicano, fronti, la lor fronte sarà quella parte d'esse, che si ritroua, per dinanci
d'esse, che più sia eminente, & sporga in fuora; perche questo è esser fronte
ne gl'huomini a similitudine delli quali si dice, che queste cose che non l'hanno,
habbino fronte; & così, non sarà la parte loro di dietro, ne le laterali, ne le
diametrali; dunque la latitudine della fronte sarà quella larghezza d'essa frõ-
te, che si ritrouerà hauere dall'un tempio a l'altro, per dinanci, per la linea ret-
ta. a. b nella testa. K & per la linea retta c. f. nella testa. M. & non si dirà, ne p
le parti laterali, dall'uno all'altro tempio, della. K. di. d. b. & di. c a; & della.
M. di. e. g & f. h. Ne meno per di dietro della K di. c d; & della. M di. h. g. Ne
molto meno, per li diametri. d. a. & c. b. della. K & c. h. & f. g. della. M. per-
che questa si domanda, & è nell'homo la parte più eminente, che dinanci hab-
bia nella faccia, che diciamo fronte. Onde à similitudine, la latitudine della
fronte, in qual si voglia altra cosa, che nõ sia homo, si dirà quella retta, che sa-
rà tirata d'uno estremo all'altro, della parte dinanci, più eminente, d'essa co-
sa, della

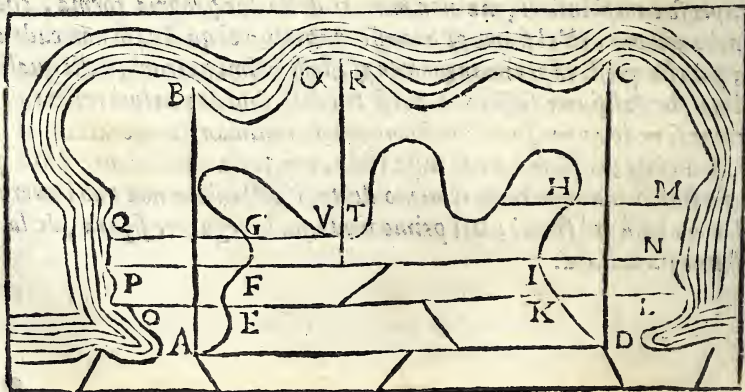
ſa, della quale ſi dirà fronte; & non per la retta tirata, ne per la parte, nè di dietro, ne per le parti laterali, ne per le parti diametrali; percioche queſte nõ ſono quelle parti, che dinanci ſonno più eminenti, & però ſi dichino fronte, ma d'altre parti, che hanno altri nomi, come dietro, da canto, & per diametro; coſa da ſe ſteſſa, che è euidentiſſima. Da che s'è veduto, che coſa ſia fronte, & ſua latitudine, così in quelli, alli quali primieramente conuiene, come in tutte quell'altre coſe, alle quali conuiene per ſimilitudine, ſegue hora, che diciamo, che coſa ſia eſſere à fronte, à faccia, di rimpetto, & ſimili, donde depende la ſolutione dell'oppoſitione fatta in contrario. Dico dunque, che queſto dire eſſere à fronte, à faccia, di rimpetto &c. è Riſpetto; & così di due termini & nõ mai d'un ſolo. Nell'homo dũque, del quale primieramẽte ſi dice queſto riſpetto, perche di lui è per ſe & primieramente, ſi dirà eſſere à fronte, quando l'uno homo all'altro ſarà di rincontro, con la fronte di ciaſcuno d'eſſi, ſi che le latitudini delle lor fronti ſieno à linee paralelle, come nelle ſodette due figure. K. & . M. la retta. a. b. & . e. f. che ſe ſi tiraſſero da gl'eſtremi delle lor fronti, da man deſtra del K dall'. a. ad. e. la retta a. e. della. M. & da man ſiniſtra del. M. dal. f. al. b. della. K la retta. b. f queſte due rette ſariano perpendicolari, cio è la. b. f. alla. a. b. & la. a. e. alla. a. b. & così, all'incontro la. b. f. ſaria perpendicolare alla. e. f. & la a. e. ſaria perpendicolare alla. e. f. & trà di loro ſariano anco a paralello; per ilche cauſeriano vn quadrato bislongo di. a. f. Così anco ſi dice di tutte quelle coſe, che per ſimilitudine, ſi dicon eſſere a fronte, à faccia, à faccia, & rimpetto; cio è, che con quello tale riſpetto, al quale ſi dicono eſſere à fronte, s'habbiano à linee paralelle, con la ſua fronte, & à perpendicolari; ſi che inſieme cauſino vn quadrato bislongo. Onde, perche delli campi ſi dicono le fronti, & riſpetto al fiume, & al fiume regolato, per linea retta, ſegue da queſto, che queſte fronti delli campi, riſpetto al fiume, debbano eſſere a paralello della retta del fiume. a. b. che regola dette fronti; & non, per il contrario, che le fronti regolino il fiume; & così, che'l fiume s'habbia, à regola cio è ad angoli retti cõ le fronti de' cãpi et nõ al modo di Bartole, ch'errò, ma che le linee dedotte da gl'eſtremi delle fronti, alla retta fluuiale, ſieno ſcambieuolmente perpendicolari, & cauſino inſieme vn quadrato, ò perfetto, ò veramente biſlongo, come ſi vede ſuccedere nella noſtra gia poſta figura, che perche non ſegue, pigliandoſi le fronti, come ſi ſopponeua, per la parte auerſa, ſegue per queſto, che la fronte, non era quella, che ſi diceua per l'auerſario, ma quella, che fino a quì s'è detta, & dimoſtrata da noi.

Et ſe ben non mai, ò di rado, ſi ritroueranno le fronti, così delli fiumi, come delli campi, che ò riſpetto a ſe ſteſſi ò riſpetto l'una all'altra ſieno, ò rette, ò paralle, ma per il contrario, ſempre ſi ritrouino, & riſpetto a ſe medeſime, & riſpetto a l'una all'altra, che ſieno ſcambieuolmente diſtorte, & concorrenti; & tutto queſto poſſi interuenire in varij & infiniti modi, non dimeno tutti queſti, ſieno pur quanti ſi vogliono, dico, che ſi poſſono ridurre a due, ò al più a tre, li quali dui, che ſaprà diuidere, ſaprà ancora diuidere & il terzo, & tutti gl'altri,

tri, per infiniti, che sieno, come quelli, che tutti si possano ridurre, a questi due; Dico ancora, che in qual si voglia Alluuione è impossibile da poterui assignare più, che due, ò al più, trè fronti, così del fiume, come delli campi. Ma prima si deuerà auertire, per intelligenza del da sogiungersi, che conuesso, nel da dirsi, chiamo, & dicesi quella superficie di fuori, che è d'alcun tondo, ò curuo, che se sia; Concauo poi quella superficie di dentro, che è dell'istesso tondo, ò curuo cauato; come per essempio, in vn bacile, ò conca, quella parte di dentro, che cōtiene l'acqua, ò che se sia altro, che vi si getti, o ue si riponga, dirassi concauo, quella parte di fuori, che si posa sopra di qual se sia materia, ò si tiene in mano dirassi conuesso. Questo concauo, nella terra, & nel mare, & ne i fiumi, per essere in piano, si chiamano Sini, Golfi, Rinuolte; come che in questa parte la terra, ò il mare, ò il fiume, doppò essersi, per dentro incaminati, ò trascorsi inanci, fino ad vn certo termine, da questo si riuoltino indietro, quasi per la medesima strada, per la quale, per di già prima, essendo intrati, hanno causato, con si fatta lor strada inanzi, & in dietro, quasi come, si vede la forma della lettera romana. C. & della. S. Il conuesso, poi volgarmente chiamasi Capo, punta, ò Lingua, per vna certa similitudine, che si ritroua hauere con questi nomi, che propriamente significano, l'istesse cose, che hanno tali nomi.

Intesosi questo; Dico, che in qual si sia Alluuione non mai si potranno assignare più, che due fronti insieme vnitamente, così del fiume, come delli campi; ò al più trè; Percioche, ò sarà per longo il corso del fiume, & dell'Alluuione; ò sarà per da capo & per il longo dell'istessi fiume, & Alluuione; ò vero, per il da capo, & per il da piedi di essi fiume, & Alluuione; & non mai in alcun altro modo; percioche, se fusse possibile assignarsi la quarta fronte, non potria essere, se non per il longo del fiume, & dell'Alluuione, dal principio al fine d'essi; ma come di sopra, hauemo detto; ciò non può essere perche saria l'istessa; adunque di rimpetto à questa; che s'è; necessariamente segue che questa non sia Alluuione, ma Isola, ò vero inundatione; cio è che il fiume, per gran copia d'acqua inondando, se sia dal suo proprio Alueo tolto, & di vn sol corso, che prima faceua per vn solo Alueo, adesso, causatone vn altro tramezo, habbia trapreso campi intieri, ma non mutati della lor propria forma, che per prima, haueuano, ch'el fiume gl'hauesse trapresi; nel qual caso non cade diuisione; poi che questi cāpi rimangono de gl'istessi primi patroni, delli quali erano prima, che dal fiume fussero trapresi trà delli suoi due Aluei repentini causati, come si vede appresso dell'institutioni di Iustiniano Imperatore, al lib. 2. tit. 1. §. Insula; nel fine. Et se fusse Isola, non saria Alluuione; della quale hora parliamo adunque come hauemo detto, l'Alluuione non può hauere più, che due, ò al più trè fronti; Del primo modo, sia la seguente figura, della quale il fiume sia. a. b. c. d.

Et li

Et li campi.a.e.f.g h; Dico, che la fronte del fiume.a.b.c.d.& delli campi. a.e.f.g.h.sarà la retta a. d. per dal principio dell'Alluuione. a. alla fine dell'istessa Alluuione, nel punto.d. & sarà vnica, & sola, & per la longhezza solamente, & del fiume, & delli campi, & dell'Allunione; & niuna ne sarà, ne per da capo nel punto a.ne per da piedi nel punto.d; perciòche la fronte si domanda quella longitudine, ò latitudine, che è dall'uno estremo all'altro; come nel capo humano da vn tempio all'altro per linea retta; ma questa è tale, come appare, & è vnica & sola; adunque, come dicemo, si può dare vna Alluuioue d'una sola, & vnica fronte, per longitudine, che dicemo del fiume & delli cãpi, & Alluuione, dal principio al fine che era da mostrarsi. Come poi si diuida, perche gia s'è detto, per non replicare, cõ tedio, l'istesso, s'interlassa.

Segue hora, che mostriamo, che si possa anco dare l'una fronte, per da capo & l'altra per da piedi; ma perche questo non può mostrarsi senza, che vi si ponga anco là per la longhezza, rispetto della quale si dice per da capo et per da piedi, per tanto, in vna sol figura, per più breuità, & perche quello, che si mostra, & si dice dell'una, si dice anco dell'altra, mostreransi tutte tre insieme nella seguente figura; della quale il fiume sia.a.b.c d.li campi. a.f g.h.i.K.

Dico

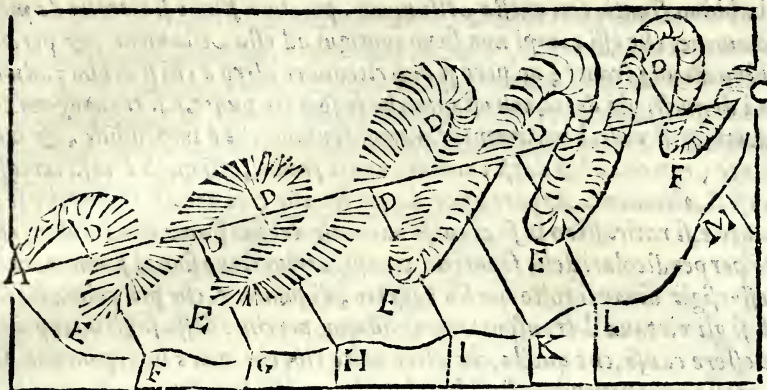
Dico, che in questa figura si ritrouano tre fronti, l'una sarà per la longitudine del corso del fiume, dal principio al fine, che sarà la retta dedotta dal pũto estremo principio dell' Alluuione. a. all'altro punto estremo dell' Alluuione & fine, nella lettera. d. l'altra fronte, per il da capo di detta Alluuione, & del fiume & de' campi, dico che sarà la retta dedotta dall'estremo dell' Alluuione punto. a. all'altro estremo di detta Alluuione nel punto. b. L'altra fronte, & così la terza, per da piedi di detta Alluuione, & del fiume, & delli campi, sarà la retta dedotta dall'estremo dell' Alluuione, nel punto. d. all'altro estremo dell' Alluuione nel punto. c. le qual due fronti, dico la per da capo, & l'altra per da piedi se si negassero si può dedurre, & prouarlo, nell'istesso modo, nel quale di sopra fù dedotto darsi la fronte per longitudine. Ma se si negasse, che in queste due fronti, c'hauemo detto, l'una chiamarsi da capo, & l'altra per da piedi, in ciascuna d'esse non si può assegnare l'uno de gl'estremi di loro, nel quale vnitamente, come in quell'altra della longitudine, concorrino come in vn comun termine ò punto l' Alluuione, il fiume, & i campi, perche si dica che nella fronte, per da capo di questa presente Alluuione, il punto. b. non è comune; ne che in esso vnitamente concorrino l' Alluuione, il fiume, & li campi, come nella, per la longhezza, nelli punti. a. d. per rispetto (come appare) che in detto punto. b. non arriua il campo. g. u. con detta sua fronte. g. u. & Così anco si veda interuenire nell'altra fronte, per da piedi. d. c; perche non si vedino vnitamente concorrere nel punto. c. estremo di detta fronte da piedi. d. c. & li campi, & l' Alluuione, & il fiume, ma il campo. t. h. esserne lontano, per lo spacio tutto. h. t. & però che ne l'una, ne l'altra d'esse sieno fronti, & per questo vna sol fronte si possa assignare nell' Alluuione, che diciamo, per longhezza & non ne per lo da capo, ne per lo da piedi, come diceuamo. Si risponde che (& quello si dice dell'una perche è l'istesso s'intenda replicato dell'altro) il punto. b. & l'altro estremo punto. a. della fronte per da capo della presente Alluuione sonno, nelli qual vnitamente concorrono, a terminare insieme, come in vn sol punto, & il fiume, & Alluuione, & li campi; che deducesi a questo modo; Dubio nõ è, che li campi. e. f. g. nella fronte. a. d. non hãno fronte, perciò che se da gl'estremi punti di detti campi tirerassi (come vuole la regola) vna retta a perpendicolo sopra della retta. a. d. dubio non è che detta perpẽdicolare. a. b. passerà, per detti tutti punti de gl'estremi termini, di detti tutti capi. e. f. g. ne causerà, per quel verso, fronte alcuna, come da se è euidentissimo, ma la causerà bene per dall'altro verso, se tireransi sopra questa, perpendicolare. a. b. altre perpendicolari, dalle fronti d'essi campi. e. f. g. che arriuino alla fronte del fiume, a. o. p. q. b. che sieno. e. o. & f. p. & g. q. adunque per da questo verso, questa Alluuione & fiume, & campi hanno fronte & concorrono ancora vnitamente nell'uno istesso pũto estremo d'essa Alluuione, nel detto pũto. b. perche là và a terminare la perpẽdicolare. a. b. fronte, per da capo. dedotta sopra della frõte, per il longo. a. d. Ne fa cosa di momento, che in questo punto. b. non arriuino i campi, ò il campo. g. u. l'una qualità ricercata, a far, che sia l'uno estremo

delli due dell' Alluuione; percioche questo è vero nella fronte, per il longo dell' Alluuione, dal principio al fine; come quella, che se nō hauesse i suoi estremi, non haueria ne anco per doue, dirizarsi; ma nelle fronti, per da capo, & per da piedi manco principali; perche appare dalla gia soppostà fronte, per la longhezza, per doue hanno da indirizarsi l'altre due; perche deuono essere perpendicolari à questa già fronte per longhezza, non occorre l'altro estremo termine, nel quale comunemente debbono concorre, à terminare il fiume, l' Alluuione & i campi perche hautosi l'uno estremo d'essa Alluuione, nella presente figura, nel punto. a. nel quale concorrono l' Alluuione, il fiume, & i campi, & sopra di ciò sapendosi come a perpēdicolo si debia tirare vna perpendicolare, necessariamente segue, che l'altro estremo, di questo punto. a. sarà nel doue terminerà la perpendicolare tirata (nel proposito) a. b. Che, perche, nella fronte, per la longhezza; non si può fare, non hauendo alcuna retta, sopra della quale, si possa da vn pūto tirare vna perpendicolare, da vno estremo all altro, della Alluuione, doue comunemente cōcorrono a terminare, l' Alluuione, il fiume, & li campi, de quì auiene, che in questa fronte, per la lōghezza si ricercano questi due estremi punti, nelli quali concorrano vnitamente il fiume, l' Alluuione, & i campi; ne si ricerchino nella fronte, ne da capo, ne da piedi di essa Alluuione. Perciochè se vero fusse, che nella presente figura non si dessero queste due fronti, l'una per da capo, & l'altra per da piedi, dubio non è che succederia, che dell' Alluuione ne rimarria alcuna parte, che non saria d'alcuno; in quanto, che succederia, che dinanci di lei non saria campo che ci hauesse alcuna fronte, per la latitudine della quale già hauemo detto, che si diuide alli campi; Et tuttauia vi sariano, per l'altra parte, campi contigui alla Alluuione terminati; & non dimeno senza fronti, che è impossibile, per implicare contradittione nel istesso medesimo, che sieno campi & contigui, & con li termini continui alla Alluuione, & non dimeno non habbino fronti; che non è altro, che la latitudine delli campi nell'estreme parti contigue, che si ritrouano hauere alla Alluuione. Et deducesi manifestamente, nella detta figura: perche se vorrassi attendere solamente la fronte, per il longo. a. d & secondo questa tireransi le perpendicolari dalli campi, per da capo per dalli suoi punti delle loro fronti, che sono. e. f g. fino al fiume. a. b. c. d. In questo caso, vederassi, che ò vero tutte le perpendicolari soprasteransi, sì, che sarà vna istessa linea, ne causeranno alcuna latitudine, ò vero, per retrouarsi dette fronti di campi, con li suoi termini confinati, l'uno antecedente all'altro, dette perpendicolari, massime le dedotte dalli punti estremi, de di più bassi campi, verso della fronte, secondo la longhezza, non arriueranno al fiume; & finalmēte, in ogni caso, resterà per non diuisa la Alluuione, ò tutta, ò parte; chesi ritrouerà essere, per da capo; come quella, che per dette perpendicolari dedotte da detti estremi punti, di detti campi, non passeranno, per tutto di detta Alluaione, ma questo (come s'è detto) è inconuenientissimo, impossibile, & implica contradittione, nel solo assunto, che non auien d'altro, che da negare detta fronte;

adunque

adunque, come questo è falso così il contrario è verissimo, poi che a questo modo tutta l'Alluuione vien diuisa à tutti li campi, che si ritrouano contigui, & secondo le latitudini delle lor fronti. Come poi, in questo caso, cio è quando nella Alluuione si ritrouano due ò tre fronti, si diuida, se ben dal fin quì detto, sia facilissimo, per essere l'istesso, che s'è veduto farsi nella Alluuione, d'una sol fronte; non dimeno breuemente repillogando il tutto, soggiungerollo ancora, per più facilità di chi si sia, che ne dubitasse; Dico dunque, che tirata, che si sarà la retta dall'un punto estremo dell'Alluuione all'altro, per longitudine, & per essa si sarà diuisa detta Alluuione, nel modo antedetto à ciascun campo per la latitudine delle lor fronti, che haranno contigue; non dimeno se ò da piedi, ò da capo di detta Alluuione, vnitamente, ò solo; se da vna parte auanzerà portione alcuna dell'Alluuione, che non si sia potuto assorbire da questa diuisione, in questo caso, sopra l'ultima linea, & la prima (se saranno due fronti, l'una da capo, & l'altra da piedi) ò sopra d'una d'esse (se solo sarà vna fronte, ò per da capo, ò per da piedi) porrassi lò squadro, come già s'è detto, & da ciascun punto estremo delle latitudini delli campi contigui, che sono per da capo tireransi le perpẽdicolari fino al fiume, che tutto il resto dell'interposta Alluuione sarà diuiso compitamente a tutti li campi, per la loro latitudine, come si vede fatto in questa figura, per la perpendicolare. e. o. dedotta dalli punti & termini estremi, del campo. e. f. & per la perpẽdicolare. f. p. dedotta dal termine del campo. f. g. & per la perpendicolare. g. q dedotta dal termine. g del cãpo. f g. All'istesso modo si può discorrere, per la diuisione, da farsi per l'altra fronte per dalla fine.

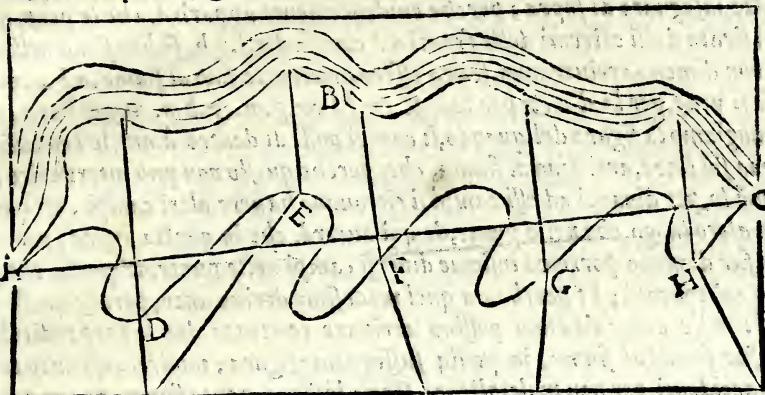
Non è cosa di momento, che per di longo della fronte, & per il campo u g. habbia due fronti; l'una, per il longo, per. u; & l'altra, per da capo. g. & per quella, per di lungo dal punto u. si distenda fino al fiume al punto. x per la perpendicolare. u. x. & per quella, per da capo. g. da questo punto si distenda fino al fiume al punto q. per la perpẽdicolare. g. q. Et questo istesso anco si veda accadere nell'istessa fronte, per il lõgo per da piede nel campo. t. h. che pare habbia due fronti, l'una per il longo per. t & l'altra, per da piedi per. h. & per quella, per di longo, si distenda fino al fiume, per di longo al punto r. per la perpendicolare. t. r. & per quella, per da piedi si distenda fino al fiume, per da piedi, al punto. m. per la perpendicolare. l. m. Perciochè non è alcuno inconueniente, ma conuenientissimo, anzi & con molta ragione; in quanto, che questi campi, in questi angoli, si ritrouano hauere due fronti, l'una per dinanci, verso del fiume, per il lungo; & l'altre per dalle bande ò parte per da capo, & per da piedi d'esso fiume; Onde non è inconueniente, che ancora dell'Alluuione, per tutte dette due fronti partecipino; poi che, per il contrario, nell'essergli leuato dal fiume del suo proprio, per da dette due parti ancora gli vien leuato del suo per dinanci & per dalle bande; Onde è cosa anco conforme al douere, & giusto, che nell'acquistare, & recuperare, acquisti & recuperi per due parti, cio è fronti, per dinanci, & per da canto, come si vede esser fatto.

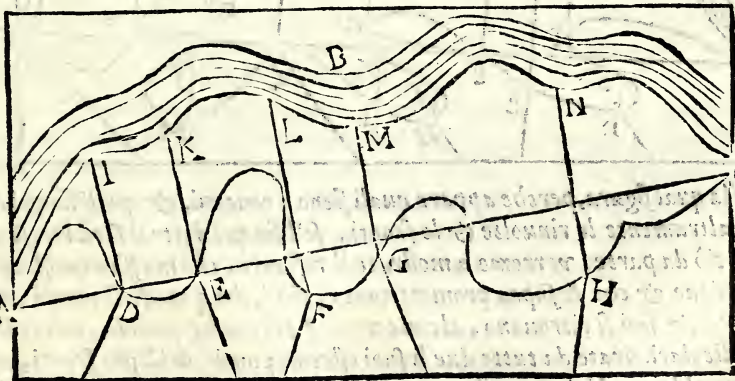
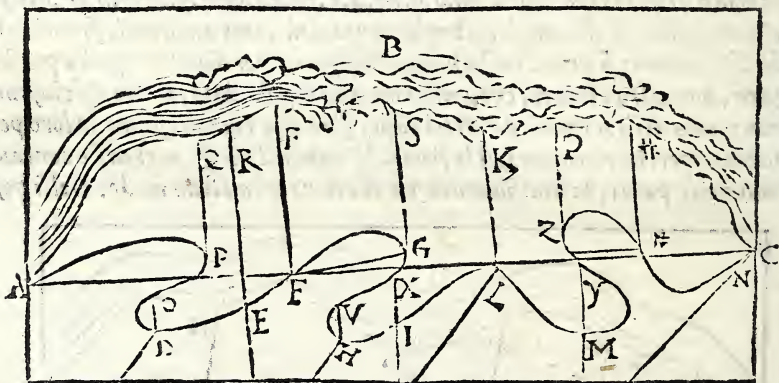
E d'auertire anco, che quando occorrerà assegnarsi più fronti oltre la per longitudine (senza della quale, come hauemo detto non può stare alcuna altra fronte) sempre queste altre fronti saranno, ò per da capo, ò per da piedi, ne mai nel mezo; perciò che, per questo mezo già hauemo detto consistere la fronte, per longhezza. Si conoscerà poi ritrouarsi la fronte, ò per da capo, ò per da piedi, quando l'ultima ò prima perpendicolare tirate sopra della rettificata del fiume, per estremo punto della fronte del campo estremo, trà se per di drēto, raccogliendole, ò pure sopra d'esse, senza alcuna latitudine passeranno, si che esse perpendicolari, con le linee delle fronti, de essi campi diuenghino vna istessa & medesima linea, causando insieme angoli retti, nella già rettificata del fiume; Segno anzi proua necessaria, che in questo caso, & per questo verso, non è fronte, ma per l'altro, ò per da capo, ò per da piedi, doue ciò occorrerà interuenire. Questo istesso che s'è detto & concluso & mostrato che nell' Alluuione non si possano dare al più se non tre fronti & al meno se non vna fronte, si intende ancora esser vero nell' Alueo, perche circa di questo in tutto & per tutto segue la natura & proprietà dell' Alluuione, come al suo proprio luoco dirassi più diffusamente. L'Isola poi, quando siamo in materia d' Alluuione ha le fronti per tutte le sue parti per di sopra & sotto, per di quà, & di là da' lati d'essa in infinito. Ma quando fussimo in materia d' Isole nouamente ad essa sopranate in questo caso l'Isola antica perche è come campo (dice la legge) segue in tutto & per tutto la naturalezza de' campi, cio è, che solo ha le sue fronti per di rimpetto a lati dell' Isola nouamente nata, & non per da capo ò per da piedi verso l'in sù, ò l'in giù, del corrente del fiume; Poi che dal fin quì detto cōsta, quāte fronti possino hauere & l'Alluuione, & l'Alueo, & l'Isola, resta hora, che diciamo di quanti modi si possino ritrouare queste fronti p̄ se sole, & rispetto all'altro, in ciascuna di loro; Et se ben sieno infiniti, non dimeno a noi pare si possino ridurre a quattro, li quali chi saprà, saprà anco tutti gl'altri, per infiniti che sieno, come quelli, che tutti si riduchino à questi quattro. Il primo sarà quando la fronte del fiume sarà tortuosa, sì che con essa tortuosità causi concaui, cio è, Sini, ò Golfi, ò rinuolte, che vogliamo chiamarcili; & così ancora causi conuessi, ò lingue, ò capi, ò punte che le vogliamo dire; Il secondo al contrario quando sarà tortuosa la fronte de' campi & non quella del fiume. Il terzo composto del primo & del secondo, & così quando le fronti delli campi & del fiume saranno tortuose; Il Quarto quando l'una & l'altra sarāno rette; del qual modo come anco quando sono al tutto paralelli non dirò altro; come quello che non ha difficultà, & di raro si ritroua, & già s'è detto a bastāza nel principio di q̄sta. vj. annotatione della presente figura. Del primo modo dunque quando il fiume ha la fronte tortuosa nel modo sodetto l'essempio sarà la susseguente figura, della quale il fiume sia. a. b. c. & le sue rinuolte sieno per tutto doue sempre si ritroua la lettera. d. Li capi poi ò punte sieno per tutto, doue si vedrà la lettera. e. Dall'altra parte, i campi sieno. a. f. g h. i. K. l. m. c. In questo caso, come altre volte s'è detto, si

deue regolare il fiume, con tirare vna retta dall'uno all'altro punto estremo, doue & nel quale solo vnitamente, per da capo, & per da piedi dell' Alluuione concorrano essa Alluuione, il fiume, & gli estremi de' campi, che trapigliano l' Alluuione, che nel nostro caso, da capo, sarà l'uno estremo il punto. a. & per da piedi sarà l'altro estremo il punto. c. per la retta che chiamamo regola. a.c. come di sopra hauemo detto; Da ciascun punto dell'estremità delle fronti, di ciascun campo, tiresi le perpendicolari fino al fiume vltimo. a. b. c. senza curarsi, che s'interponga alcun capo, ò lingua, ò punta, che vogliamo chiamarcile, del detto fiume, come la punta. e. alla perpendicolare. g. d. & l'altra punta. e. alla perpendicolare. h. d. & l'altra punta. e. alla perpendicolare. c. d & l'altra pũta. e. alla retta K d. & l'ultima punta. e. alla perpendicolare. l. d. che, come si vede. tutta l' Alluuione sarà diuisa, à ciascun campo, per le latitudini delle proprie fronti, di ciascuno d'essi. Ne fa caso, che le dette tutte punte. e si trapongano alle fronti, delli campi già detti, sì che per ciò dette fronti, con le loro fronti, per le perpendicolari non parino si potessero distendere per l'altra Alluuione. d. trapresa nel sino, & concauità. d. di detta punta. e. perciò che queste punte. e. non sono l'intiero del fiume, sì, che le perpendicolari sodette a questo arriuate, non possino distendersi più oltre, come quasi, che trapassassero il dì là del fiume; ma del fiume alcune riuuolte, & riflessi, che non alterano il dì la, & il dì quà del fiume, ma solo s'interpongono, che le perpendicolari delle fronti, doue, senza della loro interpositione, si sariano distese immediatamẽte, & continuatamente al fiume, per la loro interpositione, ci arriuano mediatamente, et interrottamente; poi che euidentemente appare nel resto, che questa parte, è per il di quà dal fiume, verso delli medesimi campi, & non per di là del fiume, de gl'altri campi, trà quali, & questa Alluuione tramezo si vede transcorrere euidentemente il naturale, & viuo & continuo corso del fiume. Perciò che, se questo non succedesse, auerria, che quella portione di Alluuione tracclusa in dette concauità. d. non saria d'alcuno, se ben vi fossero li campi, con le lor fronti; perche non saria ne anco delli campi per di la dal fiume, essendo che questi

non

non habbino fronti, con questa Alluuione, perche il fiume si ritroua da mezo; onde auiene, che essi campi non sieno contigui ad essa Alluuione, & perciò nõ habbino alcuna fronte; ne però si può ritrouare altro à chi si debba; adunque ò sarà di questi già detti, non ostante, che le sodette punte. e. si trapongono come si è detto, & si vede, ò veramente saranno di niuno, che è impossibile, & inconueniente; retrouandosi darsi i campi, con le fronti, alli quali è cosa certissima douersi l'Alluuione. Appare anco da questo, che così deue farsi, perche se dette punte. e. si ratirassero in se al corso naturale del suo fiume, non è dubio, che le dette perpendicolari delle fronti de' campi, arriueriano fino al fiume naturale, per essersigli dinanci tolto quello oggetto, di punte. e. che per prima interponendosi gli vietaua il transportaruesi; adunq; perche adesso se gli interpone, nõ deue essere causa, che quella, che altre uolte ciò, che, non s'interponendo, saria suo, adesso interponendouesi gli lò tolga, che non sia suo. E vero, che quello, che occupa detta punta, con la sua interpositione, non è di queste fronti terminate per le dedotte paralelle, & questo perche essendo fiume, il fiume è publico & non è d'alcuno, ma quello, che tra se trachiude, come in vn seno & concauità è falso, che non sia di questi già detti campi, secondo la latitudine delle lor proprie fronti, come & non altramente interuiene, per l'altra parte del fiume, nelli campi, per dette punte. e. tramezzate interrotti & per dir così disuniti, ò in tutto, ò parti, perciò che se bene detti campi per tal punte, & rinuolte del fiume sieno da sieme separati, ò tutto, ò parte dall'istesso corpo, di tutto il campo, del quale si ritrouauano prima essere ò vn tutto ò parte maggiore, ò minore secondo, che occorrerà, che'l fiume con dette rinuolte e & . d. attacherà deli cãpi, non però si fà che queste portioni di campi trapresi da dette rinuolte. d. e. nõ sieno, come prima, delli campi, delli quali si vedono esser portioni, & parti, se bene vi si veda hora tramezo il fiume, con li suoi rinuolti del corso; Così ancora diciamo douersi applicare alli campi, per la latitudine delle loro fronti che se sia Alluuione trapresa in simili rinuolti di fiume, se ben trà del dì sotto di detti rinuolti & delli campi ad essi corrispondenti, non si ritrouasse tramezare ne poco, n'assai d'Alluuione, ma anzi, immediatamente, & il fiume, con tali rinuolti, & li detti campi asieme contigui, si toccassero; perche in questo caso vi concorrano li medesimi rispetti, & gl'istessi inconuenienti, & le sodette ragioni, che perche è da se stesso euidentissimo, non se ne dice più inanci & però verremo al secondo modo, che dicemmo esser quando, per il contrario, la fronte delli campi, è tortuosa, nell'istesso modo, che dicemmo nel primo ritrouarsi la fronte del fiume, & la del fiume non è tortuosa. Et in questo modo occorre, che li campi alcuna uolta si ritrouano, che l'uno istesso sia nelle concauità, & nelle punte; Alcun'altra uolta, che nelle fronti siano altri campi, da quelli, che sono nelle concauità. Et di questi posti nelle concauità, alcuni con le fronti arriuino fino al fiume, con tutte due le perpendicolari tirate da tutti due gl'estremi della sua fronte; & alcun'altra uolta v'arriuino con vna sola; & finalmente non v'arriuino con alcuna; ma interrotte se fermino per il di sotto del campo, che

gli

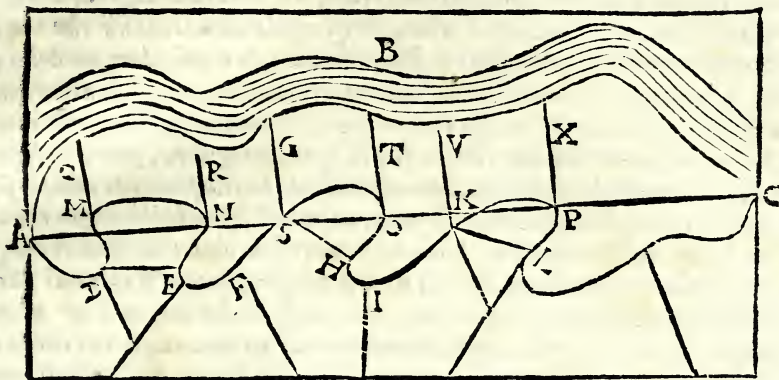
gli antecede; Di ciascuno delle quali, in particulare, porremo particulare figura, per intieramente sodisfare, a tutto qllo di dubio, che può occorrere in questa materia. Ritornando dunque à dir di questo secondo modo, quando la fronte de' campi è tortuosa, & non quella del fiume; & prima quando li campi uni & istessi sono li medesimi, così nelle punte, come nelle cõcauità; Sia il fiume. a.b.c.& li campi.d.e.f.g.h.b.

In questa figura, le fronti di detti campi. d.e.f g.h.c. si vedono tortuose, & causare rinuolte & punte, che, perche si sanno, per la precedente figura, adesso quì, per nõ generare cõfusione, con tãte lettere, s'interlassano d'assignarle. Appare ancora, che le fronti de' cãpi.a.d.&.d.e.&.e.f.&.f.g.&.g.h &.h.c. sono delli medesimi istessi campi, così nelle concauità, come anco nelle fronti, che quello che importi, si vedrà nella suseguẽte figura; Per diuidere questa presente figura, non altro occorre, che, conforme alla regola data, tirare da ciascuno estremo punto delli termini, de' detti cãpi, fino alla riua del fiume, le loro perpendicolari; perche ritrouandosi le fronti de' campi l'istesse, così nelle concauità, come nelle punte, la diuisione non viene alterata in alcun modo. Delli posti

poi

poi nelle concauità, & di quelli, che si ritrouano, con le perpendicolari dedotte dalli estremi delle lor fronti, peruenire vnitamente fino al fiume, sia la susseguente figura; della quale il fiume sia. a. b. c. li campi. d.e.f.g.h.& perche da quello, che fin quì dell'altra figura s'è detto, appare manifestamente, come questa figura si ritroui, con le fronti de' campi tortuose, circa di ciò per non replicare con tedio, dico, che per diuidere questa s'adoperi nell'istesso modo, già tãte volte, insegnato di sopra; perche euidentemente apparirà, che le perpendicolari tirate dalli estremi delle fronti de' campi.d.e.f.g.h. se ben sieno nelli cõcaui non dimeno arriueranno, senza essere interrotte fino al fiume .a.b.c .come in essa si vede, per la.d.c.& per la.e.K.& f l.& .g.m.& .h.n. Segue hora, che soggiungiamo la figura del quando, li campi posti di dentro à queste concauità, con vna sol linea, arriuano al fiume, che, perche questo non può interuenire, se non quãdo, per dinanci ad essi campi si ritrouano hauere altri campi, & questi non in altro luogo, che nelle punte, de quì auerrà, che in questa figura, per non poter far di meno porremo insieme diuersi campi nelle punte, di quelli, che saranno ne' concaui; Et perche, da quel medesimo deriua anco, perche questi cãpi posti nelle concauità non possino arriuare con tutte due le perpendicolari delle sue fronti al fiume, in questa susseguente figura, mostreransi anco tutti questi accidenti, per non moltiplicare, senza bisogno, tante figure, ne con minor facilità, ne minore intelligentia di quello, che si saria fatto. se hauessimo di ciascuno particolare fatta figura particolare; Sia dunque il fiume. a. b.c.li campi.d. e. f. g. h. i. l. m. n.

Nella qual figura, perche appare quali sieno i concaui, & quali sieno i conuessi, ò altramente le rinuolte & le fronti, se'l fin quì detto si sarà inteso, lasciando ciò da parte, verremo a mostrare il restante, che in essa dimostrare ce s'acconuiene, & che di sopra promettemmo, cio è, che quando li campi, nelle concauità & sini si ritrouano, alcuna volta (percioche quando, con le linee perpendicolari, tirate da tutte due li suoi estremi punti, delle sue fronti, arriuono fino al fiume s'è detto nella precedente figura) si ritrouano, con l'una delle

perpen-

perpendicolari dedotta dall'un estremo punto, della sua fronte, arriuare fino al fiume, con l'altra, a niun patto; Alcun'altra volta, che non v'arriui ne con l'una, ne con l'altra, che in questa presente figura, habbiam da mostrare, come si mostra manifestamente; perche il campo. a.p. per questa latitudine. a. p. si ritroua hauere la latitudine della sua fronte per il longo del fiume; & non dimeno, con l'estremo della sua fronte nel punto. p si ritroua soprastare, & sporgere in fuori, sopra della fronte del campo. p. d. &. d.e; onde se conforme al modo insegnato, diuideraßi, l'Alluuione, trà il fiume. a b.c. & delli sodetti cãpi. a.p. & d.e. ritroueraßi, che se del punto. p estremo della fronte, per questa parte, del campo. a.p. posto nella punta. p. perde rimpetto, immediatamente al fiume. a.b.c tireraßi vna perpendicolare, sarà la. p.q. Et se conforme, alla detta nostra regola, faraßi il simile, nel susseguente campo. p. d. & per da questo punto. d. estremo della fronte del istesso campo. p. d. tireraßi vna perpendicolare, sarà. d.o. la quale non arriuerà al fiume. a. b. c. ma terminerà nel punto. o. perche il campo. a.p. con la sua fronte. a.p. antecedendolo l'interrompe, che nõ s'estenda al fiume, per l'Alluuione interposta, trà detta fronte del campo. a.p. & del fiume all'incontro. a.b.c. Et se l'istesso opereraßi nel punto. e. estremo pũto della fronte del campo d.e. vedraßi, che da questo punto. e dedotta la perpẽdicolare. e r. peruerrà alla fronte del fiume. a.b.c. se bẽ cõ l'altra. d. o. non c'arriuaua, adunque è vero, come dicemmo, che auiene alcuna volta, nelli campi, in queste cõcauità, che eßi, con l'una perpẽdicolare dedotta dall'una dell'estremità delle loro fronti, arriuano, fino al fiume, et con l'altra non v'arriuano. L'istesso si vede auenire nel campo. f. h. i. l. per la perpendicolare. i. x. che termina sotto del punto. g. estremo del campo. f.g. & non arriua al fiume; & nell'altro punto del istesso campo. i.l. nel punto. l. che dedotta arriua al fiume nel punto. K; Così ancora l'istesso appare, nel punto. m. del campo. l m. perche dal detto punto. m. dedotta la perpendicolare. m.y. non arriuerà al fiume, ma resteraßi per di sotto del campo. z.y; Così anco si vede nel campo. m.n. che solamente dal punto. m. tirata vna perpendicolare. m. y. non arriuerà al fiume, ma termineraßi sotto del campo. z.y; Che poi anco occorra, alcun'altra volta, che li campi posti in queste concauità, con niuna delle linee, dedotte dalle suoi punti estremi, delle lor fronti, non arriuino al fiume, ma sotto se ne stieno alli campi, che nell'Alluuione gl'antecedono, si vede manifestamente, in questa istessa figura, nel campo h i; che le perpendicolari dedotte dall'uno & l'altro estremo, della sua fronte. e.h.u. & .i x. non arriuano al fiume. a b. c. ma terminano sotto del campo. f.g. che è quello, che s'haueua da dimostrare. Ne questo è inconueniente, ne fuor della legge, ò della ragione; percioche, come hauemo detto, per la legge l'Alluuione si destribuisce alli campi contigui ad essa, per la latitudine delle lor fronti; & fronti si dimandano, per verso del fiume, cio è per quella parte per la quale riguarda il fiume, ma li campi posti nelle punte, hanno & sono contigui all'Alluuione, con le lor fronti, adunque à questi, per la latitudine delle lor fronti, l'Alluuione à loro contigua, per la leggge, si deue distri-

buire. Così si proua ancora, che l'altre alluuioni, sotto di questi cãpi, posti nelle punte, non ad essi, ma a gl'altri campi immediati, per la latitudine delle lor fronti si deuono; perche essi antecedenti, per da questa parte di sotto, non hanno fronti; perche non risguardano il fiume; & dall'altra parte, gl'altri campi susseguenti, sottoposti ad essi, in dette concauità, con le loro fronti risguardano il fiume; Adunque a questi l'Alluuione interposta tra d'essi aperterrà, per la latitudine delle lor fronti per quanto si potranno estendere le perpendicolari tirate dall'estremità delle loro fronti, che sarà per tanto quanto, per dinanci non se gl'interporranno li campi precedenti, in dette punte, come hauemo detto, & si vede nella sodetta figura. Resta hora da dirsi del terzo, & vltimo modo, che è quando occorre, che insieme vnitamente si ritrouino essere tortuose le fronti de campi, & le fronti del fium e, ne gli istessi modi, che di sopra hauemo veduto retrouarsi separatamente, nel primo, & nel secondo modo, nelle lor sodette già descritte & esposte figure; Onde appare manifestamente, che questo terzo modo da detti due non è differente in altro, che esso contiene & l'uno & l'altro modo vnitamente, come quello, che vien composto de tutti due, & nel resto è l'istessi due già detti, ma vniti in vn solo: Et però fù detto fin dal principio, che li modi, alli quali si posseuano ridurre, come à capi, tutti gl'infiniti altri modi, delle fronti, de campi, & del fiume, erano, al più tre; perche questo terzo non è diuerso, ò differente in alcun modo delli gia due detti, ma quasi l'istesso; Per il che, chi saprà li due antedetti, saprà ancora & questo terzo, senza che d'esso se ne dica più di quello, che è stato detto, in ciascuno di detti due modi; & però non occorre, che d'esso, parlando più poniamo particolare figura; perciò che ne più ne meno si saperia dal fin gia detto; Et di più con vna tanta moltitudine de linee, che a vederle, & a considerarle, & comprenderle, saria cosa tediosissima, per quello, che noi ne hauemo fatto l'isperientia; & massime in questo poco di spatio di carta nella quale scriuiamo. Mi pare bene necessario di non interlassare d'auertire, che le latitudini delle fronti de' campi, non sempre s'intendono dall'uno estremo punto delli suoi confini con l'altro; percioche questo non è per sempre vero, ma s'intendono per tanta latitudine, per quanta si ritroua hauere la fronte del campo, rispetto al fiume, se bene non sieno i punti estremi termini delli cõfini de gl'istessi campi. Et se fin quì hauemo sempre detto, che è dell'uno a l'altro estremo delli punti con finati dell'un campo all'altro, ciò dicemmo, perche il più delle uolte, sempre così interuiene, & è anco certissimo; ma non però habbiamo voluto inferire, che non possa anco occorrere, come di sopra hauemo detto, che le fronti de' campi non siano fuor di detti termini, & confini de' campi diuisi per detti punti, & termini; Perciò che il volere affirmare questo, come è contra della verità, così ancora è contro di quello, che si vede per isperientia, ogni giorno, in queste Alluuioni; & massime quando le fronti delli campi sono tortuose, concaue, & riuoltate; & che nelle punte, o lingue, che da questo si causano, alcuna volta, ò per il più si ritrouano tutti ò parte de' campi diuersi, dalli contenuti nelli di sotto d'essi

ſituati nelle concauità, come nella ſuſſeguente figura; della quale ſia il fiume. a.b.c. li campi. d.e.f.g.h.i.K.l.

Dico che nel cãpo. d.e. li termini confinali ſono. d. & c. ma non già ſarãno li termini isteſsi della latitudine della ſua fronte, che ſi ritroua hauere verſo del fiume. a.b.c. per la regolare. a.b. ma ſarà l'eſtremo nel punto. n; L'isteſſo dico, che occorre nel campo. g.h. che la latitudine della ſua fronte non ſarà. g.h. ma. g.o; L'isteſſo ſi vede nell'altro cãpo. K.l. che la latitudine della ſua fronte ſarà. K.p. & non. K.l. ſe bene queſti, con gl'altri ſieno i termini eſtremi delli confini, di eſsi campi; perche non ſempre (ſe bene il più delle volte) occorre, che queſti ſieno ancora gl'eſtremi della latitudine delle fronti. Che ſia poi quello, & che importi & quanto ſi vede apertamente in queſta figura, ſenza, che io lo dica, per le linee perpendicolari dedotte dal campo. d. e. dalli punti della latitudine dell'eſtremità della fronte da. m. in. q. & dall'altro eſtremo. d. n. in. r. & così ne gl'altri ſuſſeguenti campi; che per vederſi manifeſtamente da ſe ſteſſo à me non occorre, che più con tedio, ne dica altro; Per il qual medeſimo riſpetto, nõ mi ſono n'anco curato così intieramente diuidere, per l'altre fronti de gl'altri ò medeſimi campi l'Alluuione trapreſa, per altre linee perpendicolari, come che, in queſto caſo, non faceuano a propoſito, & di già nell'antecedente figura ſe ne ſia detto, & replicato a baſtanza; che è tutto quello, che a mio giudicio ſi può conſiderare & dirſi in tutta queſta materia dell'Alluuione, & forſe dell'Alueo & dell'Iſola, come a ſuoi luoghi, cõ l'aiuto de Iddio, nell'auenire euidentemente moſtreraſſi a chi leggerà queſti noſtri ſcritti.

Da che ne ſiamo iſpediti delli due capi promeſsi, ſegue hora, che diciamo del terzo, & vltimo cio è in particolare, che eſſaminiamo la preſente. 6. figura di Bartole; ma prima non ſarà forſe ſe non bene d'auertire de gli defetti, che queſta con tutte l'altre figure ſuſſeguenti, patiſce, che ſarà quaſi vn compendio di tutto quello, che fino à quì hauemo lungamente diſcorſo, & come vno hauerlo meſſo in pratica; dopò queſto verremo alla ſua eſſaminatione. Il primo diffetto, è che Bartole in ogni figura di queſto preſente, & de gl'altri ſuſſeguenti

libri, ſuppoſe le riue del fiume rette, & non mai curue, ò tortuoſe, che voglia- mo nominarle. Il ij. che ſempre pigliò la regola di miſurare l'Alluuione, l'Iſo- la, & l Alueo, dalli pũti confinali delli cãpi, ò d'altri pũti d'eſſi cãpi. Il iij. che diuiſe l'Alluuione, l'Iſola, & l'Alueo ſenza regola alcuna. Il iiij. che non ſep- pe, per doue ſi doueſſer pigliare le fronti di cãpi; In particolare poi della pre- ſente vj figura, ſe ſia ò non diuiſa giuſtamente, Dico, che s'altri ſi raccorderà di quello che habbiamo detto, cio è, che prima d'ogn'altra coſa, in queſte diuiſio- ni, biſogna regolare il fiume, che in queſta figura è regolato, perche ſi ſoppone retto; Et ſecondo che doppò dalli punti confinali, ò delle fronti de campi, ſopra la retta fluuiale, ſi deueno tirare le perpendicolari, ſecondo il biſogno, che anco in queſta figura ſi vede eſſer, fatto da ſe medeſimo ciaſcuno giudicherà, che queſta figura e giuſtamente diuiſa; Et ſe ſi diceſſe adunque il modo di Bartole è buono, che diuiſe cominciando dal punto confinale del campo. l. &. m. & .n. Riſpondo; che nò; perche queſto è auenuto dall'eſſere accaſcato, che la ripa del fiume che è la regola, ſia retta & paralella alle fronti, delli ſodetti campi; & la ragione, è perche quando due linee ſono paralelle; l'una perpendicolare tirata ſopra dell'una paralella, è anco perpendicolare all'altra paralella; che perche occorre in queſta figura, per riſpetto, che'l fiume & le fronti delli cam- pi ſono aſſieme paralelli, per q̃ſto in queſta figura, tãto è di dedurre dalli cõfi- ni de' cãpi vna perpẽdicolare, ſopra della retta fluuiale, quãto è dedurla ſopra della retta delle frõti de cãpi nelli ſodetti pũti. Ma s'accadeſſe (come il più del le volte, et forſe ſempre accade) che le frõti de' cãpi nõ foſſero à paralello cõ la fronte del fiume, che medeſimamẽte di raro, ò nõ mai, ſi ritroua di linee rette la regola di Bartole, nõ ſolo nõ riuſciria, ma ſaria contro della legge; pciоche ſuc- cederia, che q̃l cãpo che haueria minor fronte, haueſſe magior portione de Al- luuione &c. & p il contrario, q̃l cãpo, che haueſſe minor portione; Succederia ancora, che ſe per caſo ſi ritrouaſſe q̃ſto tal cãpo in cima & da capo dell' Al- luuione, lui ſolo s'vſurperia tutta l'Alluuione, & gl'altri cãpi, ſe bene haueſ- ſero le lor fronti nell'Alluuione, niente ne haueriano, ò poca; & che non arri- uariano à terminare finalmente nella ripa del fiume. Se tal campo poi ſe ritro- uaſſe nel mezo dell'Alluuione, ſuccederia, riſpetto alli campi ad eſſo ſuſſe- guente l'iſteſſo antedetto; & di più, che di ſopra a detto tal campo rimarria parte dell'Alluuione, che non ſaria diuiſa, ne ſaria legittimamente d'alcuno. Ma ſe fuſſe tal campo verſo del fine, dell'Alluuione, niente n'haueria, per ri- ſpetto, che non arriueria con le ſue perpendicolari alla riua del fiume, come di- cemmo de ſopra. Vi naſceria anco vn'altra difficultà ineſtricabile, percioche ciaſcuno, volendo le fronti delli campi andaſſero a ſuo modo per hauer mag- gior parte d'Alluuione, l'una non volendo cedere all'altra, ò s'incontreriano & s'impedirieno, ò l'una atterrando l'altra, queſta niente haueria d'Alluuio- ne, & quell'altra ne haueria ò tutto ò la maggior parte. Et di più ſeguiria, che la fronte delli campi fuſſe a sbiaſcio, come che nell'homo fronte ſi diceſſe la retta diametrale tirata dall'uno eſtremo deſtro della fronte alla orecchia ſi- niſtra

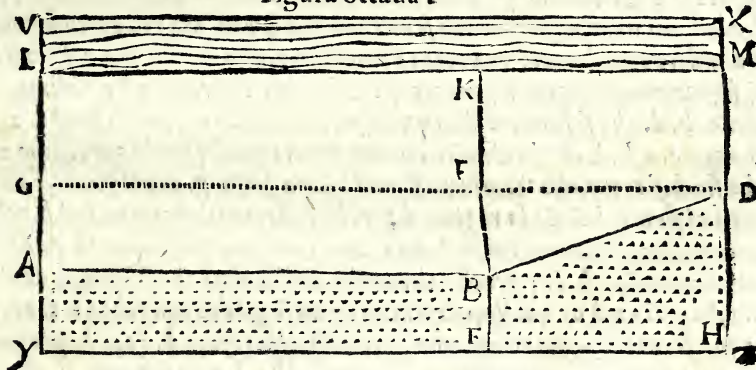
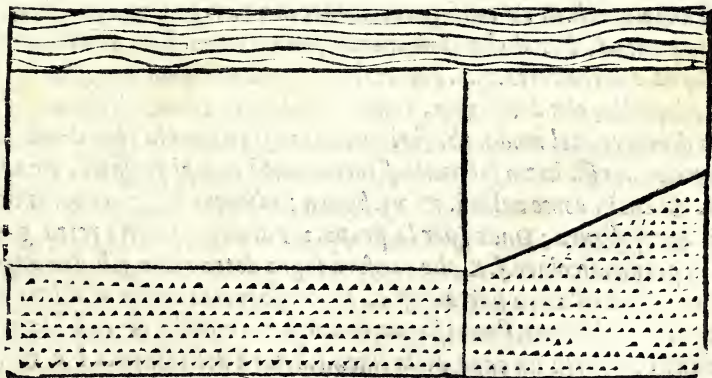
niſtra

nistra; cosa ridicula, come appare euidentissimamente, senza più oltre, che si dica. Ma se mi si replicasse, che a questi inconuenienti, come si può vedere nella nostra figura, che di sopra hauemo posta, Bartole prouedde come si legge nella susseguente. viij. figura, Rispondo, che in quello istesso luogo soggiungerò quello, per il che apparerà non esser cosa d'alcun valore. Il fine dell'annotatione.

Doppò hauer Bartole, nella precedēte, et noi cō lui trattato delle ripe d'una sol linea retta, che è vna sola, come dicēmo nella diff.4. hora, nella susseguente viij figura condescende alle ripe, ch'hanno più d'una linea retta; & perche il manco di più linee, sono due, & più d'una, due, per seruar l'ordine, & a poco, da vn principio venire all'altro, che immediatamente trà loro si conseguitano, tratta di queste; ma perche due linee toccandosi, causano nel toccamento loro assieme angoli & questi sono di tre sorti, cio è retto, ottuso, & accuto (per la diff 9.10.11.& sequent.) de quì auiene, che interlassato (il perche soggiongerassi doppò) l'angolo retto, primo de tutti gl'angoli, in questa viij. & xiij. poi tratta dell'angolo ottuso, cio è delle ripe di linee più, che d'una, ne māco di due, che insieme causino vno angolo ottuso, come si debba diuidere.

Figura ottaua.

Corretta

sup-

Supponendosi, che s'intenda la positione della figura, & conseguentemente, che parte d'essa sie fiume, Alluuione, ripe, fronti, campi, col resto, che di sopra nella. 1. vj. dechiarammo, & che in ciascuna figura, s'intende replicato, verremo alla dechiaratione in particolare della presente iij & viij preposta figura; Prima si vede essere di ripe di linee rette, & di due, cio è della retta. a. b. & dell'altra. b. d. le quali concorrono nel punto. b. In che differisce dalla precedente; perche quella era d'una sola; & non di due linee rette, ne concorreua perciò con niuna altra linea, che non haueua in alcun punto come questa con le linee. a. b. & . b. d. nel punto. d. nel quale punto. b. le due linee. a. b. & . b. d. causano (per la 10. difinit.) vno angolo; & angolo in questo caso, ottuso (per la diff. 12.) nel quale angolo ottuso concorrono i confini de' campi. e. & del campo. h. per la linea confinante. e. b. trà detti campi e. b. & questo ponto. b. termina la latitudine della fronte del campo a. b. & della fronte del campo. d. b. nelle ripe loro. Se dunque s'ha da diuidere la presente Alluuione, tra detti campi, per le lor fronti, nelle ripe (come dice la regola. 5) giustamente, che è diuidere in due parti equali, & questo succede solo, per linee perpendicolari (come per la propo. 2.) Segue, che in questo caso debbiamo anco preualerci di questa; mà perche la linea doue il punto hora si ritroua, non è vna, ma più & così non siamo a diuidere equalmente vna retta in vn dato punto in essa, come diceua la j. & vj. figura, ma in angolo segue, per q̃sto, che (per la propo. 3.) diuidiamo q̃sto angolo. a. b. d. che si farà col tirare vna perpendicolare (per la propo. 2.) al detto angolo. a. b. d. che lo diuiderà in due parti equali (per la medesima 2. & 3.) che sia. b. f. retta, che termineraßi nella linea falsa. g. d. nel punto. f. & non arriuerà al fiume. l. K. Et la ragione è perche l'estremo del campo. b. d. h. nel pũto d. non arriua più inanci verso l' Alluuione; onde da questo punto. d. doue se ne more detto cãpo. h. d. (perche altramẽte, se più oltre se gli douesse dell' Alluuione, haueria più di quello, che à niun modo se gli deue, perche nõ ci arriua) con le sue fronti, bisogna tirare vna paralella, alla ripa. a. b. (per la propo. 4) ò vero vna perpendicolare (per la 2. propo.) alla. h. m. nel punto. d. che sarà la falsa retta. d. f. g. Nella qual linea, nel punto f. terminerà l'altra. b. f. diuisoria dell'angolo. a. b. d. & conseguentemente in vna ripa d'una sol linea retta in vn certo punto. f. Per il che, rimanendo pur tuttauia dell' Alluuione da diuidersi, sopra à detta retta. g. d. (& così redotte le diuisioni irregolari alle regolari, che è quello, che dobbiamo, come ho già detto, fare) di nuouo il restante bisogna diuidere, nel modo, che si ritroua; ma si ritroua la ripa d'una sol linea retta, & che in essa in vn sol punto. f. terminano i campi proßimi, & contigui; a. & . d. & così, come nella j. & vj. figura; adunque bisogna operare come in detta j. & vj. figura; Onde (per la propo. 2.) al detto. f. nella retta. g. d. tireraßi vna perpendicolare. f. K. che causerà sopra detta retta. g. h. due angoli retti dall'una & dall'altra parte d'essa, & conseguentemente diuiderà tutto il restante dell' Alluuione, fino al fiume, in due parti equali, & così la parte del- Alluuione compresa da capo della linea. f. h. sarà del campo. a. b. e. & il compreso

preso verso da piedi sarà del campo. e. d. h. per la linea diuisoria. a. f. h.

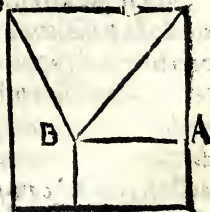
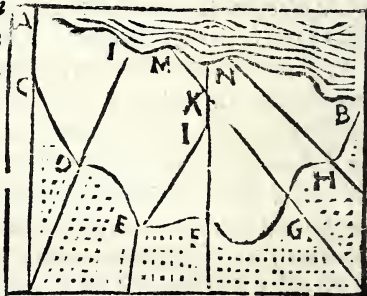
Da questo che s'è detto auertite (& lo replicò, perche importa) che quando l'una fronte d'un campo sporge più inanci, che la fronte dell'altro campo, come hauemo veduto nella presente figura, nell'angolo. b. la linea della diuisione, che de li si distacca, non deue estendersi fino, per l'Alluuione, al fiume, ma fino all'altra estremità del campo, che sporge più inanci verso del fiume, che si fa con tirare del punto d'essa vna perpendicolare a se stessa ò vna paralella alla ripa, come habbiamo detto, che è facile, per supporsi il fiume, & le fronti di campi paralelli.

Annotatione.

Questa diuisione, di questa presente figura, ha in particulare questi diffetti; Primo, che è contro della legge espressamente, perche li campi non hanno dell'Alluuione, per la latitudine delle loro fronti; secondariamente s'è errato; per che non si piglia la latitudine delle fronti, per il verso della fronte, come noi dicemmo, ma per sbiascio, che perche l'uno & l'altro appare dalla istessa figura, non staremo à spenderui altro tempo in superflue parole. Ne fa a proposito alcuno lo ritrouato di Bartole, della linea, che chiama regolare, per la quale s'ingegnò di raffrenare lò sporgimento in fuora, che faceuano le perpendicolari da lui dedotte dalli punti terminatiui, & confinali de' campi alla riua del fiume, per di sopra à trauerso delle fronti, de gl'altri campi, come nella presente figura fece, per la linea puntata. d. g. la quale nel punto. f. intersecando & intersecata con la perpendicolare. b. f. dal detto punto f. tirando la perpendicolare. f. K. si crese ridurre il tutto ad equalità, perche non più à trauerso la. b. f. ma rettamente se n'andaua a ritrouare la riua del fiume, per la. f. k. Perche, per questo non toglie, ch'il di sotto da detta linea regolare. d. g. per la linea diuisoria. b. f. non sia inequalmente diuiso, contro della legge; & che non pigli altramente del vero la fronte; Ne toglie anco, che'l di sopra di detta regolare. d. g. non sia più della fronte del campo. b. d. & manco della fronte del campo. a. b. per quel tutto inchinamento, che hauemo detto, & si vede, che fa la. b. f.

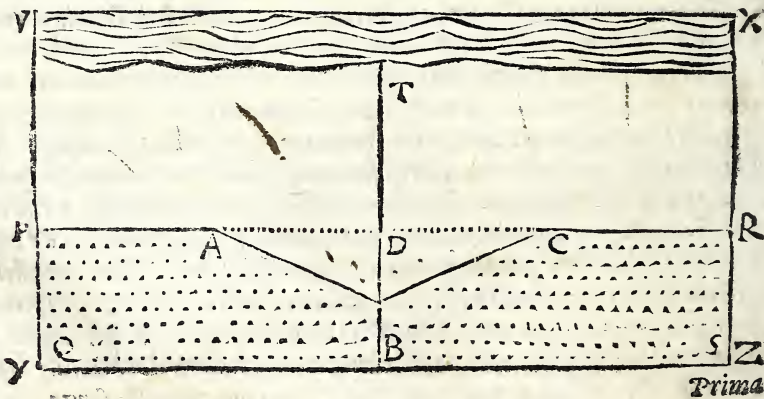
Di più se l'estremo d. del campo. b. d. si congiungesse col fiume, & cõ la riua, nel punto. m. dubio non è, che detta linea regolare. d. g. non haueria luogo; perche detto campo. b. d. con l'uno estremo d'esso. d. si congiungeria con la riua del fiume. m. onde non vi caderia tal linea regolare, che come dicemmo, termina lo sporgimento inanci, verso della riua del fiume, che fanno i campi, & se questa linea regolare non vi fosse in questo caso, come necessariamente non vi saria, per forza succederia, che la linea. b. f. K. dal punto terminatiuo. b. in esso angolo. a. b. d. andaria a ritrouare la riua del fiume: che s'è vero come è verissimo, non è dubio, che'l campo. b d. haueria più dell'Alluuione, se ben fusse minore, con la sua fronte. b. d. che non haueria il campo. a b. se ben fusse maggiore, con la sua fronte; contro della legge; & non dimeno si piglie-

D

B A

ria per fronte quello, che a niun modo può esser fronte; perche non a paralello, ma a sbiascio si saria presa, che non fronte si ritroua essere, ma il diametro, ò poco meno del quadrato, del quale si dice esser fronte, come di sopra dicemmo nella j & vj figura di esso Bartole; In oltre, detta linea, che Bartole chiama regolare.d.g. concedo, che nel suo caso, che propone, cio è, che la riua del fiume si ritroua paralella con le fronti de' campi, ò in tutto, ò in parte si possa tirare questa regolare, cio è paralella, alla riua del fiume, & alle fronti de campi. Ma quando occorrerà, che occorre sempre, ò il più delle volte, che le dette riue & fronti delli campi assieme non si ritrouino a paralello ò pure non retti, in questo caso, dico, che non solo non si darà questa linea regolare, ma di più, che sarà impossibile di ritrouarla; Onde ne seguiranno gl'inconuenienti detti di sopra. Prouo, che non sia possibile di ritrouare, ne di delineare detta paralella, che Bartole chiamò regolare; perciò che, paralella (per la diffi. 6.) è quella linea, che tirata a lato ad vn'altra in infinito, nõ mai concorre con l'altra, alla quale è tirata appresso; perciocbe sempre è equidistante da sieme in infinito; ma nel caso nostro, nõ si ritroua alcuna linea retta (perciò che già supponiamo la riua del fiume, & le fronti de' campi ne rette, ne paralelle, ma curue & concorrenti, & in qual si voglia modo) adunque non è possibile di tirare vna retta paralella, ò regolare; adunque seguono gl'inconuenienti tutti detti di sopra, come da se appare manifestamente, & si può vedere nella quì delineata figura, della quale sia il corso, & riua del fiume. a.b. li campi.c.d.e.f.g h. come si vede assieme, non paralelli, ne coequali, ma curue & concorrenti; si domanda in questo caso, per doue si potrà delineare vna linea regolare, cio è paralella? non alla riua del fiume.a.b. perche non è retta; nõ alle fronti delli tutti cãpi da. e. fino ad h. perche tutti sono di linee curue, & concurrenti; adunque il punto del cãpo. d. anderà per linea retta al fiume nel punto.i. & il campo.e. nel fiume al pũto.K. & così di mano in mano fino a l'ultimo h. & perche si vedono gl'inconuenienti, che da questo modo di diuidere ne seguono, non si dice più, eccetto, che questo auiene dal modo ritrouato da Bartole; adunque &c.

Ma se me dicesse, che questa regolare, in questo caso si potrà ritrouare secondo la positione del fiume; Rispondo, che q̃sto non rilieua cosa alcuna. Prima perche già si suppone, che la riua del fiume sia non retta, ma curua, & concorrente. Ma se si replicasse, si rettificherà; dico, che è vero, ma però Bartole non ne disse cosa alcuna, non che insegnasse il come si facesse; & di più non si rimedieria a gl'inconuenienti sodetti; Perciocbe la diuisione nel fondamento, cio è nelle fronti de' campi, fatta nelli punti estremi confinanti di ciascuno di essi, saria inequale; perche saria fatta, non per le latitudini delle fronti di ciascuno d'essi

d'essi campi, mà per il transuerso del campo; Secondariamente; saria anco inequale, per il di sopra di detta regolare, perche le linee perpendicolari dedotte sopra detta regolare anderiano à ritrouare il fiume, non per la latitudine delle fronti, de' campi, delli quali esse perpendicolari sono per & come doueriano essere perpendicolari, ma per la latitudine causata in detta regolare, delle perpendicolari dedotte, dalli estremi delle fronti de campi, ma fronti false, & impossibile, che sieno fronti; Et non dimeno di latitudine diuersa dalla delle fronti vere, & naturali, delli campi, delli quali si presuppongono, & attestasi esser perpendicolari; Tertio, & vltimamente (come più volte s'è detto, & si replica, perche è verissimo, & è di grandissima importanza) Il primo campo, nel principio dell'Alluuione, haueria più de gl'altri campi dell'Alluuione, & l'ultima niente e seguiriano tutti gl'altri inconuenienti detti di sopra; che, perche meglio sia inteso sia il fiume & sua riua.a.b.li campi.a.c. d. e. f. b. come si vede di linee concurrenti curue, & non rette, ne parallelle. Rettifichesi il fiume, & la sua riua per la retta.a.b. Dalli punti.c.d.e.f.tirensi le perpendicolari ad essi stessi punti secondo le di quà, & le di là d'essi punti linee curue, ò rette, ò concaue, ò conuesse, ò parte curue, ò parte rette, & all'ultimo mescolate, secondo ne insegnò Bartole; & sia là.d. l. Rettifichesi dalla.g.h. Et sia anco la perpendicolare diuisoria la.l.p. regolata dalla.K.i. sopra la regolare linea g.h. nel punto. g. estremo del campo.c.tiresi la perpendicolare.g.o. Et nella istessa regolare.g.h.nel punto. l. del campo.d. tiresi la perpendicolare.n.p. Dal punto.f.estremo del campo. f. b. tiresi la perpendicolare secondo Bartole.f.K.r. Vedransi, in questa figura, tutti gli inconuenienti, che di sopra dicemmo, che in alcun modo non si possono escusare; adunque &c. Mà se si volesse assegnare detta regolare, non rispetto, come poco fà si disse, alla retta del fiume, ma alle fronti delli istessi campi (se ben sia impossibile, per la varietà delle loro fronti, di linee varijssime, curue, rette, conuesse, &c. come dicemmo, & si vede con la isperientia in mezo) Dicesi, come di sopra, che da, che si soppongono le fronti di linee curue, detta retta regolare non mai sarà possibile, si possa ritrouare, perche manca del fondamento, cioè d'una retta, alla quale si debbia, et possa tirare unaparalella, per la diffi.4. Secondariamẽte, ꝑ ciascuna fronte di campo, bisognerà delineare vna paralella; perciochc non c'è ragione, perche si debba tirare detta paralella, più presto rispetto d'una, che dell'altra fronte delli campi; onde ne seguono inconuenienti infiniti, & inesplicabili. Et se si vorrà tirare da capo à piedi di tutte le fronti, di tutti li campi, che si ritrouano a fronte dell'Alluuione, in questo caso, ò non si darà paralella, ne regolare, perche sarà da capo à piedi & retta, ma per trauerso, senza, che ha-

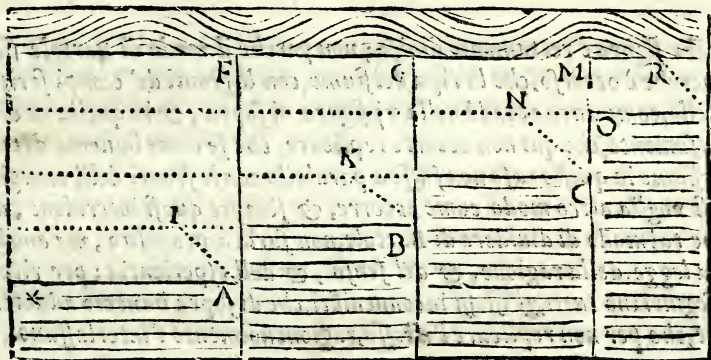
bia riſpetto ad alcuna retta, alla quale ſia paralella; Di più l'Alluuione compreſa di ſotto di detta linea tirata dall'eſtremo campo all'altro compreſo dall' Alluuione, reſterà nõ dimeno diuiſa ſenza alcuna regola, ò pure reintraremo nelle difficultà ſodette; perche diuidendoſi l'Alluuione per li punti cauſati in queſta retta delle linee dedotte dalli punti eſtremi, delle fronti, delli campi, ſeguirà, che'l campo da cima dell' Alluuione, hauerà molto più (ſe non tutta) dell' Alluuione, che gl'altri ad eſſo ſuſſeguẽti, & li ſuſſeguenti più de gl'altri ſuſſeguenti; & l'vltimo poco, ò niente; che, perche meglio appariſca ſia la riua del fiume. a. b. tortuoſa, & curua; li campi con le fronti tortuoſe. c. d. e. f. b. Rettifichenſi per la retta. c. b. Dalli punti. c. d. e. f. tirenſi linee, che arriuino alla detta retta. c. b. le quali ſieno. g. c. & . d. h. & . e. i. & . K, f. Da queſti, & da ciaſcuno di eſſi tirenſi le perpendicolari, fino alla riua del fiume. a. b. che ſecondo Bartole, ſarà la diuiſione di detta tutta Alluuione, & dalla quale, come dicemmo, ne ſeguono li inconuenienti ſudetti. Ne in queſto caſo, ſi può rimediare con la regolare della regolare immaginata da Bartole; Perciochè il campo. f. b. con il ſuo eſtremo. b. arriua, & tocca la riua. b. onde non vi cade regolatione, come appare, adunque &c. Ma diuidẽdoſi ſecõdo il noſtro già detto modo, ceſſano tutti gli inconuenienti ſodetti, ſieno pur le riue, ò le fronti de' campi paralelle, ò concurrenti, rette, ò curue, ò in qual ſi voglia modo, che ſi poſſa imaginare, & ritrouarſi, che, perche ſi vede chiaramente n'è parſo ſoggiungere à fronte della di Bartole anco la noſtra figura conforme (come crediamo) al vero, & alla legge, & che faremo anco in tutte l'altre ſuſſeguenti. Il fine dell'annotatione.

Figura nona.

Prima d'ogni coſa (io le replico, perciochè queſto e il fondamento, per intendere queſte figure, che altramente, non mai ò con grãdiſſima difficultà s'intenderiano) biſogna pigliare la qualità, & ſituatione della figura, così circa del fiume, come delle ripe, & del reſto, che drento ad eſſa ſi racchiude; che ſe ciò in queſta ſarà auertito, ſubito anco sì ſaprà in che ſia differẽte dall'antecedente, & j. & vj. & dalla iij. & viij. Dalla j. & vj. perche quella è d'una ſol ripa, di linee rette; & queſta di due; quella j. ſenza alcun angolo; & queſta d'uno angolo. Dalla iij. & viij. precedente, perche ſe bene ſia come queſta, di due linee rette, non dimeno queſta è di due, che cauſano angolo acuto, doue quella iij. & viij. di due, che cauſano angolo ottuſo; Trattaſi dunque d'aſſegnare alle fronti di campi. b. c. & di. a. b. la ſua giuſta portione dell'Alluuione preſente; & perche, come vedete, ſiamo in angoli; & l'angolo è nelli confini delli campi, da vna parte. a. b. & dall'altra. c. b. nel punto. b. ſegue da queſto, che nel punto. b doue terminano li confini de' ſodetti campi, ſi debba fare la diuiſione equale. Adunque ſarà biſogno di diuidere detto angolo acuto a. b. c. in due parti equali; Che come ſi faccia, s'hà per là propoſit. iij. adunque ſarà diuiſo, per la perpendicolare. d. b. perilche, il compreſo dell'alluuione fino alla falſa. a. c. dalla detta. d. b. da capo aperterrà tutto al campo. p. q. a. b. Il compreſo dalla medeſima. d. b verſo piedi ſarà del campo. s. r. c. b. Il che, ſe bene appara, per la detta propoſitione iij. Non dimeno & con vn'altro modo, il medeſimo ſi può anco concludere, che è. Nella ſudetta linea. d. b ritroueſi vn punto, doue ſi vuole, & ſia. g. & deſcriuaſi vn circolo, che con l'una parte della ſua circonferentia tocchi l'un lato del triangolo. a. b. c. (che ho ra lo replico quì con tutta la ſodetta figura pertinente à queſto per non confondere la già poſta figura, & farò il medeſimo anco nell'auenire, quando vedronne il biſogno) cio è del lato. b. c. nel punto. r. Dubio non è che toccherà anco il lato. a. b. nel punto. f. & così ſempre, & douunque in detta linea. d. b. piglieraſſi vn punto, & delineeraſſi qual ſi ſia circolo, che tocchi l'un lato del detto triangolo. a. b. c. Et queſto, perche detta linea, ò punti ciaſcuno di detta linea. b. d. ſi ritrouano eſſere equalmente diſtanti, & così nel mezo (per la diff. del circolo. 16.) di tutti due detti lati, & così, che diuide equalmente il contenuto trà detti due lati del detto triangolo. a. b. c. Che s'in altro luogo; fuor di detta linea. b. d. torraſſi qual ſi ſia punto, & da queſto delineeraſſi vn circolo, che tocchi l'un lato del detto triangolo auerrà, che non toccherà l'altro per riſpetto, che non ſarà nel mezo; adunque la noſtra diuiſione è giuſta, & ogni altra ingiuſta. Il reſtante poi dell'alluuione, che ſopraauanza fuor & ſopra del angolo detto. a. b. c. perche è ridotto ad vna ſol ripa d'una ſol linea retta, p. r. c'ha vn dato punto. d. nelli confini de' cãpi. r. & p. ſi diuiderà come (per la j. & vj. figura) & così col tirare (per la j. propo.) vna perpendicolare. t. d. al punto dato. d. nella ripa retta. p. r. che ſarà la linea

diuisoria trà detti campi. p. & .r. di tutta l'alluuione fino al fiume. Mà nasce circa della sodetta figura, vna difficultà, laquale è, che detta alluuione trapresa dalle ripe. a b. & .b. c. non apertenga a materia d'alluuione, ma dell' Isola, ò dell' Alueo: perciochè pare, che sia compresa da due ripe, cio è dalla. b. c. & dalla. a b. che è proprio dell' Isola, & dell' Alueo, che vengono diuisi (come vedrassi à suo luogo, & di sopra anco l'accēnammo) nō per ragione di confini, & contiguità, ma di vicinanza, cio è per la vicinanza, che le fronti, ò alcun punto d'esse de' campi, hanno all' Isola, ò all' Alueo; Non dimeno si dissolue facilmente; Perciochè, come si vede euidentemente, le ripe sono tutte da vna parte del fiume; perche tutte sono di sotto del fiume, & non l'una di sopra, & l'altra di sotto del fiume sì che trà se comprenda l' Alluuione, come occorre nell' Isola & nel Alueo; Perciochè se per q̃sto sol rispetto, che vediamo nella presente figura, si douessero dir le ripe due, & tra se cōprēdere l' Alluuione come l' Isola & l' Alueo ne seguiria, che per qual si sia angolo, che si causasse da vna sol parte d'una ripa, di qua, ò di la del fiume si causasse l' Isola, et l'alueo; che se ciò fusse nō saria alcuna differēza trà l' Alluuione, et l' Alueo, & l' Isola; ò vero nō saria le differēze, che s'assegnorno, cio è che l' Alluuione è quãdo il fiume da vna sol parte di esso fiume, tralassa il da diuidersi, che è falsissimo. Adunq;, quãdo in vna istessa ripa d'una parte del fiume, si fa angolo acuto, ò ottuso, ò retto, ò altra curuità, ò cōcauità i lati di questi angoli, & curuità, nō s'hanno per due ripe, ma per vna sola istessa; perche in effetto, sono ripe da vna sol parte; onde manifestamente appare, che l'obiettione non è d'alcun valore.

Non dimeno è ben d'auertire anco questo, che l'essere le ripe, ò due, ò vna, intorno ad vn, che ha da diuidersi, come alluuione, ò Isola, ò Alueo, nō altera la diuisione del trapreso, tra dette ripe, rispetto alle fronti della latitudine, de' campi, che sono nelle ripe, che risguardano, ò l' Alluuione, ò l' Isola, ò l' Alueo; Perciochè ciascuna fronte de' campi, nelle ripe, per la latitudine sua, concorre alla portione sua, ò nell' Alueo, ò nell' Isola, ò nell' Alluuione, ma l'alteratione è solo nel diuidersi del compreso di qua & di la delle ripe, del fiume; ciò è nell' Alueo; & di qua & di la il compreso dal fiume, cio è l' Isola; Perche circa di questi, Isola, & Alueo, s'ha consideratione primieramente, chi delle fronti, ò de' punti delle fronti de' campi gli sieno più vicini; perche se l'un più dell'altro gl'è più vicino, il più vicino s'admette alla parte nell' Isola, ò Alueo, per la quantità della sua fronte, & il più remoto s'esclude, ò affatto, ò per quel meno, che è men che l'altro vicino all' Isola, & all' Alueo, come dirassi al suo luogo proprio. Il che non succedendo nel caso della presente figura, segue da questo, che a niun patto sia vero, che il compreso tra dette due ripe. a.b. & . b. c. per vna parte di qua ò di la dal fiume, sia compreso da due ripe, come l'alueo & l' Isola, ma d'una sola; Perche da vna sol parte; ma non per vna sol linea, ma per due, che faccino angolo; per occasione di che però non si moltiplicano le ripe, ma solo se alterano, cio è d'essere rette d'una sola & di più linee, che faccino angoli, ò seno, come habbiamo detto; Che sia a bastanza di questa

pre-

presente figura. Segue l'altra di Bartole decima. All'espositione della quale prima, che veniamo, non sarà fuor di proposito di vedere la ragione, perche essendo trè angoli, cio è lo Retto, l'Ottuso, & l'Acuto, Bartole, non dicesse cosa alcuna dello retto, & non dimeno è angolo, & primo et diuisibile. Io credo, che la causa fusse perche era indiuisibile, non per se, ma perche così ricerca la positione delle fronti delli campi, con la positione del fiume; cio è che si suppongano da Bartole, che insieme s'habbino paralellamente, cio è equidistanti per da tutte le lor parti; onde succede, che se si darà l'angolo retto, nelle fronti de' campi, perche gia da se è diuisa l'Alluuione, non vi cada altra diuisione, perche la diuisione è giunta, doue haueua a terminare, cio è ne gl'angoli retti, che adesso habbiamo; & però più oltre cercar non si deue; perche chi ha il suo fine intẽto, iui s'acquieta, et stassi. Et che ciò sia uero, sieno i cãpi. a. b. c. d. e.

con gl'angoli retti, rispetto ad esse fronti, de' campi, & al fiume, come si vede, l'Alluuione trapresa da detti campi. a. b. c. d. s'ha da diuidere tra essi campi. a. b. c. d. & giustamẽte, che non si può fare; se nõ per ridurre il tutto ad angoli retti, come s'è detto, ma gia si suppongono detti. a. b. c. d. essere angoli retti, adunque s'ha quello, che si cercaua; adunque non occorre tra detti campi, altra diuisione, ma solo allongare verso del fiume i punti delle loro estremità ad angoli retti, ò a perpendicolo, cio è la. a. f. la. b. g. la. o. m. la. d. p. Perche appare manifestamente, che la diuisione è fatta ad angoli retti, & linee paralelle, secondo delle quali già s'è detto, che la diuisione è giusta ne può altramente esser giusta. Perche diuidasi l'angolo retto. a. & il retto. b. & il retto. c. & il retto. d. altramente di quello, che s'è detto, & così in due parti equali, come lo a. per la diuisoria linea. a. i. & l'angolo. b. p la diuisoria. b. K. & l'angolo. c. per la diuisoria. c. n. & l'angolo. d. per la diuisoria. d. R vedrassi apertamente, che la fronte del campo. a. perde della sua fronte tutto quello, che acquista la fronte del cãpo. d. R. che col fiume si ritroua essere ad angolo retto. d. p. & q̃sto auien solo, pche gl'angoli retti. a. & b. & c. & d. sono diuisi, ne si deueuano diuidere, perche col fiume si ritrouauano nella positione, alla quale si doueuano ri-

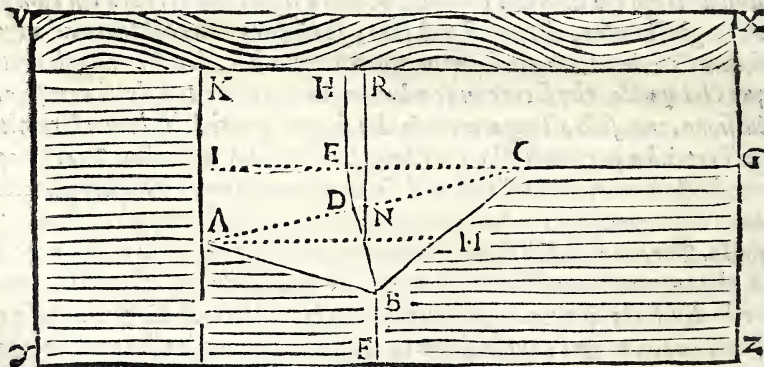
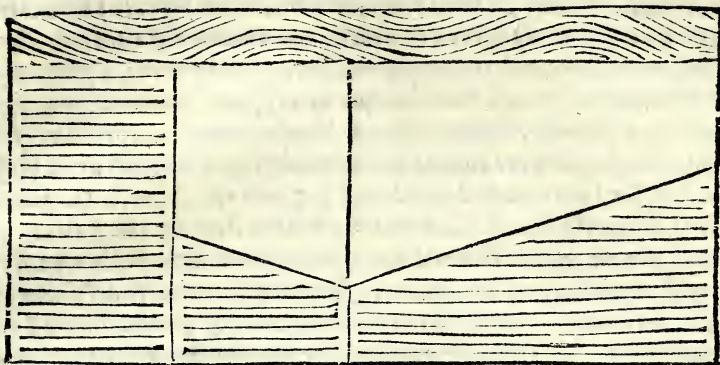
nori-

no ridurre, se non se fussero ritrouati, cio è giustamente & c. che se ciò non fosse, dubio non è che, & l'angolo retto anco si può, & deue diuidersi, per uenirsi à questo fine; Per questo dunque crediamo noi, che Bartole niente dicesse dell'angolo retto; & di più, che l'angolo retto così rispetto alle ripe, come alle frõti de' campi non fa fronti di campi; Adunque non ha diuisione, che è per le fronti. Onde si fa questa regola, cio è che quando l'Angolo causato dalle ripe è retto, così rispetto alle ripe, come rispetto alla positura della fronte del fiume, tale angolo non si diuide; perche si ritroua essere l'istessa diuisione, che si cerca, Perche se non fusse, si saria posta; ma solo s'allonga dall'estremo del cãpo, a linea retta, l'uno lato dell'angolo retto verso & fino al fiume, p l'alluuione, trapresa, come nella figura istessa si vede espressamente esseguito.

Annotatione.

Questa figura è rettamente diuisa; non perche il modo di Bartole sia vero, ma perche è occorso, che la ripa del fiume, con le fronti de' campi si ritroua a paralello, come anco accadè nella vj. figura, di sopra, & in quella ne dicemmo diffusamente, che quì non occorre replicare, che se come hauemo detto, la ripa del fiume in questo caso non fusse a paralello con le fronti delli campi, ma in qual si voglia altro modo, come occorre, & sempre quasi interuiene, dubio non è che tal modo di diuidere di Bartole, non saria a proposito, ma anzi contro della legge, della ragione, & del senso, & dell esperientia; per rispetto, che ne seguiriano tutti, gl'istessi inconuenieti, che di sopra hauemo addotti largamente, che per non replicare l'istesso, ragioneuolmente s'interlassano.

Figura decima.

Corretta.

Speditosi Bartole di tutti tre gl' Angoli, come, che d'essi non se ne ritrouino più, con l'istesso ordine, in questo, d'Euclide, se ne viene a considerare i lati di detti angoli, quãdo, cio è, l'uno si ritroua esser più longo, ò più corto dell'altro, come interuiene in questa presente figura, del angolo. a. b. c. Che'l lato. b. c. d'esso angolo. a. b. c. si vede esser più longo, che l'altro lato. a. b. & conseguentemẽte, che l'uno. b. c. più sporge nel punto. c. verso l'alluuione, che'l punto. a. dell'altro lato. b. a. In che è differente dalla precedente; perciocbe nella precedente, tutte due i lati erano equali, ne più l'uno che l'altro sporgeua verso dell'alluuione; Et auertite, che se ben diciamo d'angoli, & di lati & c. ne diciamo cãpi, non dimeno intendiamo d'angoli, & di lati de gl'istessi campi, causati, & che hanno nelle lor fronti nelle ripe, che alcuna volta, interlassamo; per nõ hauere più & più volte da replicare ripe, angoli & c. di campi; Che se ben senza questo auertimento, si saria compreso, non dimeno, per leuar uia ogni occasione di star sospeso, & farsi intẽdere al meglio, che si può, n'è parso bene dirne questo poco, Per diuidere dunque questa alluuione, tra queste fronti di campi, l'una più longa, & più, che sporge verso l'alluuione, che l'altra, perche è più bassa, & così lontana dall'alluuione, ò per dir meglio, dal fiume, & non dimeno di latitudine di fronti più corta. Dall'estremo punto. a. del campo. f. a. tiresi vna retta falsa dall'estremo punto. c. del campo. c. g. che sarà. a. c. & farassi il triangolo. a. b. c. Diuidasi (per la proposit. 3.) l'angolo. b. in due parti equali, & sarà la retta perpendicolare. b. d. che termina nel punto. d. della linea falsa. a. c. punti estremi, et della fronte del campo. g c. che ha l'un lato. b. c. dell'angolo. a. b. c. più longo, & più, che sporge verso il fiume, dell'altro punto estremo. a. della fronte del campo. a. b. che ha la fronte più depressa, Ma perche pur tuttauia rimane dell' Alluuione, sopra a detta linea falsa. a. c. che bisogna diuidere tra detti campi; per ciò fare tiresi la retta falsa paralella (per la propo. 4.) a gl'estremi. u. x. in cima & di sotto. y. z. d'essa figura, ò pur perpendicolare al lato. y. u. da capo & da piedi alla retta ò lato. x. g. z. e. (per la 2. propo.) ò pure essa ripa, & fronte retta. g. c. distendasi rettamente in verso

la linea confinale.a.K. & ſia. g. c.e.i. per la quale (come ſi vede) tutte le ripe ſono venute a farſi d'una ſol linea retta, & c'hanno vn ſegnato pũto.e.termine dei campi, da capo, & da piedi; Et perche non dimeno reſta anco da diuiderſi dell'alluuione di ſopra, a detta ripa d'una linea ſola, & retta, a perpendicolo, ò paralello, come di ſopra, ſi diuiderà (per la 1. figura) col tirare vna perpendicolare.h.e. al punto.e. in detta ripa. g. i. onde tutto il compreſo verſo capo della linea.h.e.d.b.ſarà del campo da capo.a.b.f.& il da piedi della iſteſſa linea.h. e. d.b. ſarà del campo da piedi.b. e.g z. che era da farſi. Da quanto s'è detto circa di queſta figura è da auertire, & bene il modo, che ſi tiene, quando occorre, che vn punto eſtremo d'una fronte d'un campo, nella ripa, ſi ritroua eſſer più depreſſa, & l'altra più che ſporga in fuori, verſo del fiume, come tra queſte ſi diuide, & naſchino le linee diuiſorie, & ſi riduchino ad vna ſol ripa, d'una ſol linea, & retta, & paralella, & pendicolare, reſpettiue, come s'è veduto; Percioche, queſto accade ſpeſſo, & è la maggior difficultà, che ſia in queſta materia, quando le ripe, & il fiume non ſon paralelli, di che diraſſi poco di ſotto.

Mà quì naſce vna difficultà; perche l'eſtremo.a. della fronte del campo.a. b.ſi ritroua eſſer più baſſa, che l'eſtremità.c.della fronte del campo.b.c.adunque dal punto.a.non ſi doueua tirare la linea falſa.a.c. Perche detta linea, dal punto.a.non è dubio, che ſi deue tirare, per terminare quanto innanzi verſo la fronte del fiume a paralello s'eſtende l'eſtremo del campo.a.f.b.che nõ ſi fa cõ la detta. a. c.che, come appare, non è paralella, ne alla fronte del fiume, ne dell'altro campo g.c.b.& pur doueua eſſere, s'è vero ciò, che Bartole, n'inſegnò, ſopra nella.9.& 8.& ne replica, come vedraſſi, nella ſeguente XI. A mio giudicio, ò v'è errore, ò è falſa, perche per la ſodetta ragione, deueſi dal detto punto.a.tirare la paralella, non al.c.che non è paralella, ma al punto.m a.& ſopra queſta.a.m. nel punto.n. tirare la perpendicolare. n. R. Pur penſeueſi. Mà pongaſi (ritenẽdoſi l'iſteſſa figura) che la fronte del cãpo. a. b. con l'eſtremo.a.nõ ſporga inanzi, come fa nella gia poſta figura, ne manco ſia a paralella con le fronti del fiume, perche ſaria la 8.ma caſchi di ſotto più verſo de' termini della figura, sì che nel punto.b.cauſi l'angolo ottuſiſſimo; Dal punto eſtremo.a.non ſi potrà dedurre linea paralella, alla fronte del fiume, ò delle fronti de' campi per ſopra dell'alluuione, ma di ſotto, per li campi, che non fa a propoſito della diuiſione dell'alluuione, che ſi cerca; Diuideraſſi dunque l'angolo ottuſo. b. per la linea diuiſoria. b. h. per quanto inanzi ſi diſtende la fronte, ò l'eſtremo dell'altro campo.c. che ſe poi detto eſtremo.c.terminerà nel fiume, la diuiſoria linea. b. h. terminerà anco nel fiume; ma ſe l'eſtremità del campo.c. terminerà, non nel fiume, ma lontano dal fiume; da queſto punto eſtremo del cãpo.c.tireraſſi la paralella.e.i.alla fronte del fiume, & doue in eſſa. c. i. toccherà la linea diuiſoria, dedutta dall'angolo.b. per la.b. e. nel punto. e. ſoprà della.c.i.retta, tireraſſi la perpendicolare.e.h.diuiſoria, fino al fiume, come appare manifeſtamente. E anco d'auertire, che queſta preſente figura è di quella

alluuione,

alluuione, che tutta ad vn tempo è accresciuta à tutti i campi, che v'hanno le fronti nelle ripe, dinanzi dellequali è posta, & fatta detta alluuione; sì che non apparisce à qual di detti tutti campi, ne in tutto, ne in parte, sia detta alluuione accresciuta; che se per caso, potesse apparire, & si vedesse euidentemente, che fosse accresciuta più ad vna, che ad vn'altra fronte, all'hora la diuisione d'essa si faria in vn altro modo, & nel come, insegna la seguente figura, la quale nel resto è la medesima, che la gia esplicata da noi fino à quì, come vedremo.

Annotatione.

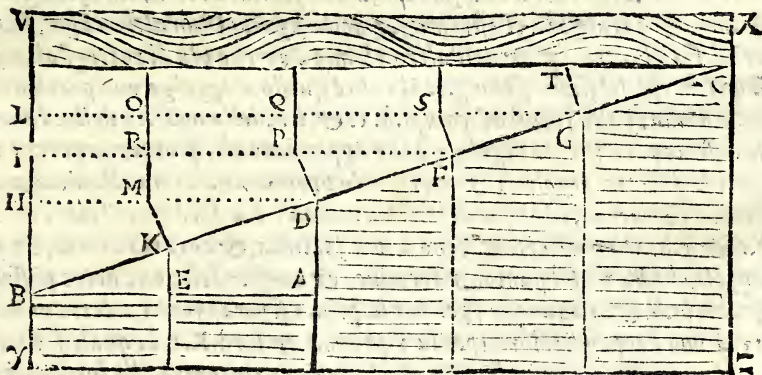
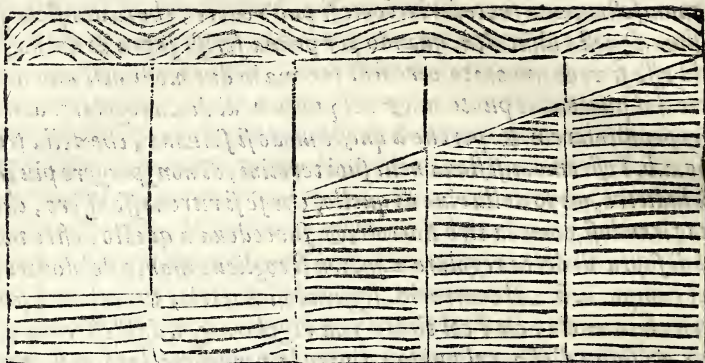
Se fin quì si sarà ben inteso, quel tutto, che noi hauemo detto del vero modo di diuidere l'alluuioni, ciascuno da se medesimo, in questa presente decima figura, vedrà li mancamēti, & diffetti, che si ritrouano in essa; Pur per maggior chiarezza, breuemente gl'anderò ritoccando, senza però dir cosa alcuna di quello, che come dicemmo è comune diffetto a tutte queste figure; cio è che solamente sono di riue paralle alle fronti delli cāpi ò pure rette; Donde auiene, che non riesce nelle curue & tortuose. Così ancora, che si piglia per fronte quella parte, che così è fronte, che anzi è la parte laterale, ò transuersale di quello, di che si dice esser fronte; & il resto delli comuni diffetti, che nella vj. figura adducemmo. Dico dunque in particolare, che questa diuisione di questa presente figura, ha questi diffetti. Prima che la frōte. b. c. del cāpo. b. c. g. si ritroua hauere dell'alluuione più assai, che comporti la sua fronte. b. c. & che non hà il campo. a. b. con la sua fronte. a. b. Perche la linea. b. n. diuisoria dell'angolo. a. b. c. pende verso, & sopra della fronte del campo. a. b. adunque non giustamente in due parti equali, per la diffinitione 3. Anzi, se detta retta. b. n. non fosse ripressa dalla, che chiama regolare. a. m. ò vero dalla. a. c. anderia à ritrouare la riua del fiume, con tanta disagualianza di diuisione, da farsi, trà dette fronti; delli detti campi. b. c. & . a. b. che'l campo. a. b. con la sua fronte. a. b. molto meno haueria dell'alluuione di quello, che cōporta detta sua fronte. a. b. & risguarda il fiume. Et per il contrario, il campo. b. c. g. con la sua fronte. b. c. g. haueria molto più dell'alluuione, che non comporta, ne per tanto risguarda essa fronte. b. c. g. il fiume. Di più, in simil figura, potria accadere (come anco dicemmo nell'ottaua figura) che non ve si potesse delineare regolare alcuna, come (per essempio) s'in questa figura, la fronte del cāpo. b. c. g. con l'estremo. c. s'estendesse fino alla riua del fiume, nell'estremo punto. x. Nel qual caso, succederia di più, che quanto più acuto angolo si causasse dal campo. a. b. & dal campo. b. c. nel punto. b, tanto più haueria dell'alluuione, oltre quello, che comportasse la sua fronte. b. c. & il campo. a b. niente, ò poco n'haueria, ne manco arriueria alla riua del fiume. Di più diuidendosi, come diuide Bartole, negl'angoli, segue che, chi non doueria hauer niente dell'alluuione, non dimeno non solo n'habbia qualche parte, ma anco l'habbia tutta, & per il contrario, che ne doueria hauere, non ne habbia cosa alcuna. Perche fingasi la riua del fiume essere. a. b. & retta, come vuol Bartole, & li campi. c. d. e. f. g.

vedrassi, che gl'angoli. e. f. g. delli lor campi, deueno esser diuisi in due parte equali, per le rette. e. h. & . f. i. & . g. K. & non dimeno il campo. d. e. non ha fronte alla riua del fiume; così interuiene anco nel campo. e. f. & . f g. Adunque è vero come di sopra dicemmo, che diuidendosi come diuise Bartole ne gl'angoli segue che quel campo, che non ha fronte, non dimeno habbia, nell'alluuione, portione & maggiore del campo, che la doueria hauere. c. d. di che perche è euidentissimo non hauemo voluto formare altra figura. Ne a sì fatti inconuenienti si rimedia col ritrouato di Bartole, della detta linea regolare; perciò che, come di sopra dicemmo, nell'ottaua figura, tal linea non si può dare, se nõ quãdo la ripa si ritroua paralella, con le fronti delli campi; Et di più anco, che se sieno paralelli, & si dia questa regolare, non dimeno, non s'occorre a gl'incõuenienti sodetti, come nella presente figura istessa di Bartole si deduce manifestissimamente. Perciochè esso Bartole dal punto. c. del campo. b. c. g. tira la regolare. c. a al punto a del campo. a. b. & dal punto angolare. b. tira la perpendicolare. b. d. terminante nella regolare. c. a. & da detto punto. d. della regolare. c. a. tira la perpendicolare diuisoria. d. h. Nella qual diuisione, come si vede, ad occhio, & per di sopra, & per di sotto, di detta regolare. a. c. si dà più d'alluuione alla fronte del campo. b. c. che non si dà alla fronte del campo. a. b. Perche detta perpendicolare, & diuisoria. d. h. per di sopra della regolare. a. c. pende sopra della fronte del campo. a. c. come fa anco di sotto d'essa regolare. a. c. la perpendicolare, & diuisoria. d. b. adunque (per la diffi. xj.) non ad angoli retti, & conseguentemente non eguale &c.

In oltre, io non sò vedere con qual ragione Bartole tirasse la regolare. a. c. dalli detti punti estremi delli campi. a. b. & . b. c. Perciochè a questo modo segue, che quel campo, che si ritroua hauere più inanzi, & sporgere verso della ripa del fiume gl'estremi della sua fronte. c. si riprima, & si faccia ritornare vn passo (come si suol dire) indietro, & quell'altro campo. a. b. che si ritroua hauer l'estremo. a. della sua fronte, più lontano dalla ripa, si faccia crescere, & sporgere inanzi più del douere, verso di detta riua, come si vede espressissimo in questa figura, nel punto. a. & nel punto. c. Che con la linea regolare. a. c. il punto. a. cresce, & sporge inanzi, verso della riua; & per il contrario, il punto. c. dicresce, si deprime, & si discosta, che non è douere, & è contra dello. perche fu ritrouata la linea regolare; cio è per riprimere, & determinare gl'estremi delle fronti de campi, che non si estendino più inanzi di quello, che si faccino per mezo di essi lor proprij estremi punti; Di più ci è vn'altro errore, perche tirandosi la regolare, come dice Bartole, da questo segue, che più tuttauia si toglie al campo susseguente, & più si dà al campo superiore antecedente, & così, non per le fronti, che per questo verso non si pigliano; l'altro errore anco è che può occorrere, che la fronte del campo primo antecedente b. c. stie così inanzi sporgendo, sopra della fronte, del campo. a. b. che nel punto. b. causi vn'angolo accutissimo, & non dimeno con l'estremo. c. arriui alla riua del fiume nel punto. x. Nel qual caso, se si tirerà dal punto. c. al punto. a. la regolare,

golare.a.c.& si diuiderà, come disse Bartole nell'angolo. b. con la perpendicolare.d.b.manifestamente succederia, come si può vedere, che la diuisione sarà inequalissima. Questa difficultà, quando per prima scrissi sopra di questa figura, come in essa si vede annotato, cercai di tor via in due modi, nell'uno, tirare la regolare dal punto.a.al punto.m.& nel punto.n. di detta regolare. a. m. tirare la perpendicolare.n.K. perche a questo modo si saluaua, che della fronte del campo.a.b. l'estremo.a.si staua nelli suoi termini, di non sporgere più inanzi, ne più indietro, verso della riua di quello, che se si ritrouasse essere, che nõ succedeua tirandosi, come la tirò Bartole, & succedeua a questo nostro modo, che per il di sopra di detta regolare.a.m.non si toglieua manco del douere alla fronte del campo. a. b. Al contrario, seguendosi Bartole, Cercai anco prouederui in vn altro modo, cio è col tirare vna regolare. c. i. dall'estremo. c. del campo.b.c.& sopra d'essa, nel punto.e.tirare la perpendicolare. e. K. percioche a questo modo si saluaua, che l'estremo.c.del campo. b. c.g.non si veniua à riprimere dal suo sito, che haueua verso della ripa, come interueniua nel modo di Bartole, dalla regolare.a. c. Et in oltre, si toglieua meno dell'alluuione, che toccaua al campo.a.b.di quello, che si toglieua con la regolare di Bartole. Non dimeno non fù mai possibile (come m'accorsi poi) di sfuggire gl'inconuenienti sodetti, per il qual rispetto, postomi a meglio considerare queste diuisioni, piacque a Dio, che ritrouassi il vero modo, che di sopra dicemmo, & si vede in questa istessa figura, nella da noi corretta posta di sotto a questa istessa, perche come dicemmo, come quasi a fronte faccino di se stesse paragone, a ciascuno, che vorrà vederle, & darne giudicio.

Figura vndecima.

Corretta.

Se bene altri auertisce questa figura, vedrà, che è quasi l'istessa, che la precedente; perche da quella differisce solamẽte in due cose; nell'una, che in questa sono più campi, che l'uno ha l'estremità della sua fronte più che sporge in fuora verso del fiume, che l'altro; Nell'altra, che doue nella precedente si supponeua l'alluuione essere accresciuta a tutte le fronti, ad vn medesimo tempo, in questa si suppone, che l'una parte sia accresciuta dopò l'altra; et aggiongesi anco la terza, che nella precedente il lato più torto dell'angolo non è paralello ne alla fronte del fiume, ne anco di campi, ma sporge più verso del fiume, & in questa è paralello, & al fiume, & alla fronte del campo, b. e. &c. Per il che, per questo, non si alterando il modo del diuidere, ma solamente il diuidersi tutto asieme & separatamente; segue, che l'istessa diuisione sarà, che hauemo veduto essere stata dell'altra. Sian dũque le fronti dall'un cãpo. b.e. & dell'altro.e.a. & così d'una sol ripa, d'una sol linea retta; cio è senza angolo alcuno & paralelle a gl'estremi.y.z. della figura; D'un'altro cãpo, sieno le fronti d.f. dell'altro.f.g. & dell'altro vltimo, & che più di tutti gl'altri sporge inãzi verso del fiume sieno.g.c. Il caso è questo; s'aggiũge vna portione d'alluuione dinanzi alle fronti de' campi.b. e. & .e a. della quãtità della.d.b.a.nel qual caso appare (per la regola.3.) che appertiene alle fronti; ma perche queste (per la sodetta regola. 3.) non essendo propinque a detta alluuione ma discoste, non cõcorrono; adunque detta alluuione.b. d.a. sarà delle fronti de' campi.b.e. & .e.a. Ma questi fronti sono d'una sol linea, & così ripa retta, & senza angoli, che ha vn sol punto, & termine, & confine delle due dette possessioni & campi.b. & .a adunque (per per la prima figura) sopra a detto punto.e. si tirerà vna perpendicolare (per la 2.propo.) & sarà.K.e. la quale sarà diuisoria linea tra detti campi b. & .a. dell'alluuione rincontro alle lor fronti, sì, che il compreso verso da capo da detta perpendicolare. K.e. apperterrà al cãpo e.b. & il da verso piedi al cãpo.e.a.d. & niẽte aperterrà ad alcuno degl'altri campi (per la regola sodetta.3.) Doppò questa gia applicata & diuisa alluuione (che è il proprio caso di questa figura) per qualche spacio di tempo, il

fiume

fiume dà anco il restante d'alluuione, che si vede dinanzi a tutte le fronti di tutti li campi dalla più infima fronte.b.K.fino alla più sopra, & inanzi eminente, verso del fiume cio è. d. f g.c. che fanno insieme vna ripa d'una sol linea & retta, dal più infimo punto.b.della fronte del campo.e.b.K.al più sopremo punto della fronte.c.del cãpo.g.c. Cercasi la diuisione di si fatta alluuione, & il dubio cõsiste se l'alluuione prima.b.d.a. diuisa & applicata (p la reg.3. alle frõti de' cãpi.b.e.& e.a.possa, in q̃sta secõda alluuione, seruire per ripa, ò pur che rimãghi alluuione, come era p prima che fusse applicata; & importeria, p rispetto, che al meno, nel pũto.a.ò vero.d.verria alterata la diuisione; nõ dimeno (p la reg. 10.) si risolue, che q̃sta alluuione per prima, che l'altra susseguẽte causata, sortisce la ppria natura delli cãpi, alli quali gia si ritroua applicata, & nõ si dice più alluuione, ma cãpo. Per dũq; diuiderla trà tãte frõti di cãpi, che tutte causano vna ripa retta, d'una sol linea senza angoli, come si vede, p la prima figura a ciascun pũto de' cõfini, che terminano a' cãpi in detta retta ripa, si tirerà vna perpẽdicolare (p la 2.prop.) che nel primo punto.K.sarà.K.m. Nel punto.d.sarà la.d.p. Nel punto.f.sarà la.f.s. Nel punto.g.sarà.la.g.t. delle quali niuna (eccetto la perpendicolare vltima, cio è.g.t.) peruerrà perpendicolarmente al fiume; ma terminerà ciascuna nelle linee false descritte, come la.e.K.m.nella falsa.g.l.nel punto.o.la.g.t.nel fiume, & la causa di questo è perche detti punti. d.f.g.non s'estendono più inanzi verso del fiume; & in tai punti se ne morono, & però da come termine loro estremo si tirano le paralelle alle ripe squadrate (per la propo. 4.) ò vero perpendicolari diuisorie, che sono le dette false.d.h.& f.i. & g.l. Nelle quali (come si vede) si viene a ridurre tutte l'irregolarità à regolarità, & così alla prima figura; Perche, per essempio, la perpendicolare.K.M.per se irregolare, nel punto.m.che interseca & è intersecata dalla falsa retta.d.h.ad angoli inequali (per la prima figura) in detto punto.m. (per la. 2. propo.) si tirerà vna perpendicolare.m.o. che arriui al fiume; Il medesimo dicesi della perpendicolare. d. p. irregolare, terminante nella retta.f.i.dalla quale è intersecata, & l'interseca ad angoli ineguali, & così ridotta à regolarità (p la 1.figura) in detto pũto.p.si dedurrà vna perpendicolare (per la. 2. propo.) p. q. che arriuerà fino al fiume; Così anco sarà da farsi della perpendicolare, ma inregolare. f s. terminante nella retta.g.l.nel punto.s.che a detto punto si deduca (per la medesima. 2.propo.) vna perpendicolare.r.fino al fiume. Per il che tutta l'alluuione sarà egualmẽte diuisa a ciascuno delle fronti, di detti campi, per le linee diuisorie o.r.m.K. portione, che aperterrà alla fronte del campo b. K. & per la linea diuisoria. q.p.d.portione, che aperterrà alla fronte del campo. k. d. & per la linea diuisoria.d.f.portione, che aperterrà alle fronti del campo.d.f. & così del resto susseguente, come euidentemente si vede.

Da questa figura se bene s'è auertito, ciascuno può hauere imparato, come si debba fare la diuisione, di qual si voglia alluuione, & di linee rette, & di linee, che causino angoli, & come si riduchino l'irregolarità loro a regolarità,

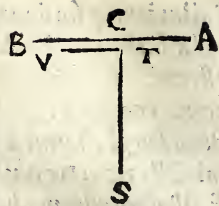
cio è alla prima diuisione, che hauemo veduuto nella 1. & 6. figura, che e q̃llo, che s'attende & s'ha per fine in queste diuisioni di figure, perche in questa tutte l'altre ridotte si diuidono facilissimamẽte, col tirare vna perpendicolare da alto à basso, come si vede, se s'auerte il modo, con il quale s'opra; & s'auerte il sito & stato de' campi, delle fronti, & suoi termini & estremi; che non si può in scrittura esplicare più chiaramente, che tanto, ne con maggior breuità, ne con più facilità; essendo cose tutte, che consistono più nell'operarle, che nel dirle con parole, ò con disegni; & è facile quando le fronti de' campi, & le ripe del fiume sono paralelle, come fin quì è supposto, nelle gia esplicate figure, & si soppone nelle anco da esplicarsi.

Ma se occorrerà, come più spesso occorre, che'l fiume, con le fronti delli cãpi, insieme non si risguardassero, paralellamente, come per essempio, se fosse il fiume. a. b. & le fronti de' campi fussero. c. d. e. f. che come appare, nõ si riguar-

dano insieme paralellamẽte; In q̃sto caso è qualche difficultà; p̃che ne Bartole (che come è detto, in q̃ste sue figure tutte, sempre suppose le frõti de' cãpi paralelle alla frõte del fiume) n'altri, che io m'habbia veduto, ha detto cosa alcuna, del come si douessero le frõti de' cãpi redurre a paralello, cõ la frõte del fiume; & nõ dimeno, in q̃sto consiste, tutta la difficultà di q̃ste diuisioni; p̃che è de necessità di redurle a regolarità, ne apparisce a che regola si debbiano regolare, & pur se si deuono regolare; bisogna vi sia la regola, p̃che l'alluuione, l'alueo, & l'Isola, rispetto al fiume si ritrouano come l'ombra rispetto al corpo, cio è che si come l'ombra segue il corpo, secõdo q̃lla positura ch'il corpo si ritroue hauere, così l'alluuione l'alueo, & l'Isola, segue il fiume, secõdo q̃lla positura, che si ritroua hauere. Per il che dico, che p̃che le frõti de' cãpi hanno rispetto al fiume, p̃che in esso vãno a terminarsi, & nõ per il cõtrario, il fiume ha rispetto alle fronti de' cãpi, p̃ q̃sto auiene, che la regola si deue pigliare dal fiume, ma p̃che niuna regola è regola, se nõ è stabile, ferma, certa, & infallibile, che per q̃sto si chiama regola, segue, che bisogna sia nõ torta come è il tortuoso corso del fiume, et cosi sia vna linea retta che'l tortuoso corso del fiume p̃ doue bagna l'estremo della terra, riduca, a rettitudine dal principio doue comincia

l'alluuione, p fin doue fornisce, & farassi à qsto modo. Notesi del fiume gl'estremi. a. b. che racchiudano trà se, & cōprendono tutta l'alluuione. G. H. li quali estremi. a. b. sarāno estremi anco di, per fin quāto, l'acqua vltimamēte bagna la terra contigua, & delle ripe; perche questi tre nomi sono correlatiui cio è di doue son gl'estremi dell'alluuione, iui anco sono gl'estremi del fiume & gli estremi delle ripe; Da questo estremo. a. del fiume, dell'alluuione, & delle ripe, tiresi all'altro estremo. b. la linea. a. b. senza curarsi (perche nō importa) che detta linea. a. b. tocchi, per tutto d'essa, l'estremo dell'acqua del corso del fiume, & l'estremo della terra bagnata da esso fiume; Dico, che questa linea a. b. sarà la linea regolare, da regolare tutte l'altre da dedursi dall'estremità delli campi. c. d. e. f. perche è del fiume, al quale riguardano dette estremità. c. d. e. f. doppo è retta dedotta da gl'estremi di detto fiume, che tra se comprende l'alluuione da diuidersi tra detti campi. c. d. e. f. Per dunque tirare dalli detti punti di campi. c. d. e. f. linee regolari ò paralelle alla gia detta. a. b. che è la regola istessa, & alla quale s'hanno a conformare le da dedursi dalli sodetti ponti, de' cāpi. c. d. e. f. (per la 4. propo.) alla gia detta linea. a. b. tiresi dal punto del campo f. d'esso estremo, vna paralella, che sia. f. i. Così anco dal punto. e. la paralella. e. K. Dal punto. d. la paralella. d. R. Questo istesso si può anco fare a questo sto altro modo, cio è sopra di detta linea. a. b. nel da capo, ò nel mezo, ò da piedi essa (per la 2. propo.) tiresi in infinito verso le fronti de' campi. c. d. e. f. la perpendicolare. m. n. & sopra di questa. m. n. tiresi (per la detta. 2. propo.) dal pūto del campo. f. la perpendicolare, in infinito. f. i. Dal punto. e. la perpendicolare, in infinito. e. K. Dal punto del campo. d. la perpendicolare in infinito. d. r. Dico, che queste perpendicolari. f. i. & . e. K. & . d. r. sarānno paralelle alla linea. a. b. & conseguentemente le linee dedotte dall'estremità de' campi. c. d. e. f sarāno paralelle alla fronte del fiume. a. b. che si doueua prouare. Per il che, se presto, & ben si vorrà diuidere qual se sia alluuione, di qual si voglia situatione, che'l fiume & le fronti de' campi habbino insieme, & facilmente & rettamēte giuste si vorranno hauere, & dedurre le linee regolari, alle quali si termini- no tutte l'altre irregolari come a suo fine, prima d'ogn'altra cosa, bisogna redurre l'irregolarità del fiume, cio è il corso tortuoso suo in regolarità, cio è a linea retta; Et questo cominciandosi di d'onde comincia l'alluuione, & finendosi, doue termina detta alluuione, come nella sodetta figura. a. b. Et per più anco facilitare la diuisione, sopra di questa linea. a. b. (sia doue si voglia, ò nel principio, ò nel mezo, ò nel fine, ò altroue d'essa) tiresi vna perpendicolare, come nella detta figura, che sia. m. n. Ciò notato, dalli punti estremi di ciascun campo, che si ritrouerà concorrere alla diuisione, alla. a. b. tirensi (per la 4. propo.) paralelle linee, come nella figura sodetta. f. i. & . e. K. & . d. r. Et sopra della. m. n. dalle istesse estremità de' campi. c. d. e. f. (per la 2. propo.) tirensi le perpēdicolari. f. i. & . e. K. & . d. r. Mà se non si volesse preualere ne del modo della. 2. ne della 4. proposit. per più speditamente, & non dimeno giustamēte, fare così le perpendicolari alla. m. n. come le paralelle sodette alla. a. b. Per far le perpendicolari,

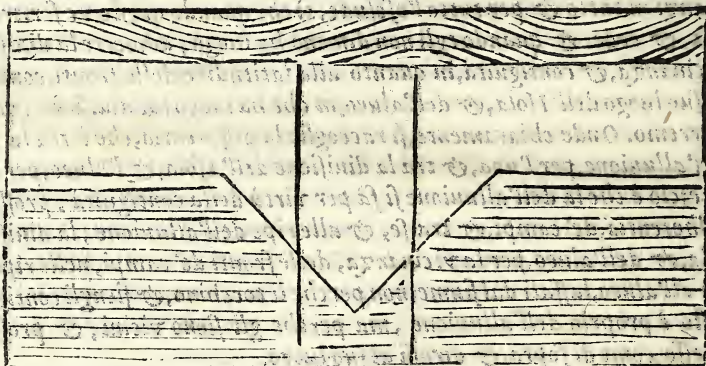
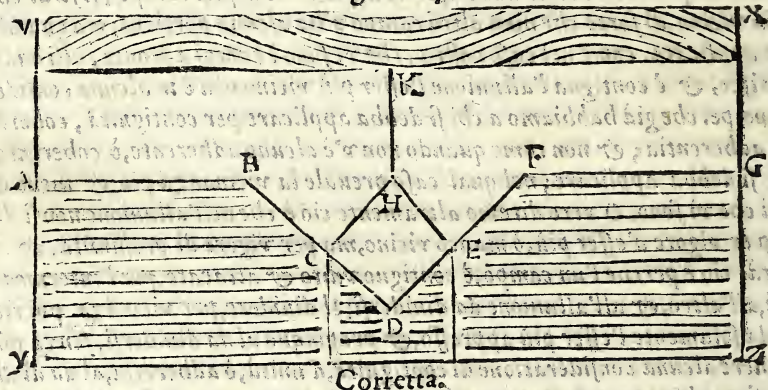
pendicolari, habbiasi vna squadra, che sia. s. t. u. & sopra della linea. a. b. sopra della quale, si vuole tirare una perpẽdicolare, accõmodesi giusto l'un lato. t. u di detta squadra. s. t. u. di tal modo, che l'angolo. t. della squadra. s. t. u. cada giustamente sopra quel punto della linea. a. b. sopra della quale si vorrà tirare la perpendicolare, che sia in detta. a. b. nel punto. c. Dico che l'altro lato. t. s. della

squadra. s. t. u. farà la ꝑpendicolare, che si cercaua; che se con vna corda, ò solco si tirerà fino al punto del campo c. ò vero. d. ò vero. e. ò vero. f. si sarà conseguito l'intẽto, cio è la paralella, che si cercaua alla linea regolare, del fiume. a. b. perche questa perpendicolare sarà paralella alla. a. b. Ma se si vorranno tirare le paralelle, pigliesi, ò con corda, ò con asta la distantia, che è dall'un punto de' campi. c. d. e. f. alla retta linea regolare del fiume. a. b. Per essempio dal punto. f. al della linea. a. b. nel punto. o. & con questa istessa misura vadasi all'altro capo di detta linea. a. b. & segnesi, per fin doue s'estenda detta misura, verso delle fronti de' campi, & ritrouerassi, che terminerà nel punto. p. Da questo punto. p. tiresi vna linea fino al punto. f. dicesi, che questa linea. p. f. sarà paralella alla. a. b. perche, paralelle linee (per la. 6. diffinitione) sono quelle, che insieme sempre egualmente sono lontane; ma queste sono egualmẽte l'una dall'altra lontane, perche la misura della lontananza tra esse ne' punti. f. o. si ritroua essere l'istessa ne gl'altri punti. p. m. adunque &c. Questo, che s'è fatto con l'un punto, de un sol campo, il medesimo si può fare con tutti gl'altri pũti estremi, de tutti gl'altri campi, per infiniti, che fussero; perciochc sempre le dedotte linee, nel modo detto di sopra, saranno paralelle, alla già descritta del fiume, come s'è dedotto manifestamente. Auertendo non dimeno, che tutto questo, che fin quì s'è detto di ritrouare la linea regolare, nel fiume, quando il fiume non si ritroua à paralello, con le fronti, & estremi de' campi, che sono di linee rette, ha anco luoco, quando le fronti de' campi, si ritrouano essere di linee curue; & anco di linee rette, & curue insieme vnitamente, cio è che di questi campi ancora s'hanno da tirare le paralelle, alla retta ritrouata, come di sopra s'e detto nel fiume; che è quella, che regola ogn'altra, delli punti estremi de' campi & non è regolata. Per il che ha anco luoco nel diuidere l'Isole, & gl'Aluei, per hauere ancor questi rispetti alla fronte del corso del fiume come da se è manifestissimo. Mà quì nasce vna difficultà, che moue Bartole, che è che pare, che della sodetta prima alluuione, c'habbiamo posta in questa presente figura, ne douesse toccare la sua portione alla fronte del campo. d. f. & non dimeno tutta s'è diuisa tra le fronti b. e. & e. a delli campi. b & . a. & pare, che ciò sia fatto ingiustamente; perche il punto. d. estremo della alluuione sodetta prima. b. a. d. si ritroua essere più propinquo, anzi è l'istesso estremo della fronte, nella ripa del campo. f d. che non è al punto. a. estremo, della fronte del campo e. a. come si può vedere espresissimamente, se dal detto punto. d. delineerassi vn circolo, che con la sua circonferentia tocchi il punto. a. perche vedrassi,

vedrassi euidentemente, che il punto detto. a. vien tocco, per tutta la latitudine del diametro d'esso circolo, & il. d. si ritroua essere l'istesso centro del circolo sodetto. & anco estremità del campo f. & di detta alluuione la maggiore ò più parte si ritroua più vicina al detto punto. d. estremo del campo. f. d. che non è al punto. a. adunque più parte di detta alluuione deueria toccare al campo f. d. che al campo. a. Ma non gli n'è toccato cosa alcuna; adunque la sodetta diuisione è mal fatta. Si risponde, che è vero, che'l punto. d. è più vicino al cãpo. f. che al campo. a. ma quello, che si suol dire, che l'interlassato accresce al più vicino è vero quando, veramente, è interlassato, sì che non sia applicato per adherentia ò coherentia, che sia tra loro ad alcuno; come, per essempio, l'Isola tralasciata, sì che nõ adherisce ne a questo ne a quel campo, si fà di chi l'è più vicino, di sorte che niun altro campo v'ha alcuna portione; ma quando viene applicata, come nel caso nostro, che vi sono i campi à fronte, alli quali adherisce, & è contigua l'alluuione l'esser più vicino non è in alcuna consideratione; perche già habbiamo a chi si debba applicare per contiguità, coherẽtia, ò adherentia; & non come quando non v'è alcuno adherente, ò coherente, a chi si debba applicare; nel qual caso preuale la vicinanza più & meno di quelli che vi sono. O vero diremo altramente cio è che nell'alluuione non si diuide per vigore d'esser più, ò manco vicino, ma per vigore di prossimità, & cõtiguità, cio è perche l'un campo, è contiguo vnito & attacato, per l'intermedij cõfini, all'altro, & all'alluuione da diuidersi; Il diuidere, per vicinãza. poi risguarda solamente l'esser più appresso, & propinquo al da diuidersi, senza pũto hauere alcuna consideratione di contiguità, d'unità, ò adherẽtia, al da diuidersi, anzi in tutto & per tutto l'esclude, sì che quando questo ve si ritroua, egli cessa, & cede, & quando egli non dimeno ha luogo, admette la diuisione della vicinanza, & contiguità, in quanto alla latitudine delle fronti, come diremo al suo luogo dell'Isola, & dell'aluco, in che ha luogo tal diuisione, quando vi verremo. Onde chiaramente, si raccoglie la differentia, che è tra la diuisione dell'alluuione, per l'una, & tra la diuisione dell'Isola, & l'alueo, per l'altra parte; cio è che la dell'alluuione si fà per virtù della contiguità, prossimità, & adherentia, de' campi, & tra se, & alle ripe dell'alluuione; la diuisione dell'Isola, & dell'alueo, per la vicinanza, delle fronti de' campi, nelle ripe all'Isole, ò all'alueo, lassati dal fiume, non perche li tocchino, & siengli contigui, che questo è proprio dell'alluuione, ma perche gli sieno vicini, & prossimi & appresso, come di sopra, & dirassi al suo luogo.

Annotatione.

Per questa figura appare più euidentemẽte, che per niun'altra, quello, che sempre fin quì siamo venuti annotando, cio è che diuidendosi, come diuise Bartole l'alluuione, segue trà gl'altri inconuenienti, che'l primo delli tutti campi participanti dell'alluuione, & dal quale si comincia la diuisione, come da capo, ha sempre di detta alluuione più di quello, che gli tocca, per la latitudine della fronte; & l'ultimo meno; per rispetto, che Bartole non intese, che fusse

fronte, n'hebbe cognitione di quello à che si doueuano indirizzare dette fronti; che perche appare manifestamente, circa d'essa non si dirà altro; poiche già s'è detto, che tutte patiscono quei deffetti, che di sopra alla 6. figura annotãmo, doue si vedano à piacere, & si considerino, applicandoli alla nostra, & figura d'esso Bartole. Solo, n'occorre raccordare, che diuidendosi, come hauemo insegnato noi, cessano tutte le difficultà, che in questa figura, si sono fatte, senza d'affaticarsi tanto, quanto si vede essersi fatto per sostenere il modo di diuidere insegnatone da Bartole, per causa di che dette difficultà si vedeuano nascere; perciochè il nostro è vero, & il di Bartole è falso, col quale non si può accomodare la verità; Corregasi dunque come si vede per la nostra.

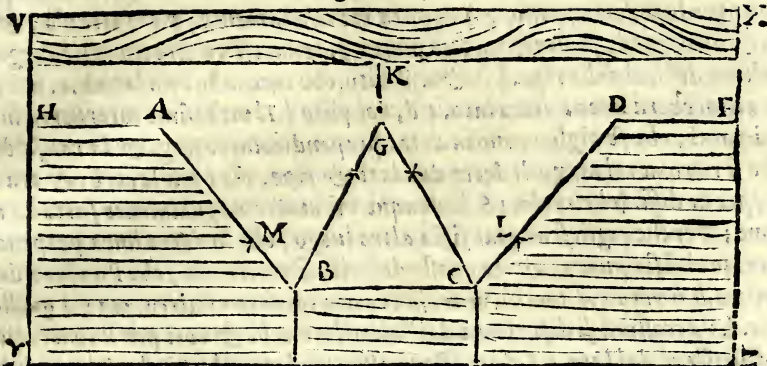
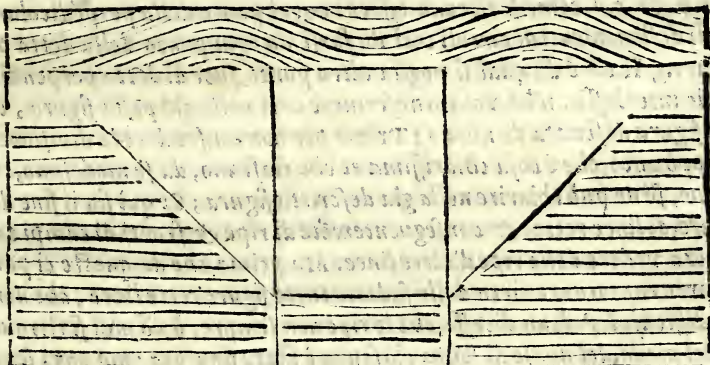
Figura xij.

La presente figura è fatta per dimostrare, che alcuna volta succede, & può accadere, che alcune fronti de' campi non possono conseguire dell'alluuione fino al fiume, ma per di quà d'esso per qualche spatio. Sia dunque l'un campo. a.b.c. & l'altro.c.d.e. & l'altro.e.f.g. sì, che tutti, con le lor ripe rette, nelle fronti, causino vno angolo acuto, nel punto. d. nel mezo della fronte del campo.c.d.e. Per diuidere dunque tra queste fronti de' campi l'inclusa tra di loro alluuione, come nelle fin quì gia dette, son da cõsiderare le lor ripe, che in questo caso,

ſto caſo, vediamo eſſere rette. d. e. f. g. & d. c. b. a. Nella. d. f. retta vediamo il punto. e. delli confini delle fronti delli campi. f. e. & del campo. d. e. adunque, ſecondo la prima figura, (per la 2. propo.) a tal punto. e. ſarà da tirarſi la perpendicolare. e. h. & così anco ſarà da fare nell'altra ripa retta. d. b. nel pũto. c. che ſarà la perpendicolare. c. h. che s'interſecheranno, & termineranno nel punto. h. ma ſe ſi diuiderà (per la 3. propo.) l'angolo. c. d. e. con la falſa. d. h. concorrerà anco queſta. e. h. nel detto punto. h. & iui concorreranno anco tutte le linee confinali. e. h. & d. h. & c. h. delle fronti del campo. d. & iui morranſi, & s'eſtingueranſi ne più oltre trapaſſeranno ſino al fiume, per l'alluuione; anzi di quà, per vn gran ſpatio morte ſe ne ſtaranno; Per il che reſta anco dell'alluuione, da diuiderſi, & non dimeno non ne tocca coſa alcuna alla fronte (perche è eſtinta nel punto. h.) del campo. d. Adunque è veriſſimo, che può darſi caſo, che ad alcune fronti di campi non tocchi dell'alluuione, da diuiderſi, fino al fiume; come nella preſente figura, per le linee diuiſorie. c. h. & e. h. Perche il cõtenuto dell'alluuione tra ſe ſarà delle fronti del campo. d. Et il di fuori d'eſſe, delle fronti de' campi. e. f. g. & c. b. a. Che per diuiderla, nel punto. h. doue detti due campi concorrano, con li ſuoi confini, & termini, tircſi vna perpendicolare, (per la propo. 3.) fino al fiume. K. che diuiderà equalmente il reſtante di detta alluuione, Per il che di ſopra di detta perpendicolare. K. h. verſo il da capo ſarà delle fronti del cãpo. a. b. c. et il di ſotto, verſo il da piedi, di detta perpendicolare. h. K. ſarà delle fronti, del campo. e. f. g.

Annotatione.

Queſta diuiſione, di queſta figura è manifeſtiſſimamente contro della legge, che dice, che l'alluuione ſi diuide alli campi contigui, per la latitudine delle fronti, verſo del fiume, come appare (per le Regole legali. 2. 3. & 4.) Et è cõtro anco alla diffinitione della fronte; Perciochc, in queſta figura, non ſolo non ſi diuide per la latitudine delle fronti. c. e. del campo c. d. e. ma ſi guaſta & corrõpe la naturalezza d'eſſo che diciamo fronte & pche la latitudine. c. e. della fronte del cãpo. c. d. e. ſi ſerra, & reſtringe per le linee. c. h. & c. h. nel punto. h. errore cauſato dal diuidere (come n'inſegnò Bartole) ne gl'angoli delle fronti de' campi, & non come diciamo noi per la latitudine delle fronti de' campi, riſpetto al fiume; perciochc, dubio non è, che del campo. c. d. e. la fronte ſi ritroua eſſere. c. e. della latitudine iſteſſa. c. e. con la quale riſguarda à fronte la riua del fiume. u. x. ſenza, che per dinanzi ve s'interponga trà mezo alcuno impedimento, & la legge eſpreſſamente dice, che l'alluuione ſi deue alli campi a lei contigui, per le latitudini delle lor fronti, che hanno verſo del fiume; Onde io non poſſo imaginarmi, perche Bartole ſi moueſſe a così diuidere, come ſi vede hauer diuiſo, eſpreſſamente contro della legge, la quale, che lui ſapeſſe, chi può dubitare? poi che comunemente ſi chiama, & con ragione, lume & ſplendore delle leggi? per il che, qualche volta ſon ſtato ſuſpeſo, ſe queſti libri della Tiberiade ſieno ò nò di Bartole. Ma ſe me ſi diceſſe Bartole diuiſe a queſto modo ne gl'angoli, per riſpetto, che altramente gl'angoli non veniuano diuiſi

in due parti equali, & pur si doueuano diuidere; rispondo, che in questo nostro caso non si tratta di diuidere gl'angoli causati dalle fronti concorrenti de' campi in vn punto, ma si tratta di diuidere l'alluuione alli campi, per la latitudine delle lor fronti, & non de gl'angoli retti, ò ottusi, ò accuti, che si causino da dette fronti concorrenti; la latitudine poi delle fronti, ne' campi si piglia da vn punto all'altro estremo delli confini, nell'ultimo di loro, verso il fiume contiguo all'alluuione; & questa latitudine sempre è tanta per qual si sia spatio, ò inanzi verso la ripa del fiume, ò dietro, ò per altroue, che si tiri, come in questo caso, & si deue tirare alla ripa del fiume; che operandosi, come fece Bartole, non si può fare in alcun modo; ma si restringe & s'allarga essa fronte, secondo l'acutezza & ottusità, & rettitudine dell'angolo, che esso Bartole diuide in due parti quali, & male; Perciòche, se la latitudine della fronte del campo mio è per essempio, venti, ò trenta canne, & la legge dice, che dell'alluuione fino al fiume me si deueno trenta canne, per latitudine; per qual ragione Bartole ciò non esseguisce, ma me ne priua con restringermi detta fronte, di trenta canne, del mio campo? Ma se mi si dicesse, Diuiso l'angolo si diuide anco l'alluuione, rispondo esser vero; ma l'alluuione però non vien diuisa, per la latitudine delle fronti de' campi, che si ritrouano non ne gli angoli, ma ne gl'estremi punti de' confini d'essi campi, che insieme sono contigui, & connessi all'aluuione, li quali punti di detti confini non sono angoli, ma punti, sopra delli quali si possano formare tutte le sorti de gl'angoli; Di più Bartole piglia le fronti delli campi il trauerso, & le parti laterali d'esse fronti delli campi, che si pigliasse veramente quella parte, che veramente d'essi campi si ritroua esser fronte, come faciamo noi, il modo di Bartole saria in qualche caso bono; perciòche auerria, che le fronti s'hauerieno à paralello con la ripa regolata del fiume; Onde auerria, che la perpendicolare tirata sopra delle dette paralelle saria, perpendicolare all'altra; & gl'angoli causati sopra dell'una, sariano eguali alli causati sopra dell'altra, perche sariano tutti retti, & conseguẽtemente la diuisione giusta, & eguale. Di più auertasi vn altro errore, che è che Bartole vuole sopra del punto. h. si debbia tirare la perpendicolare. K.h. che in tutti i modi è impossibile, perche le perpendicolari si dicono rispetto alle rette, & alli punti nelle rette, ò alli punti fuori delle rette, ma sopra d'esse rette, & non rispetto ad vn sol punto, come nel caso di Bartole; Et se s'è fatto, è occorso perche la riua del fiume è retta, che se non fusse stata retta, non mai si saria potuto tirare detta perpendicolare. K.h. che è quello, che disse Bartole, senza altramente considerare se la riua fusse, ò retta, ò curua, che è impossibile; si corregge dunque questa figura, come nella nostra delineata, che vederassi ad essa soggiunta.

Figura xiij.

Questa figura è differente della precedente; perche le ripe della precedente erano contenute da due sol linee, & questa da tre, cio è dall'una .a.b. dall'altra .b.c. & dalla terza .c.d. Per il che, quell'altra, nelle due ripe concorrenti in vno istesso punto, haueua vn solo angolo, & angolo acuto; & questa due angoli, & l'uno & l'altro ottusi, nel punto .b. & nel punto. c. li quali angoli. &. b. & .c. sono da diuidersi (per la 3 propo.) in due parte eguali, per la perpendicolare. b g. &. c. g. le quali due perpendicolari concorreranno nel punto. g. dell'angolo. b. g. c. doue conseguentemente le fronti. b. g. & .c. g. del campo. b. c. se ne muorono, & rimangono estinte; per il che non hanno queste fronti che più partire nel resto dell'alluuione esclusa dalle sue linee diuisorie. b. g. & .c. g. Resta dunque da diuidersi, & da diuidersi tra le fronti de' campi. h. a. b. per vna parte da capo, & per le fronti dell'altro da piedi, c. d. f. li quali due campi, perche concorrono ad vno istesso termine tra di loro, che è il punto g. sopra di questo (per la propo. 2.) si tirerà la perpendicolare. K. g. la qual dicemo, che sarà diuisoria del sodetto restante dell'alluuione. Per il che il di sopra di detta perpendicolare, verso il capo, sarà della fronte del cãpo. h. a. b. & il di sotto

verso

verso da piedi ſarà della fronte del campo. d.f.c. Et che ciò ſia ben diuiſo, ſe ben (per la ſodetta propo. 3.) appara manifeſtamente, pur tuttauia, & con queſt'altro modo ſi dimoſtra, Nel punto. g. delineeſi vn circolo della largezza dell'un de' lati delle ripe.a b.&.c d.dico, che toccando l'un lato.b.a. nel punto m.toccherà anco l'altro lato. c.d. nel pũto l. Il medeſimo interuerrà in tutti i ponti, che ſe piglieranno in detta perpendicolare. K. g. & la cauſa è perche ſi ritroua rel mezo di dette due lati & ripe, cio è tra la.a. b. & tra la.c. d.(per la diffi.del circolo. 16.) adunque veramẽte è egualmente fatta la diuiſione; Perche piglieſi in qual ſi ſia altro luogo, che in detta linea perpendicolare, qual ſi ſia punto, & da queſto deſcriuaſi vn circolo, che l'un lato de' ſodetti.a.b.ò vero.c.d tocchi, vedraſſi che non toccherà l'altro, ma s'à queſto lato.c.d.s'accoſterà, ſi diſcoſterà dall'altro lato.a.b. & così per il contrario, ſe ſi diſcoſterà dal lato.c.d.s'accoſterà all'altro lato.a.b. Di che ſolo ne ſarà cagione, perche detto punto, ò punti, non ſarà, ò non ſaranno nel mezzo de' detti lati.a.b. &.c.d.come ſi ritroua eſſere in ogni punto della perpẽdicolare.g.K. Queſti delineamenti di circoli così da farſi da ogni punto della detta perpendicolare.g.K.cio è da qual ſi voglia altro punto fuor di detta perpendicolare. g.K. io interlaſſo, n'hò voluto deſcriuere così nella già poſta figura, come in altra figura deſcritta di nuouo; Prima per non confondere la diuiſione ſodetta, doppò anco, che è coſa chiariſſima et che ciaſcuno, da ſe medeſimo, col ſeſto in mano, ſe ne può chiarire nella gia deſcritta figura; Et quì ſia il fine de tutte le figure, di linee rette, & conſeguentemẽte di ripe & fronti di campi tali; Segue hora vedere delle ripe d'altre linee. Ma prima, che da queſte ci partiamo n'occorre raccordare circa delle ſodette tutte figure rette linee, che non fà alcuna difficultà, s'alcun diceſſe, che le ripe non ſempre, ò nõ mai ſi ritrouano eſſere del modo, del quale di ſopra ciaſcuna è ſtata figurata; ma anzi ſempre, ſi ritrouano ò tortuoſe, ò che queſta ſporge vn poco ò aſſai inanzi & queſta ſi rimette, & creſce, & poi s'incuruano, Queſte altre ſi rettificano di ſimili, & altri accidenti, che ſono infiniti; Dico, che queſte, & ſimili altre obiettioni, che ſi potriano fare, non fanno alcuna difficultà; perciò che queſte tali varietà di ripe ſi ſono di notabile quantità, ſi diuidono come di ſopra & come di ſotto incontinente vedremo. Ma ſe ſono di poca quantità; ò non s'hanno in conſideratione, ò pure ſi diuidano come s'è detto; Perciochè il modo del diuidere anco comprende qual ſi ſia minima coſa, che ſia quanto; Et queſto intẽdiamo quãdo ſimili accidenti & minutie ſi ritrouaſſero dinãzi alle fronti de' campi, che concorreſſero alla diuiſione, che quando foſſero in vna iſteſſa fronte del medeſimo campo n'altri c'haueſſero, che partire, non occorreria far diuiſione, poiche il diuidere naſce tra chi può naſcere diuiſione; ma trà vno medeſimo, & ſe ſteſſo, non può naſcere diuiſione, onde in queſto caſo non occorrerà fare alcuno ſpartimento.

Annotatione.

Contra della diuiſione di queſta preſente figura, ſonno tutte le ragioni, che noi

noi adducemmo nell'antecedente; perciocbe è la medesima, che questa; onde iui vedransi, perche non replichiamo l'istesso, cō molestia & senza alcun profitto; ma correggasi, come si vede nella nostra figura, che hauemo soggiunta; Auertendo, che quello, che noi nel fine della sodetta figura, dicemmo in fauor del modo di diuidere di Bartole, quādo le ripe si ritrouauano in ogni altro modo, che rette, nō toglie la difficultà, come da se medesimo ciascuno se ne auederà, se hauerà inteso quello, che noi hauemo detto di sopra diffusamente.

Segue hora la terza parte di questo libro, dell'alluuione, che è dell'alluuione compresa da linee curue, & circolari; & si diuide in due parti; Perciocbe simili linee hanno due rispetti, cio è il concauo & conuesso; concauo diciamo quello, che è di dētro d'una linea curua, come per essempio, in vno arco con la sua corda, quel di drento verso la corda di esso arco, diciamo concauo, quel di fuora di esso arco, doue si ripiega, per vigore della corda, diciamo conuesso. Adunque le ripe di linee curue, si considerano in due modi; nel primo quando sono concaue, nell'altro, quando sono conuesse; Concaua nel modo che vediamo vn vaso contenere il giaccio dentro a se, così la ripa contenga l'alluuione. Conuessa al contrario, come che la ripa sia il continente, & l'alluuione il contenuto. Bartole delle ripe concaue ha solo descritto cinque figure, quattro di linee semplici, & la quinta di linee composte di curue cio è & di rette; la 1. che è la 16. in ordine, quando la concauità della ripa è minor d'un mezo circolo la 2. che è la. 17. è quasi l'istessa, ma differisce, che dell'aluuione ha più oltre il suo men, di mezo circolo, col quale, ne gl'estremi non arriuaua al fiume, come l'altra. 16. la. 3. & 18. è quando la ripa concaua causa giusto vn semicircolo. la 4. 19. è quando la ripa concaua è maggiore d'un semicircolo. la 5. & 20. è imposta di linee curue, & di linee rette, come vedremo. Dell'altro mēbro, cio è delle ripe di linee curue, ma rispetto al conuesso, se ben Bartole le comprese, come hauemo veduto, nella sua distintione, non dimeno non ne lasciò scritto cosa alcuna, che se fusse, perche se ne scordasse, ò che lo scriuesse ma a noi per la inguiria de' tempi non sia peruenuto, ò pur perche giudicasse non fosse bisogno, come che dal detto, della ripa cōcaua, si potesse cōprendere q̄llo si douesse fare nella conuessa, per rispetto, che non si può dare concauo, che non si dia conuesso, ne per il contrario (così questi insieme si risguardano necessariamente) non posso io dire, ma nel fine di questo libro primo, forse ne diremo, se giudicaremo esser bisogno, qualche cosa. Hora attenderemo ad esplicare le figure de linee curue lasciatene da Bartole; Ma perche si fatte alluuioni di linee curue non si potrāno (secondo Bartole) diuidere senza sapersi alcune propositioni, de quì, è che Bartole le soggiunse proponendole in questo luoco.

Figura xiiij.

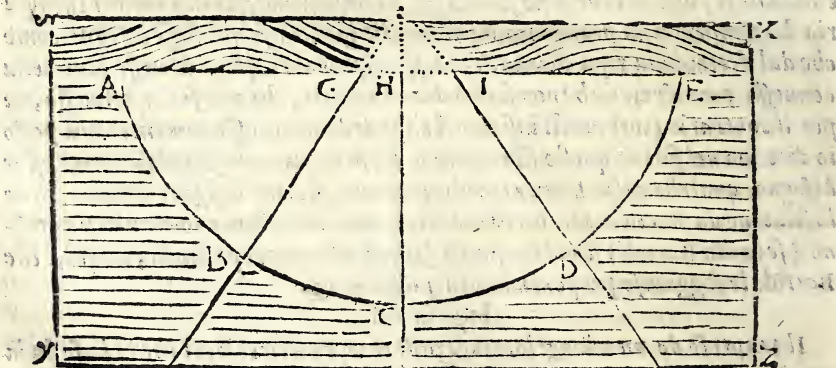
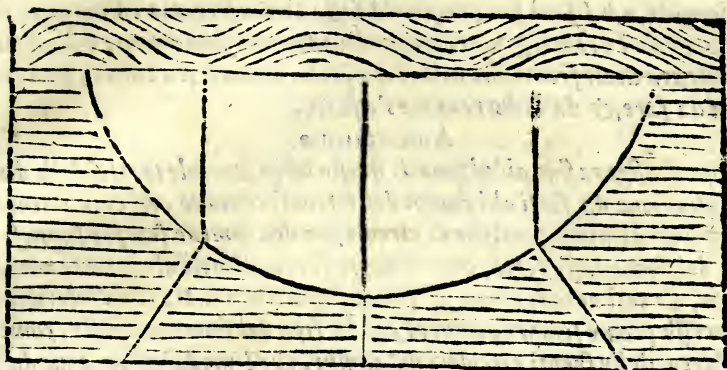
Il trapreso da vn triangolo, causato drento d'un circolo, sì che la base sia la portione d'esso circolo, sempre è più vicino à detta portione, che à niuna altra parte della circonferentia, del circolo, del quale detta base, si ritroua essere portione.

Di questa

Di questo è stato detto a bastanza nella propo. xiij. onde per non replicare l'istesso, s'interlassa, solo è d'auertire, che nõ è figura d'alcun caso dell'alluuione, ma solo vna propositione, & principio dal quale depẽde la risolutione d'alcune figure; che si sogiungeranno, le quali senza di questo principio non si sariano potuto apieno n'intendere, ne dedurle, per il qual rispetto noi l'habbiamo posta tra l'altre propositioni & principij necessarij all'intelligentia, del da dirsi in q̃sto tutte passate, & da dirsi figure, & da Bartole fù quì premessa per rispetto, che nelle da dirsi figure s'ha da trattare di ripe di linee curue, & circolari, che traprendeno l'alluuione, la quale, perche si diuide, per ragione di propinquità, necessario era di sapere, che fusse, in queste linee circolari, più propinquo del dentro del contenuto d'esse alla circonferentia, & concauità, che adesso diciamo essere le ripe; & conseguẽtemente le fronti de' campi, che sono più propinque all'alluuione, ò all'Isola, ò all'alueo, che, come s'è detto nõ si poteua, ò non senza grandissima difficultà, se non si premetteua questa figura, ò propositione, ò principio, che vogliamo chiamarcilo.

Figura xv.

Di qual si sia portione di circolo si può ritrouare il centro, del suo circolo. Della qual figura ancora è stato da noi detto di sopra nella proposit. xij. & fù da Bartole quì posta, perche alcuna volta occorre, in queste diuisioni, delle linee curue, d'una metà, ò di più, ò dimeno, & in somma, di qualche se sia portione di circolo, che per partir giusto, & dare a ciascuno la sua giusta parte, conuiene ridurre detta portione & segmento di circolo in circonferentia; che non può farsi se non si ritroua il suo centro; hora con questa propositione & figura ce s'insegna, & più largamente n'è stato detto, la doue di sopra dicemmo alla proposi. xij. doue si può vedere.

Figura xvj.

Corretta.

Questa figura è la prima delle ripe curue, & circolari, & concaue; & come si vede è minore d'un circolo & anco di mezo circolo (per la diffinit. 12. & seguente) & è contenuta d'una sol ripa; perche da una sol linea, che come la retta è regolare (per la diffinit. 5.) & contiene dentro ad essa l'alluuione tutta fino al fiume, come si vede, per la linea che diciamo ripa. a. b. c. d. e. Per venire dunque alla sua diuisione più facilmente, & che s'intenda il tutto, bisogna auertire, che perche il contenuto, & così l'alluuione è minor del continente, & così della ripa, che in questo caso cōtiene l'alluuione, per come quasi abbracciarla dal capo. a fino alla fine e de quì auiene, che d'essa cōtenuta alluuione, dalla ripa. a b c. d e. ad essa ripa non si può dar tanto, quāto della ripa è, che la contiene. In oltre, se ben la ripa sia d'una sol linea, non dimeno, perche l'un de' lati d'essa risguarda l'altra, de quì auiene, che'l contenuto tra dette ripe correspettiue s'ha da diuidere, per pressimità, come & non altramente, che s'è detto fin quì delle ripe cōtenute di linee rette, ò d'una sola, ò di più; Per il che per uenire al fatto. Dicesi che come nelle ripe d'una sol retta, ne' punti de' cōfini, che erano nelle ripe delle fronti de' campi, si tiraua vna perpendicolare, così anco, & in questa ripa curua, è d'adoperarsi; & però nel punto. b. (per la 2. propo.) delineesi vna perpendicolare. b. g. & dall'altro punto. c. tiresi l'altra perpendicolare. c. h. Il medesimo operesi nel punto. d. che sarà. d. i. che detta alluuione tutta sarà diuisa trà detti cāmpi, per le sue fronti. a. b. & . b. c & . c. d. & . d. e. egualmente; & la ragione è questa (per la precedente figura. 15. & propo. 12.) perche tutte dette fronti sono portioni di circolo; adunque si potrà da queste & ciascuna d'esse, & di tutte insieme, ritrouare il suo centro, che sarà. f. nel quale tutte le linee perpendicolari già di tutte terminano, come la. b f & la. c. f. & la d. f & fanno vn triangolo p ciascuna fronte dināzi alla sua fronte, del quale la base è la fronte istessa curua, come del triangolo a. b. f. la fronte. a. b. Del triangolo. b. f. c. la base nella fronte nella ripa. b. c. & così del resto; ma (per la 14. figura & propo. 13.) tutto il contenuto dentro ad vn triangolo fatto in vn circolo, del quale la base sia circonferentia è più vicino

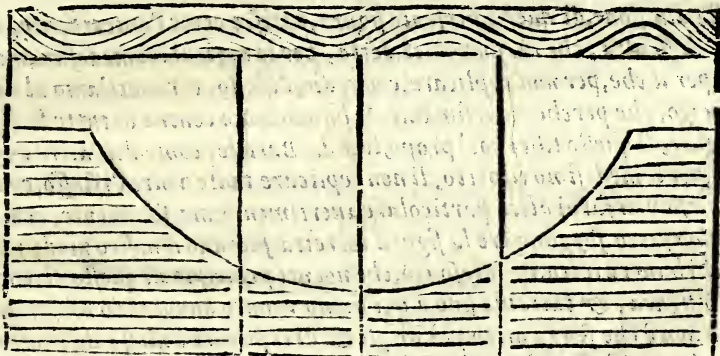
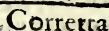
alla circonferentia, che a niuna altra parte; adunque tutto il contenuto dentro dal triangolo. a. b. f. sarà per prossimità della circonferentia, ò portione circolare a. b. & così di tutti gl'altri triangoli; adunque giustamente è diuisa detta alluuione, tra dette fronti, che nella ripa sonno d'una linea curua, ò circolare, che era da fare, & da dedurre come s'è fatto.

Annotatione.

Da questa figura fino all'ultima di questo libro Bartole tratta, delle diuisioni dell'alluuione da farsi alli campi delle fronti concaue, & così circolari di maggiore & di minor portione di circolo, ma non dimeno sempre suppose, che la riua del fiume fusse retta, come sempre fece anco nell'altre tutte antecedẽti figure, & così anco le fronti de' campi fussero rette. Da che s'inferisce, che s'occorresse (come sempre occorre) che la ripa del fiume non fusse, come corda, all'arco, delle fronti circolari de' campi, che'l modo insegnatone da Bartole non riusciria, come ciascuno da se medesimo se ne può chiarire, si anderà variando questa figura à suo piacere; pur che la ripa non sia a corda con gl'estremi corni delle fronti superiori, delli campi, nel resto, di linea circolare frõti, in questo caso del restante delli campi, che concorrano alla diuisione dell'alluuione. Di più, nõ dimeno la diuisione d'essa figura, è falsa; pcioche, Bartole diuise al modo suo, & nõ per la latitudine delle fronti de' campi; Ne hebbe risguardo alla ripa del fiume, ò retta, ò rettificata; ma alle sponde di quà & di là dell'istesse fronti de' campi, che si ritrouano di qua & di la del punto estremo, termine de' campi, come che, perche di queste due sponde il mezo si ritrouaua essere in questo punto si crese. per vna retta tirataui sopra egualmente lontana dall'una & dall'altra sponda; questa tal retta fusse il termine della fronte d'esso campo; Ma s'ingannò, percioche questa tal linea a questo punto, termine & confine delli campi, non tirò Bartole la retta perpendicolare alla riua retta del fiume, ò rettificata, come dice la legge, per la latitudine delle fronti, delli campi, cõ seruare l'istessa latitudine, che s'haueua nelli cãpi, fino alla riua del fiume; ma la tirò per doue per forza necessitatiua l'habitudine & situatione delle spondi delle fronti; Perciò che fanno tall'hora angoli retti, tal'hora angoli acuti; tall hora angoli ottusi, più & meno secondo, che le dette situationi di detta sponde si ritrouano essere situate; le quali non dimeno come dicemmo, non sono fronti ma il transuerso delle fronti, che non è possibile, che mantenga l'istessa latitudine, nella ripa del fiume, che haueua nel principio delle fronti, ne gl'istessi campi, ma tall'hora s'allarghi, tal hora si restringhi secondo che necessità l'angolo retto, ò accuto, ò ottuso, così di linee rette come di linee curue, che esse rette diuidono in due parti equali come da se è chiarissimo, onde questa figura sia emendata secondo la nostra, che si vede soggiunta.

Figu-

Figura xvij.

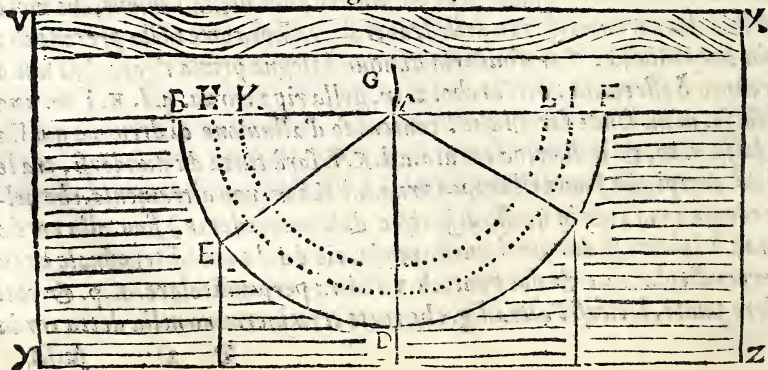
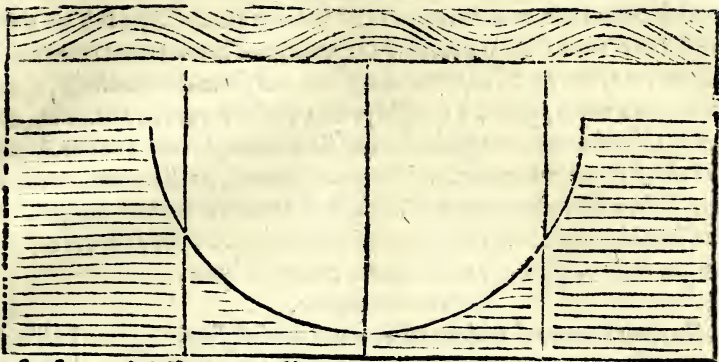
Corretta

Questa figura, se ben s'auerte è la medesima che la precedente; cio è d'una sola ripa curua, & manco di mezo circolo, come altra (per la diffi. 20.) perche il suo centro .n. si ritroua essere fuor della sua corda .a.m. solo è differente, che doue la precedente con li suoi estremi corni, ò punte dell'arco toccha il fiume, sì che la corda dell'arco, & la riua del fiume è l'istesso, questa con le sue da capo, per vna parte .o.a. & da piedi per l'altra parte .m.b. non lo tocca; Per il che tra detti due corni, & il fiume rimane anco dell'alluuione, che non è compresa dalla corda, dell'arco delle fronti, de' campi, come nella precedente; onde rimane indiuisa. Per diuiderla dunque bisogna prima tirare dall'uno a l'altro corno ò estremità, dell'archo .a.m. della ripa curua .a.l.K.i.m. vna retta falsa .a.m. Onde farassi che'l contenuto d'alluuione di drento a questa corda falsa .a.m. & dalla ripa arcata .a.l.K.i. sarà tutta da diuidersi, tra le fronti de' campi, che sono nella ripa curua, a.l K.i m. non altramente, che nell' antecedente; ma (& in questo differisce dall'antecedente) fino alla corda falsa .a.m. Diuiderassi dunque à questo modo, cio è dal punto .i. terminale tiresi vna perpendicolare .i.c & dal punto .k. vn'altra perpendicolare .K.p. & così dall'altro punto .l. tiresi l'altra .l g. che tutte termineranno nella detta corda

falsa. a. m. che le riprime ne' lor punti. g. p. c. in essa linea. a. m. che più sù non passino; Tutto il compreso dunque dal triangolo a. g. l. sarà della fronte arcata dello campo arcato, & curuo. a. l. & il compreso dalle linee. g. p. K. l. della fronte curua del campo. l. K. & il compreso dalle linee. p. c. K. i. dalla fronte curua del campo. K i. & il compreso dal triãgolo. c. m. i. della fronte curua del cãpo. i. m. (p le medesime prop. 12. & 13.) per le quali fu diuisa l'antecedẽte.

Il restante poi dell'alluuione, sopra a detta corda. o. m. b. perche, come si vede è fatta d'una sol ripa & d'una linea retta, che ha in esse tre põti. g. p. c. si diuiderà (per la prima figura & 6) col tirare (per la 2. propo.) a ciascuna di detti punti. g. la perpendicolare. g. h. & al punto. p. (per le medesime) tirare la perpendicolare. p. q. & così nell'altro punto. c. per l'altra perpendicolare. c. f. onde & il di drento, & il di fuor dell'arco. a. l. K. i. m. di detta alluuione sarà giustamente diuisa trà detti fronti de' campi. a. l. & . l. K. & . K. f. & . i. m. che era da farsi.

Annotatione.

Questa diuisione, di questa presente figura, patisce come l'antecedente, tutte quelle difficultà, che iui sono state dette, per le ragioni iui medesimamente addotte; per il che, per non replicare, con tedio, l'istesso, ci rimettiamo al detto in quel luogo, che perche medesimamente hanno luoco contra di tutte le susseguenti figure, di questo libro così proposte da Bartole, come dell'altre aggiũte da noi, per il medesimo rispetto, di non replicare tante volte l'istesso, con tedio, n'è parso non farui altro particolare auertimento; ma solamente, come fin quì hauemo fatto, soggiungere la figura corretta, secondo il nostro modo; Perciochè, chi hauerà letto, & inteso ciò, che noi nel principio di questo dicemmo, sotto la 6. figura, & tuttauia fino à quì siamo venuto annotando minutamente, dubio non è che senza altro più dirgli & di replicare l'istesso, da se medesimo, dalla figura istessa di Bartole, & anco senza della nostra soggiunta a ciascuna d'esso Bartole, comprenderà come male sia stata diuisa l'alluuione da esso Bartole, & come bene si debba diuidere, & da noi sia stata diuisa in dette seguenti figure, che quasi come a fronte poste a paragone, con le di Bartole ad occhio in continente mostrano la verità, che è quella, che intendiamo di manifestare, in questi nostri scritti.

Figura xviij.

Corretta.

Questa figura è differente dalle due antecedenti; perche quelle son meno di mezo circolo; ma questa è di mezo circolo intiero, perche il suo diametro.b.f. passa per il suo centro.a. (per la diffinit. 16.) onde nasce, che alcune delle frõti, de' campi contenute in detta ripa curua, di detta metà intiera, di circolo, non peruengano, alla diuisione dell'alluuione, che sopraauanza il diametro.b.f. del suo mezo circolo, ma se ne restino estinte nel centro.a. Sian dunque le fronti de' campi.b.e.& e.d.&.d.c.&.c.f. nella ripa curua, & di mezo circolo giustamente; adunque (per la prima figura, & 2 propo.) nel punto conterminale. e.tirerassi vna perpẽdicolare e. a. & così anco operesi (p le medesime) nel pũto terminale.d.&.c.che faràsi le perpẽdicolari e.a.& d.a.& c.a.le quali tutte termineranno nel centro. a. & iui conseguentemente le latitudini delle frõti, delli campi, delli quali esse perpendicolari sono, se ne moriranno; Perche il cẽtro è vn pũto (per la diffi. 17.) & il punto è indiuisibile, & priuo d'ogni dimensione (per la diffi.1.) Adunque dell'alluuione sodetta solo hauerãno dette fronti, il contenuto, per li triangoli di ciascuna d'esse fronte, (per le precedente.17.& 16 figure) Ne dello di sopra dal diametro. b. f. (per la. 12. &. 13.figura) niente le toccherà; Adunque sarà dell'altre due fronti del campo da capo.b.e.& da piedi del campo. c. f.le quali perche concorrano nell'istesso centro.a.con le linee del da capo conterminali.e.a.&.b.a.& del da piedi, con le linee.c.a.&.f.a.che è nella corda b f.retta, segue perciò, che (per la 1.figura, per la 2.propo.) sopra a detto punto terminale. a. si tiri vna perpendicolare.a.g.che sarà quella, che egualmente diuiderà il restante, dell'alluuione, trà li campi, & sue fronti.b.e.&.c.f.che era da farsi.

Ma non dimeno, bisogna auertire, non solo per questa presente figura, ma anco per le già tutte dette, & da dirsi dell'alluuioni comprese da linee circolari, che'l fin quì detto, & il da dirsi s'intende, quando l'alluuione della diuisione, della quale si tratta è come noi supponiamo in queste figure, cio è intiera d'alto a basso, & frà, & sopra della ripa circolare come si vede descritto in ciascuna d'esse figure; Che quando l'alluuione nõ fosse come s'è detto, ma di pezzi, come dinotano le linee false curue.h.i. &.K.l. in questa figura, per le quali

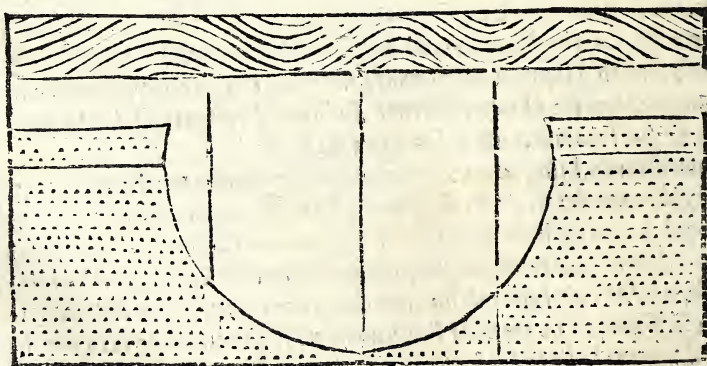
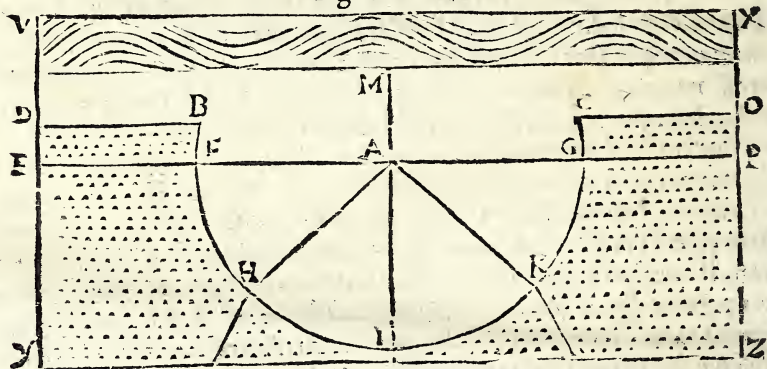
vogliamo

vogliamo intendere, che il fiume a certo tempo a detta ripa curua hauesse dato tanto dell'alluuione quanto importasse la linea curua falsa b.i. & dopò ad vn certo altro tempo, l'altra portione trapresa, dall'altra curua linea falsa. K. *l. non occorreria fare in tal caso tal diuisione, ma saria da diuidersi, come dicemmo di sopra nella figura.* 11. *cio è prima diuider questa portione, & poi l'altra, secondo, che occorrerà, che la ripa sia di linee, ò rette, ò curue, ò angolari & c. sì che si fatta poi applicata alluuione diuenti, & si transformi in campo, ne più si dica alluuione, ma nell'auenire si nomini fronte di campo: & come tale s'habbia nell'alluuioni, che poi sopraueneßero (per la reg.* 10.) *& anco dicemmo in detta figura.* 11. *alla quale ci rimettiamo.*

Annotatione.

Questa figura, come si vede, patisce tutti quei diffetti soggiunti all'antecedente, & molto più euidenti; poi che le fronti de' campi a niun modo arriuano con le loro perpēdicolari, per l'alluuione, al fiume ma sì ristringono, & così ristrette se ne morano nel punto. a. che se sia contro della legge, & della ragione, & del senso. perche è più che euidentissimo, per questo non ne dico altro, ma corregasi come nella nostra si vede esser fatto.

Figura xix.

Corretta.

Questa

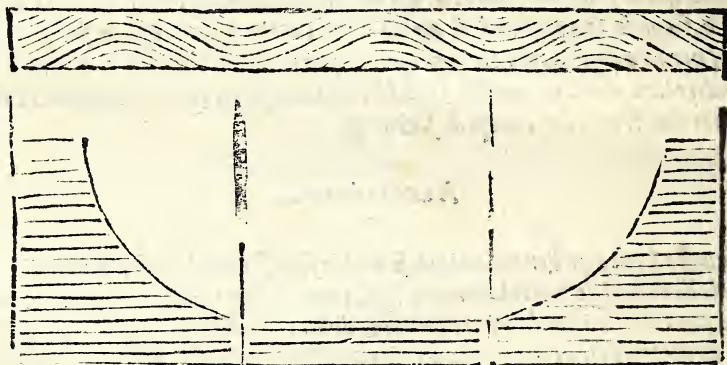
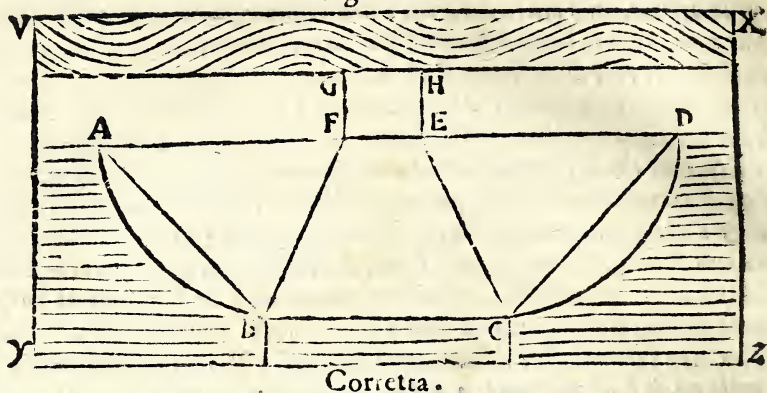
Questa figura è differente dalla precedente, perche è più d'un mezzo circolo (per la diffinit. 20.) ma la diuisione è la medesima, che nelle precedenti; come senza altro più in longo distendersi, in tirare le perpendicolari dalli punti de' confini nelle ripe delle fronti. f. & b. & i. & K. & g. ciascuno, c'hauerà auertito allo gia fin quì detto. da se medesimo potrà facilmẽte sapere La difficultà sola è circa del diuidere l'alluuione, che rimane sopra del diametro. f. g. per rispetto, che le fronti di tutti i campi contenuti sotto detto diametro f. g nel quale terminano, con le lor perpendicolari confinali, nel punto. a. iui finiscono, & s'estinguono, come nelle altre già dette figure; Et non dimeno sopra detto diametro. f g. da capo, sono le fronti del campo b. f. & da piedi le fronti del campo. c. g. tra quali detta alluuione rimanente è da diuidersi. Di che, in questa figura, si dubita; ma si farà a questo modo, cio è prima dubio non è che la lor ripa (che adesso è il diametro sodetto. f. g) è retta, & d'una sol linea, nella quale si da vn punto. a. nel quale egualmente concorrono da capo il campo. b. f con la sua fronte, b. f. & da piedi l'altro campo con la sua fronte. c. g. onde (per la 1. figura, per la 2. propo.) sopra di detto punto. a si dedurrà vna perpendicolare. a. m. & questa sarà la linea diuisoria, dell'alluuione sodetta trà dette due fronti de' campi. b. f. & . c. g.

Annotatione.

In questa figura, se bene, s'auerte, si vede espressamente, che Bartole fece le fronti delli campi le parti laterali d'essi, come a dire nell'homo, che la fronte fusse la parte destra, & la parte sinistra, della testa dall'un tempio d'essa fronte allo di dietro della testa; cosa da se medesima ridicola, non che falsissima; Perciocke si vede, che del cãpo d. f. b e. la frõte, cioè la parte riuolta verso del fiume si ritroua essere. d. b. adunque il lato d'esso campo. e. d. sarà. b. f. Per la latitudine delle fronti, delli campi (per la Regola. 5.) si diuide l'alluuione; ma Bartole la diuise per le parti laterali. b. f. adunque contro della legge. Questo istesso ancora appare esser fatto da Bartole nell'altro campo. c. g. o. p. adunque &c.

Auertasi, che la corretta è defettiua; perciocke manca d'assignare la portione dell'alluuione alle fronti de gl'estremi campi, che si ritrouano da capo & da piedi nelli corni della figura; Mà corregerassi, se sopra il punto. b. della fronte. d. b. si tirerà vna perpendicolare, & il medesimo si farà sopra del punto. c. della fronte. c. g. alla volta del fiume. u. x.

Figura x x.

Corretta.

Questa figura è differēte da tutte le già fin quì descritte, perche è composta di linee rette, & di linee curue, doue le già tutte fin quì dette erano composte solamente, ò di linee al tutto rette, come dalla figura sesta fino alla 13. inclusiue; ò di linee curue, come dalla figura già detta 13. essclusiue fino à questa presente, nella quale ci ritrouiamo che è la vigesima; Onde partecipa & dell'una & dell'altre, & a niuna ad esse al tutto si rassimiglia; Adunque la diuisione, che circa d'essa sarà da farsi perche participerà delle due già dette specie cio è delle linee curue, et di linee rette sarà da esseguirsi cōforme alle Regole, che sono & delle linee rette, & delle linee curue; Et che ciò sia vero, venēdo al fatto dicesi, che questa fibura cōsta di trè linee, due delle quali cio è l'una a.b. per vna parte, da capo & l'altra. c.d. per l'altra parte da piedi sonno curue, & la terza. b. c. tra dette due curue si ritroua esser retta. Veniamo hora alla diuisione dell'alluuione trapresa da dette trè fronti due simili, & la terza differente, & così prima dell'alluuione trapresa dalle fronti simili, cio è curue da capo. a.b. & da piedi c. d. La diuisione di questa alluuione da si fatte linee curue trapresa si farà a questo modo, cio è, che perche la fronte del campo. a.b. si ritroua essere vna sola linea curua d'un sol campo, & traprenda la

parte

parte d'alluuione, che cōprēde p la retta. a. b. tutto qsto di alluuione sarà suo, per le figure precedenti; le quali se bene parlano ne' campi di più persone contenuti sotto vna metà, ò più, ò meno d'un circolo, nō dimeno il medesimo segue, quando tutti detti campi fussero d'vn solo; cio è del contenuto da detto mezo, ò più, ò meno circolo, che saria di quello, che c'hauesse vna simil possessione d'un mezo ò più ò meno d'un circolo; come è chiarissimo, senza più oltre, che si deduca. Il medesimo si dice accadere nell'altra fronte di campo. c. d. d'una sol linea & curua; cio è che tutto il contenuto dell'alluuione drento di detti estremi, d'archi, della circonferentia, ne' punti. d. c. sarà di detta fronte. d. c. & questo per la linea retta. d. c. corda di detto arco. d. c. Resta dunque à diuidersi il restante, di detta alluuione, trà dette fronti di campi. d. c. &. a. b. questa da capo, & quella da piedi; Et perche l'estremo. a. del campo. a. b. verso del fiume risguarda à retta linea l'estremo. d. del campo. c. d. verso del fiume; per questo, & perche più oltre verso il fiume detti campi, in detti punti loro estremi, &. a. &. d. non arriuano, si deue tirare vna retta falsa. a. d. quasi come termine estremo di ciascuno di detti cāpi, che più oltre, con le sue fronti, verso il fiume, non arriuino, & non dimeno diuida l'alluuione verso del fiume sopra detta retta. a. d. da quella, che è di sotto d'essa verso i campi. Onde, perche, le ripe sono di più linee rette, cio è della. a. b. & . b. c. & della. c. d. che causano angoli; & angoli ottusi, ne' pūti. a. & b. &. c. doue concorrano detti trè campi à terminarsi con li lor confini, rispetto alle lor fronti; in sì fatti angoli. b. c sarà dà farsi la diuisione; L'angolo dunq; b. (per la 3. propo.) diuidasi in due parti eguali, per la perpendicolare (per la 2. propo.) b. f. che termine nella retta. a. d. nel punto. f. Così aaco si faccia dell'angolo. c. (per le medesime propo) per la perpendicolare. c. e. terminante in detta retta. a. d. nel punto. e. per il che sarà diuiso giustamente tra detti campi per le lor fronti il contenuto dell'alluuione, sotto alla detta retta falsa. a. d. Di sopra poi, per rispetto, che la ripa tutta da capo à piedi è ridotta à rettitudine; & ad vna sol linea, che in se si ritroua hauere due punti f. &. c. termini cōfinali delli detti campi. a. b. &. b. c. &. c. d. (per la prima figura sesta, per la propo. 2.) se tireranno à detti pūti. f. la perpēdicolare. f. g. & al pūto. e. la perpēdicolare. h. e. per le quali dicesi, che sarà diuisa tutta la presente alluuione; figura l'ultima, che Bartole ne lasciò in questa materia dell'alluuione. Dalla presente figura si raccoglie il modo di ridurre tutte le concauità di qual si sia ripa, & così linee & ripe, carue, in linee rette, et regolari, se bene si sarà auertito. Onde si discioglie anco quella difficultà, che si potria fare, che nelle figure fin quì dette così di linee rette, come di curue & circolari, sempre habbiamo descritte le linee, ò rette, ò curue perfettamente, come quasi tutte le ripe in effetto appresso de' fiumi si ritrouassero fatte à questo, & non in alcun altro modo, che è falsissimo; perche niuna ò rare si ritroueranno, che sieno al tutto rette, ò al tutto curue, senza alcuna irregolarità d'angoli di curuità, così nelle rette, come nelle curue traprese. Dico che questo nō fa in alcun modo con-

tro le cose gia dette, perche come di sopra anco accennammo, si fatte irregolarità di linee hora rette, hora curue, & simili, che vediamo occorrere nelle ripe, ò si ritroueranno dinanzi ad vna istessa fronte, d'un medesimo campo; & in questo caso, perche nõ ci è con chi si debba diuidere il curuo & il retto, senza altro, dall'uno all'altro estremo d'esso cãpo, si può, senza errare in cosa alcuna tirare vna retta; Ma se occorressero simili irregolarità d'incõtro à più fronti di campi; all'hora, & per poca & minima, che se sia si possono redurre a linee rette, come s'è detto di sopra, s'altri v'ha bene auertito, che per non replicare il medesimo, con fastidio, non se ne dice più oltre; poi che è cosa chiarissima à chi si sia che anco mediocremente habbia letto & atteso a quanto fin quì habbiamo detto.

Annotatione.

Se si sarà inteso tutto quello, che noi hauemo detto fino à quì circa del modo di diuidere l'alluuione da esso Bartole, son certo, che da se medesimo ciascuno anco cõprenderà, che quello che noi già adducẽmo in questa figura in scusa di Bartole non può stare in alcun modo; perche è contro il suo proprio modo, che vuole, che sopra delli punti de' confini delli campi si debbano tirare le perpendicolari, & così ancora sopra de gl'angoli, che si causano dalle fronti delli campi in detti angoli; & non dimeno, in questa presente figura, non tira sopra del punto. b. termine del campo. a. b. & . c. b. la perpẽdicolare. b. f. Ne manco sopra dell'angolo. b. causato dalla fronte curua del detto campo. a. b. & dalla fronte retta. c. b. Mà regola la fronte curua del campo. a b. con la retta a. b. & nell'angolo. b. causato dalla detta regolare. a. b. della fronte curua del campo. a. b. & dalla fronte retta. b. c. del campo. c. b. tira la detta perpendicolare. b. f. Così anco fà con li campi da piedi di questa figura; Che in somma non è altro, che farsi le parti à modo suo, cio è accommodarsi le fronti delli campi a suo modo, con regolare le lor fronti; & così causare angoli più & meno ottusi, & retti, & accuti; & così secondo questo compostosi a suo modo, & non come son stati fatti dal corso del fiume, & dalla natura, diuidere l'alluuione; che come appare, sempre verrà diuisa più & meno, secondo, che gl'angoli saranno più & meno acuti, ottusi, ò retti, che è ingiustissimo; adunque corregasi come si vede per la nostra. Il fine dell'annocatione.

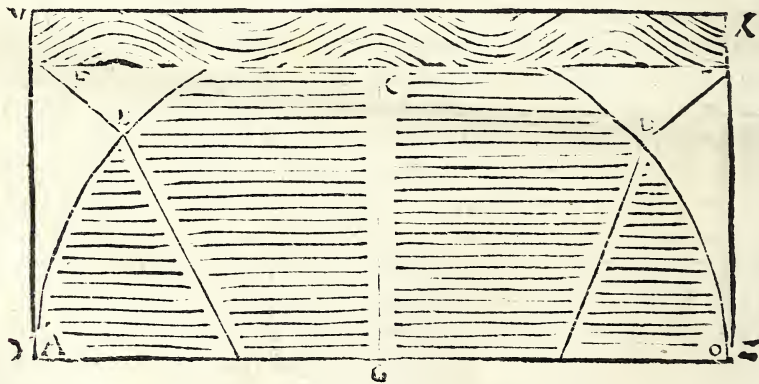
Mà resta vna parte di questo trattato dell'alluuione, che Bartole di sopra nella figura xiiij. promise trattare, & poi come in quel luoco auertimmo, non n'hà fatto vna minima parola; dico delle ripe conuesse, quando occorrono, come si vedono essersi causate dinanzi a qualche alluuione, o per il contrario l'alluuione è causata dinanzi ad vna ripa conuessa. Certo tra me son restato marauigliato, & massime che Bartole medesimo (come hò detto) nel sodetto luogo questa terza parte di questo primo libro, cio è di linee curue espressamente diuise in queste due membri, cio è delle ripe concaue, & delle ripe conuesse, & chiamò la ripa concaua, come continente l'alluuione; & la conuessa come contenuto dell'alluuione, come è la verità

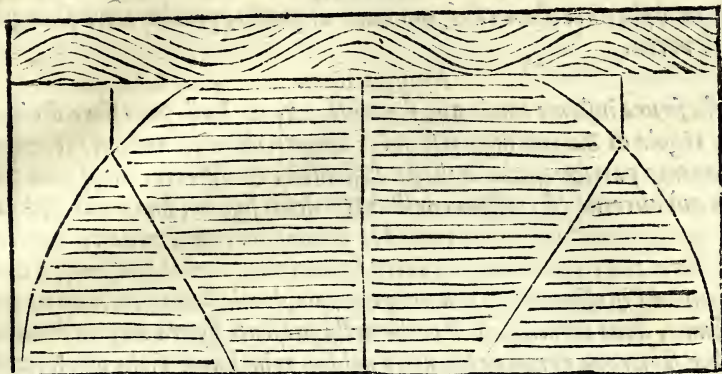
in

in effetto; Ne sò che dirmeui sopra, perche l'affirmare, ò pẽsare, che l'habbia interlassato per non saperlo, saria vna arrogantia; così anco, che se ne fusse scordato; che d'un tanto homo non è pur da pensare; Il dire, che di ciò fù causa, perche non gli paresse necessario, perche non si ritrouassero simili ripe, saria negare il senso istesso, che vede & esperimenta il contrario; Il pensare, che'l testo sia defettiuo, non par si possa affirmare, cõ alcuna probabile ragione, poi che tutti i testi, che hoggi di si vedono, così si ritrouano hauere, come quello che hò io; Ne però Bartole è stato tanto antico, che li suoi libri habbino patito dal tempo tale ingiuria. Sol dunque mi resta dire, che Bartole interlassasse questa parte, come parte, che dall'antecedente delle ripe curue, si potesse sapere, come si douessero diuidere; poi che, se bene auertirete nelle figure sussequenti, che noi habbiamo voluto porre, per più facilità, & compimento di questo trattato, non sono altro, che quasi l'istesse figure precedenti, ma al rouerso, cio è che doue, nelle precedenti il concauo erano le ripe & il conuesso l'alluuione, nelle sussequenti, al contrario, le ripe sono il conuesso, & l'alluuione il concauo. Ma se per questo fusse stato a mio giudicio pare, che esso Bartole ne doueua pure dire vna parola, che non fece in alcun modo; ne però, è tanto l'istesso con le precedenti, che ciascuno l'hauesse saputo intendere, per il già insegnato nelle precedenti; Sia adunque ciò, che si voglia, che manca questo mẽbro, di questa terza parte delle linee curue, rispetto al conuesso, ad esser dimostrato (a mio giudicio) per intiero compimento di tutto questo trattato; Del quale volendo noi dire al meglio, che sapremo, perche il da dirsi da noi intorno a questa materia più facilmente sia inteso, replicherò che'l Concauo, & Cõuesso, sono superficie, ò vero accidenti d'una superficie curua; il concauo è della parte di drento, & il conuesso dalla parte di fuori; come per essempio, in vn melone quella superficie di fuora, della scorza, diremo essere il conuesso, il di drento, leuatene l'anime, che stà come vn. c alla riuersa. ɔ. diciamo essere il cõcauo; ò pure tutta questa parte del cielo, che a noi soprasta, & vediamo soprastarne à modo d'una volta, diciamo concauo, il di sopra verso Iddio, che l'ha sotto (per così dire) a piedi, diciamo conuesso. Questi dunque concauo, & cõuesso, nõ mai si ritrouano disuniti, ò separati l'uno dall'altro; pche doue è l'uno sempre ancora v'è l'altro, & nõ mai senza; Aristotile ne' suoi delle questioni mechanice disse, che'l cõcauo et cõuesso insieme s'haueuano come s'ha insieme il grande, ò maggiore, et il piccolo, ò minore, volse dire, che'l cõcauo, rispetto al cõuesso, è come piccolo ò minore rispetto al maggiore, et grãde; & q̃sto, pche il cõcauo d'una superficie curua cio è il di drento è sempre più piccolo del di fuora; onde q̃sto quãto più s'auicina al cẽtro suo, di che è cõcauo; tãto più s'impiccolisce, & diuien minore; al contrario, il conuesso quanto più si discosta dal centro di che è conuesso tanto più s'ingrandisce, & diuenta maggiore. Se dunque l'uno non è mai senza dell'altro, & vno è come il minore rispetto al maggiore; da questo segue, che quello che è dell'uno sia anco dell'altro, ma in queste diuisioni al contrario modo, cio è che del cõcauo sia il restringersi

& appiccolirsi; & del conuesso lò distendersi & allargarsi, & conseguentemẽte ingrandirsi; Che questo, che s'è detto, interuenga del concauo, si vede in ciascuna delle figure fin quì descritte; perche le linee perpendicolari dalle fronti curue, nelle ripe concaue tirate, per l'alluuione conuessa, tutte si vedono peruenire al centro della concauità della ripa, & conseguentemente contenere mãco spacio, che non conteneuano nelle fronti, donde sono dedutte al centro; Al contrario si vede del conuesso, come vedremo incontinente.

Che perche meglio s'intenda, diuideremo tutto questo membro delle ripe conuesse, in due parti principali; nell'una diremo delle ripe conuesse, che per di sopra d'essa conuessità, hanno più & più campi; & questa hauerà tre figure; La prima d'esse sarà, che la ripa conuessa trapassi con la sua conuessità l'alluione, & arriui al fiume; La seconda di ripa conuessa, che con la sua estremità ò punto termine nel fiume; la terza di ripa conuessa, che non arriui al fiume; Nell'altra parte diremo delle ripe conuesse, che fuor di se, habbino de' cãpi, di linee rette; & questa ancora hauerà tre figure; La prima hauerà de' cãpi fuor di se sopra l'estremità della sua conuessità; La seconda hauerà de' campi da' lati della conuessità; La terza l'hauerà tra mezo. Nell'altra parte seconda & principale diremo delle medesime ripe conuesse, che fuor di se habbino campi, ma non di linee rette, ma curue, & hauerà due figure; l'una di tutte conuesse, l'altra di conuesse & concaue. Ritornando dunque alla prima parte delle ripe conuesse c'hanno sopra à se campi, & alla prima d'esse, che è quãdo, la conuessità della ripa trapassa l'alluione & arriua al fiume, dico esser questa seguente cio è.

Figura xxj.

Corretta.

Corretta.

In questa figura si vedono tutte le sue parti necessarie alla diuisione; il fiume, l'alluuione, & le ripe, con le sue fronti de' campi, Resta di venire alla diuisione; la quale, come habbiamo veduto, hauendo origine dalle ripe, & queste dalle frõti; considerensi dette fronti, in questa ripa, & vedrassi, che cõsta d'una sol linea curua cio è.a.b.c.d.o.nella quale terminano quattro campi, con le lor fronti.a.b.& .b.c. & .c.d. & .d. o. Il diuidere dunque sarà (per essere la linea circolare regolare, come la retta per la diffinit. 5.) come nella retta; cio è in ciascun punto terminale de' campi sodetti nella ripa sodetta come in. b. ò vero in c. ò vero in d. si deuerà tirare (per la 2.propo.) vna perperdicolare, per l'alluuione fino al fiume, la quale terminerà la diuisione da essa perpendicolare fatta nell'alluuione; Mà perche nella figura presente le fronti intermedie de' campi.c.d.& .c.b dinanzi non hanno alluuione, perche conterminano col fiume; de quì auiene, che in di esse punto c. non occorrerà tirare alcuna linea perpendicolare ma ne gl'altri punti.d.& b. Dallo l.d sarà la perpendicolare d e. Dallo .b. sarà la.b. f. per le quali detta.d.b.alluuione, che v'è sarà diuisa egualmente alle fronti di detti campi, che era da farsi Doue (se bene s'è auertito) manifestamente si vede, che questa figura è l'opposito della figura xvj. perche quella, con la concauità sua contiene l'alluuione, ma con li suoi estremi archi si congiunge col fiume, & questa con la sua conuessità fa il medesimo, & con li punti. a. & . o. estremi delle sua conuessità se ne discosta. Apppare anco esser verissimo, & l'altro, che dicemmo differire dalle concaue, cio è, che in queste ripe conuesse, la diuisione si dilata & s'allarga, & fa più grande, come si vede nelle dette perpendicolari.d.e. & .b.f.

Solo m'occorre soggiungere, che se come in questa, così nelle restanti figure, se nel tirare le perpendicolari nõ si volesse seruire del modo dato (per la propo.2.) per spedirsene, più presto, della ripa conuessa ritrouesi il centro, che in questa è il punto g.& da questo centro.g.per il punto conterminale, nella ripa conuessa, tiresi la retta, per l'alluuione al fiume, che sarà perpendicolare, come vedrassi, se ve si porrà cura che sarà più facile, & più spedẽte, se ben,

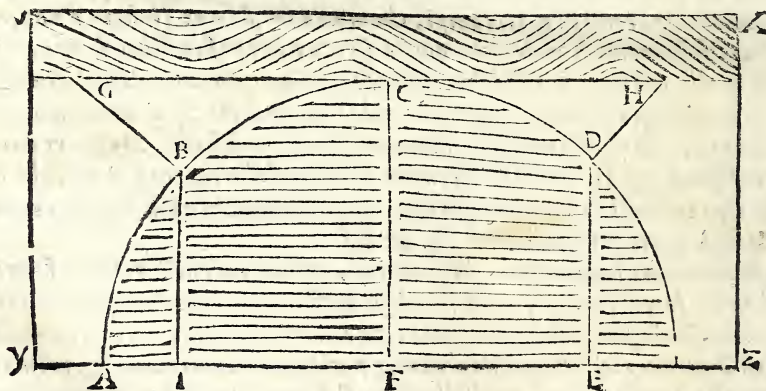
& l'altro

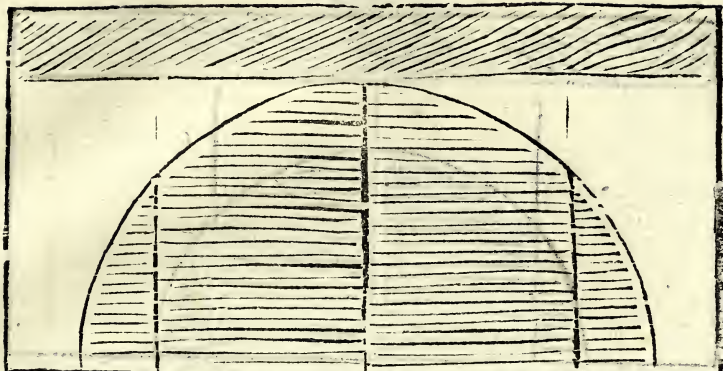
& l'altro ancora, della propo. 2. sia come iui s'è veduto verissimo & giustissimo; ma ne è piaciuto d'auertire qui anco di questo, perche altri se ne possa seruire se vorrà.

Annotatione.

Questa figura insieme con le due seguenti, xxj. & xxij. per essere diuisa secondo la regola di Bartole manifestamēte appare, che ciascuna, per se, & tutte vnitamente patiscono, quelle istesse difficultà, & diffetti, che si sono tante volte fin quì auertiti, à ciascuna dell'antecedenti figure, fino a quì esplicate, & annotate; & quella, che tra tutte è la principale, & si vede visiuamente, che la misura, che è come hauemo detto, le fronti de' campi, non sempre continuatamente è l'istessa in quantità nel principio, donde ha origine, che ha nella fine, al fiume, doue terminano. Perche nella presente figura xxj. la fronte del campo. b. c. si ritroua di minor quantità nel suo principio. b. c. che non si ritroua nel suo fine al fiume nelli punti. f. c. Et dall'altra parte, ancora la fronte del campo. c. d. si ritroua di minor quantità, nel detto suo principio. c. d. che non si ritroua nel suo fine, nel fiume, doue termina nelli punti. c. e.

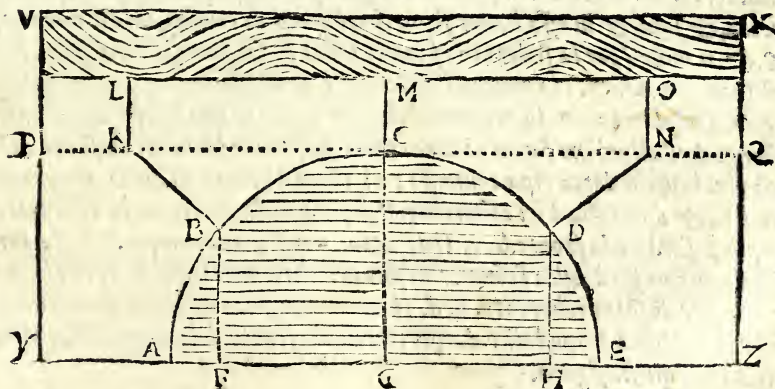
L'istesso succede ancora nella figura. xxij che la fronte del campo. b. c. si ritroua di min or quantità, nel doue ha principio b. c. che non si ritroua doue finisce nel fiume nelli punti. g. c. così ancora la fronte del campo. c. d. si ritroua minore nel suo principio. d. c. & per l'opposito, d'assai maggiore nel doue finisce al fiume ne' punti. c. h. Così anco & l'istesso si vede, nella figura xxiij. Perche la fronte delli campi. b. c. per vna parte & . c. d. per l'altra parte nel doue principiano sonno minori, ma nel fiume questa. b. c. nel. l. m. per. K. c. & quella altra. c. d. nel. m. o. per. c. n. assai maggiore; adunque contra delle regole legali. 5. & . 6. adunque &c. Però si corregono come, à ciascuna d'esse si vede per le nostre proprie soggiunte figure.

Figura xxij.

Corretta.

Corretta.

Questa figura è come la precedente in tutto & per tutto; perche è d'una sol ripa.a.b.c.d.e.& conuessa con li campi di dentro, come l'altra; ma differisce, che la precedente, con la sua conuessità soprauanzaua, l'alluuione, & veneua à terminare nel fiume; & questa con la sua conuessità, termina nel punto estremo suo & del fiume.c. Adunque, come nell'altra, per diuidere l'alluuione dinanzi ad essa ripa conuessa alle fronti de' campi.a.b.& .b. c. & .c. d. per rispetto, che è vna sol linea, & regolare (per la. 5. diffinit. per la 1. figura) nel punto conterminale.b.(per la 2.propo.) tiresi la perpendicolare. b. g. & così nel punto.d.(per le medesime) tiresi l'altra perpendicolare.d.h.& sarà diuisa tutta l'alluuione, dinanci à detta ripa conuessa alle fronti, che in essa de' campi si ritrouano & è all'opposito della figura. xviij.

Annotatione.

Perche questa figura sia mal diuisa s'è detto nell'antecedentedoue vedasi.

Figura xxiij.

Corretta.

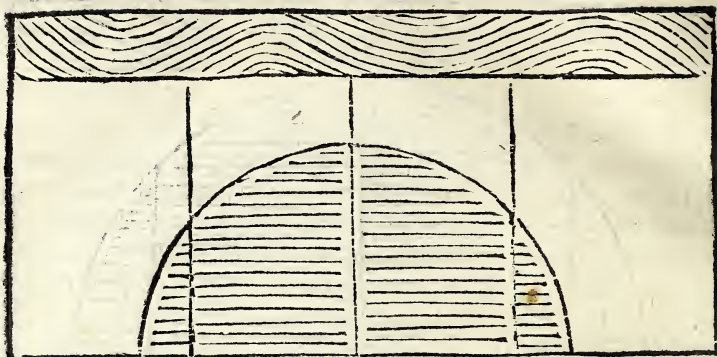
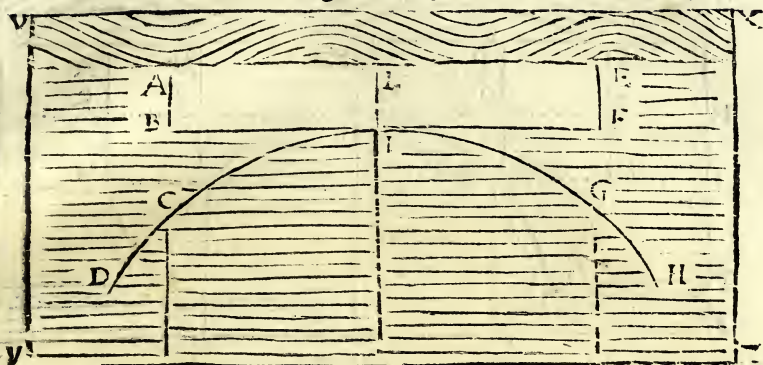
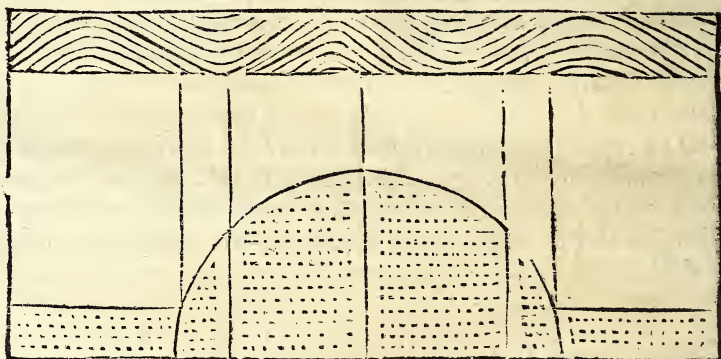
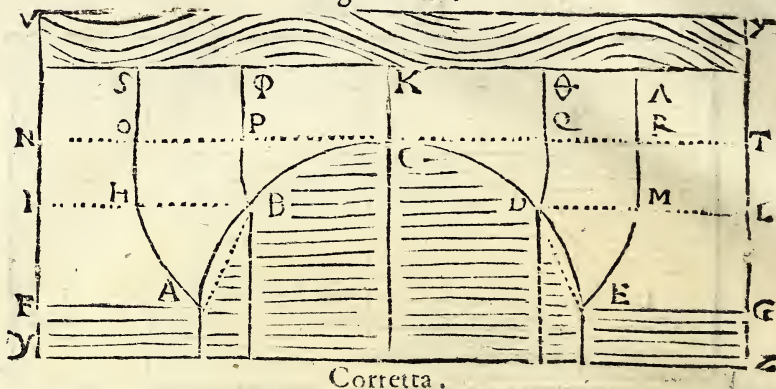
Corretta.

Questa figura è sola differente dalle precedenti, in questo, che non arriua, con il suo conuesso della ripa.a.q.c.d.e.fino al fiume, come l'altre, ma tra se & il fiume auanza, dell'alluuione; nel resto è simile; perche, come l'altre, così questa ha drento a se li campi, delli quali l'una fronte si ritroua essere.a.b.l'altra. b.c.l'altra.c.d.& l'ultima.d. e. La diuisione è simile alla delle gia dette; cio è che da ciascun punto conterminale come.b.si tira la perpendicolare (per la 1. figura & per la 2.propo.) b. K. estremo suo punto. Et dal punto. d. medesimamente conterminale, si tira (per le medesime sodette figure prima, & propo. 2.) la perpendicolare.d.n.estremo suo punto; liquali punti estremi di tutte due le dette perpendicolari, termineranno nella retta linea falsa. p. q. Et questo, perche l'estremo. c. del campo & campi. f. c. &.h.c.in detta falsa retta.p.q. s'estingue per non sporgere più inanzi, verso del fiume, che lo tocca, & conseguentemente, nel di sotto da detta retta falsa.p.q.le lor fronti haueranno, che participare, & non nel di sopra; dico con le gia tirate perpendicolari, cio è che non s'estenderanno, con la medesima rettitudine di sopra da detta retta. p. q. Per il che sarà bisogno il restante dell'alluuione, che soprauanza sopra detta p.q.diuiderla, nel modo detto (per la 1. figura) perche appare esser ripa di linea retta, & sola, & in essa hauer segnati trè punti di confini, cio è il punto. K. &. C.&.n.onde (per la sodetta 1.figura) sopra di ciascuno di detti pũti.K. si tirerà (per la 2.propo.) la perpendicolare.K l.Et dal punto. c. la perpendicolare.e.m.Et dal punto.n. la perpendicolare.n. o. per le quali sarà diuiso tutto il restante dell'alluuione sopra di detta falsa.p.q.tra le fronti di ciascuno delli campi rinchiusi in detta ripa conuessa; Sì che il di sopra di detta perpendicolare.l.K.& dalla sua à lei coherente.K.b.sarà della fronte. a. b. Il di sotto, verso piedi, sarà della fronte.b. c. Il di sotto, verso piedi compreso dalla perpendicolare.c.m.sarà della fronte.c.d. fino all'altra paralella. n. o. con la sua linea, che gl'è di sotto coherente. n. d. Il contenuto sotto di questa paralella.n. o.& della sua linea soppostali.e.d.aperterrà alla fronte del campo.d.e.vltimo per drento di questa figura.

Figura xxiiij.

Segue la seconda parte, della prima principale, delle ripe conuesse, che di sopra dicemmo voler trattare, cio è di quelle ripe conuesse, che non drento a se ma fuor di se hanno contigue altre fronti di campi; delle quali la prima figura è questa; cio è quando le fronti de' campi di fuori a se contigui, le soprastãno, come da capo la fronte.a.b.& da piedi, la fronte.e.f. Nel qual caso, è chiarissimo, che alle fronti.d.e. &.e.i. &.i.g.&.g.h. de' campi suoi contenuti dentro della conuessità.d.c.i.g.h. non apertiene portione alcuna dell'alluuione come espressamente si vede in questa figura, & la causa è perche tutti li detti punti.d.c.i.g.h.non arriuano alla detta alluuione; per il che (per la Regola.3.) non gli peruiene cosa alcuna; Solo può esser dubio del punto. i. ma ne a questo anco si deue cosa alcuna; perche di quà & di la d'esso.i. nõ ci è alcuna alluuione, ne meno di sotto; & di sopra ad esso non v'ha che fare; perche viene escluso dalla retta.b.f che diuide il superiore dall'inferiore, in esso punto.i.il quale non hà alcuna latitudine, ne longitudine, ma è indiuisibile (per la 1. diffinit.) & vna retta, toccando la periferia d'un circolo, in vn sol punto la tocca (per la propo.15.) Adunque detta alluuione, apperterrà alle dette fronti. a. b. da capo &.e.f.da piedi, delli suoi campi, li quali, perche hanno per ripe la retta, & d'una sol linea.b f & in essa.b.f.vn sol comune termine & punto. i. sopra d'esso.i.pũto (per la 1.figura.6.per la propo.2.) si tirerà vna perpendicolare. i n la quale sarà diuisoria di detta alluuione, d'applicarsi alle fronti. a. b. da capo.&.e.f.da piedi de' suoi campi.

Annotatione.

Questa figura xxiiij.è giustamente diuisa; perche è occorso, che le fronti del campo.a.b.i.per l'uno, & per l'altro. i. f. e. sieno a paralello con la fronte del fiume.a.n.e.& le fronti delli campi.d.c.&.c.i.&.i g.&. g. h. non sieno contigue all'alluuione.a.f.&.e.b.& però di detta alluuione non habbino parte, per la regola legale terza.

Figura xxv.

Corretta.

Questa figura è la secõda, delle cõuesse, che ha i cãpi da' lati; et differisce dal la ꝑcedente, perche q̃lla gl'ha nella parte superiore, della cõuessità, sì che quasi le soprastauano; & in questa le sono da' lati nel principio de' corni ò archi del cõuesso di sotto, dell'istessa figura; Perche da capo v'ha il cãpo con la sua fronte. f. a. che col cõuesso termina nel pũto. a. et da piedi v'ha il cãpo con la sua frõte. e. g. che cõfina con la ripa cõuessa nel punto. e. Cercasi per questo, della diuisione da farsi tra dette fronti de' cãpi, & di linee rette, & di linee conuesse, per le sue fronti, delle rette f. a. da capo, & da piedi. e. g. delle conuesse delli cãpi ꝑ la fronte dell'uno. a. b. dell'altro per le fronti. c. d. & finalmẽte dell'ultimo, per le fronti, d. e. La difficultà cõsiste, perche ritrouandosi vna ò due ripe rette, mescolate, cõ la cõuessa, che fanno angolo da capo insieme nel pũto. a. & da piedi nel punto. e. doue, & ne quali angoli a. & . e. (perche iui cõcorrano i confini de' cãpi, & di fronti rette, & di frõti de linee conuesse. come si vede) si deue fare la diuisione; et non diméno la retta alla cõuessa nõ s'ha sì. che senza altro si possa tirare vna perpendicolare, che egualmente diuida l'angolo causato da essa retta, et da essa cõuessa; ꝑche la cõuessa con la sua curuezza nell'alluuione si fà inanzi, & la retta si ritira indietro; onde par per questo, che sia impossibile,

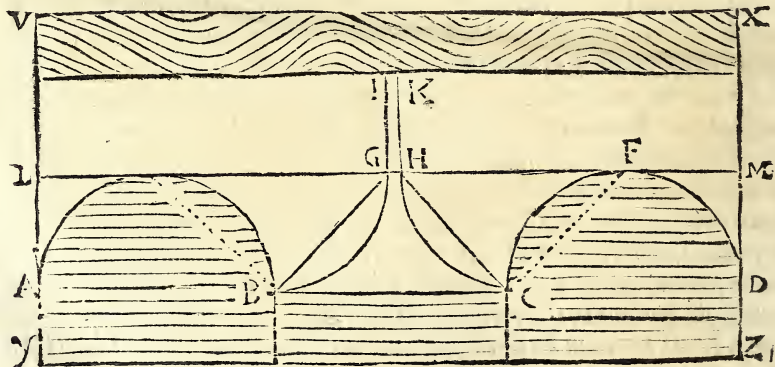
sibile,

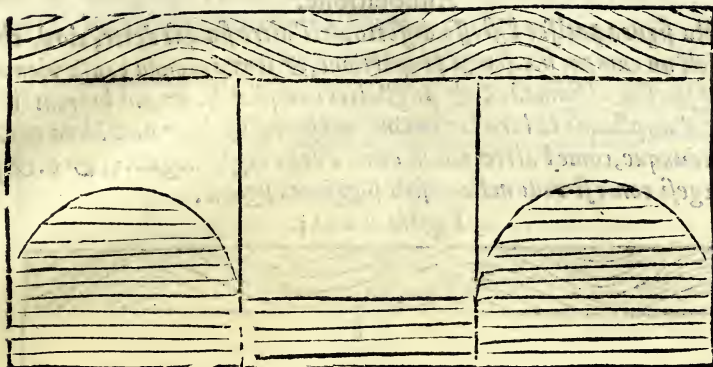
ſibile;non dimeno è faciliſſimo,ſe ne raccordaremo della propo. xiiij. che determina queſto caſo apunto; Et per applicarla, diceſi che (come ſi vede) la linea confinale del campo.a.b.termina nella conueſſità nel punto.b.sì,che più sù nõ ſi diſtẽde, verſo del fiume;adunque ſarà da terminare queſta ſua eſtremità pche ſi conoſca,che non và più inãzi;& faraſſi,col tirare a detto punto.b. (per la 2.propo.) vna paralella falſa,che ſarà.b.i. Il medeſimo ſarà da farſi da piedi nel punto d.(per la medeſima propo.2.) & per l'iſteſſa ragione, & ſarà.d. l.& il medeſimo anco nell'eſtremità del conueſſo nel punto.c.per la medeſima ragione,et per la medeſima 2.propo.& ſarà.n.c.t. Doppò ritorneſi,a diuidere tra detti campi l'alluuione ſodetta;& perche vi ſono de gli angoli, & perche quì confinano li termini delle fronti de' campi, queſti tali angoli biſogna diuidere in due parti eguali;ma perche conſtano d'una curua, & d'una retta linea d.e.(come s'è detto) nõ cadono ſotto vna iſteſſa diuiſione, per queſto, perche la diuiſione dell'angolo ſia giuſta, riducaſi la linea curua ò conueſſa a retta linea,che faraſſi col tirare la retta.a.b.per drento del concauo, & queſta ſia falſa,come ſi vede, dico dal punto.a.al punto.b. (perche queſti pũti ſono gli eſtremi delle loro latitudini,& longitudini) Diuidaſi poi l'angolo. a. cauſato dalla retta.f.a.& dalla retta falſa.a. b. (per la 3. propo.) in due parti eguali, che ſarà per la perpendicolare (per la 2.propo.) a.h.falſa,la quale ſarà eguale, ò nõ eſſendo,facciaſi eguale all'altra retta falſa.a.b.che ſi farà, col mettere l'un piè del ſeſto nel punto.a.& l'altro nell'eſtremità.b.della linea.a.b. & da queſta latitudine delineando vn circolo falſo, interſecherà l'altra retta falſa nel punto h. che ſarà eguale (per la diffinit. 16. del circolo) Ma perche come vedete,in ſi fatta diuiſione del ſodetto angolo.a.ci ſiamo preualuto,per aggiuſtare la diuiſione dell'arco. a. b. come di linea retta, & non dimeno veramente era curua,& così nella perpendicolare.h.a. c'ha diuiſo l'angolo.f.a.b. ſtata è defraudata la a.b.della ſua curuezza & arcuoſità,perche la detta perpendicolare.h a.ſi ritroua eſſer retta,& non curua; Dico, che per reſtituirle detta portione di curuità,& redurre il tutto all'equalità giuſta, biſogna adoperare (come nella ſodetta propo. 14.) cio è pigliare col ſeſto il ſemidiametro della conueſſità. a. b. c.d. e. della quale ſi ritroua eſſere detta portione di circolo.a. b.& con queſta diſtãtia nello.a.eſtremo vno, della linea falſa retta.a.h.deſcriuere vn arco,che adeſſo non noto per manco ingombrare queſta figura,ma ſi vedrà nella ſodetta propo. 14.& così ſi faccia nell'altro eſtremo.h.della medeſima retta.a.h.deſcriuere vn ſimile arco, che ſe interſecheranno inſieme, come in detta propo. 14. Et nel punto dell'interſecamento metteſi l'un piè del ſeſto, con l'iſteſſa apritura, che toccherà detta falſa retta, & nel punto. a. & nel punto.h.tanta portione de circolo,quanta n'era ſtata leuata, per la retta.a.b. nell'arco.a.b. la quale portione di circolo così ſodetta terminerà nel punto. b. & così nella linea falſa. b.i.retta,& d'una ſol linea; Per il che il reſtante dell'alluuione ſopra detta retta.b.i.poi che è retta,& in eſſa è vno aſſignato punto. b. conterminale (per la 1.figura 6.) tireraſſi vna perpendicolare (per la 2.

propo.) fino al fiume.b. a. che terminerà trà detta fronte.f.a. retta, & tra la fronte curua.a.b. sì che'l di sopra di detta perpendicolare. a. b. con la coherẽte.b.a.dell'alluuione sarà della fronte del campo.a.f.& il di sotto, verso piedi, sarà della fronte curua, del campo.a.b. Il medesimo, che s'è operato, in questo angolo.a. opererassi nell'angolo.b. causato dalla retta falsa.i.b.& dalla curua vera.b.c. perciò che è l'istessa operatione; Così anco si deue operare ne gl'altri angoli da piedi causati dalla retta, l'uno.e.g. che è ripa del cãpo.e.g. et della ripa conuessa.e.d. & così nel susseguente angolo. d. causato dalla retta falsa. d.l.& dalla curua.d.c. Per il che sarà diuisa detta alluuione tutta giustamẽte, tra dette fronti de' campi, perche il compreso dalla perpendicolare. p.b. φ. verso da piedi, sarà della fronte.b.c.& il dalla perpendicolare.c. K.della fronte.c.d. Et il dalla perpendicolare. q. d. θ. della fronte.d. e. Et dalla perpendicolare. λ.r.m. & sua susseguente.m e.della fronte diretta. e.g. ultimo campo da piedi di tutta questa figura, come vedete, & che da voi medesimo potrete certificarui, seruando le regole di sopra fin quì dette, & in questa accennate, per non replicare l'istesso senza proposito, & con tedio di chi legge.

Annotatione.

Questa figura è falsissima & contra ogni douere, come da se medesimo appare; Perche alcuna delle fronti de' campi nel lor fine al fiume sono minori di quello, che erano nel lor principio delli campi, delli quali sono fronti; Al contrario alcune altre sono maggiori; come espressamente si vede senza che io altramente & con tedio lo deduca.

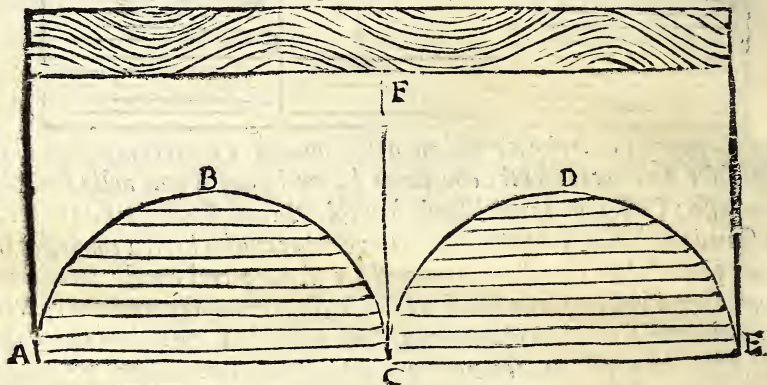
Figura xxvj.

Corretta.

Corretta.

Questa figura è la terza, & vltima delle conuesse, c'ha lì campi fuor di se; & differisce dall'antecedenti, che quelle hanno i campi l'una nella sommità del conuesso; l'altre da' lati nel fondo ò archi del conuesso; et questa tra mezo come si vede, in b.c. di linea & ripa retta; & da capo ha la ripa conuessa.a.e. b. & da piedi l'altra ripa di linea conuessa. c. f. d. & così consta di tre linee, due curue, & d'una retta; La *diuisione è l'istessa, che nella precedente; perche gl'angoli.b & .c. si causano di due linee, l'una retta. b. c. & l'altre curue cio è e.b. & .c f. & in questi concorrano i punti conterminali de' campi, & della ripa retta.b.c & delli campi delle curue.e.b. & .c.f. onde, perche non è possibile l'angolo.b. & .c. così posto, diuiderlo egualmente, bisogna il lato della linea curua.e.b. ridurlo a linea retta, che si fa col tirare vna falsa dal punto. b. doue fa con la retta.b c angolo all'estremo suo. e. doue termina con la sua fronte, che più oltre, verso dell'alluuione, & il fiume, non s'estende, che sarà.b.e.* Et *ciò fatto, (per la 3. propo.) diuidesi questo angolo. b. in due parti eguali, con vna falsa.b.g & perche questa è retta, & non dimeno è diuisoria tra la retta.e g. l'un lato dell'angolo b. & tra la curua. e. b. lato del medesimo angolo.b. che pche non amettono tra loro simile diuisione, per questo alla curua.e.b. bisogna, in questa linea diuisoria perpendicolare falsa.b.g. restituirle il suo toltogli arco.e.b. che come si faccia, s'ha per la sodetta propo. 14. & nella antecedente ancora la referimmo, oue vedasi, per il che la vera linea diuisoria curua sarà la.b.g. terminante in g. nella retta falsa.l.m. terminante l'estremità delle fronti dello sporgersi inanzi delli campi, di ripe curue.a.e.b. per il punto. e. da capo. & da piedi dello.e.f.d. per il punto. f.* Il *medesimo si deue fare per le istesse ragioni di sopra nell'altro angolo.c. per la curua.h.c. terminante nella retta.l. m. nel punto.h.* Il *restante dell'alluuione sopra à detta retta.l.m. perche è d'una sol linea, & in essa ha due punti g. & .h. segnati termini delle fronti de' campi.a.e.b. & .b.c. & .c.f.d. (per la 1. figura) si tirerà, per ciascun d'essi punti.g. & h (per la 2. propo.) la perpendicolare.i.g. & .K.h. per le quali sarà diuisa tutta l'alluuione sodetta, che era da farsi.*

Anno-

Annotatione.

Questa figura patisce l'istesso diffetto, dell'altre fin quì dette; cio è, che la fronte dell'un campo. b.c. senza proportione, & senza alcuna causa vien diminuita nel suo fine al fiume. i. K. & de gl'altri campi. a. b. & .c.d le fronti istesse a.b. & .c.d. duplicano la loro latitudine, nel fiume. l. g i. & dall'altra parte in K. h. m. adunque, come l'altre, diuisa contra delle regole legali. 5. & 6. & perciò corregesi come si vede nella nostra soggiunta figura.

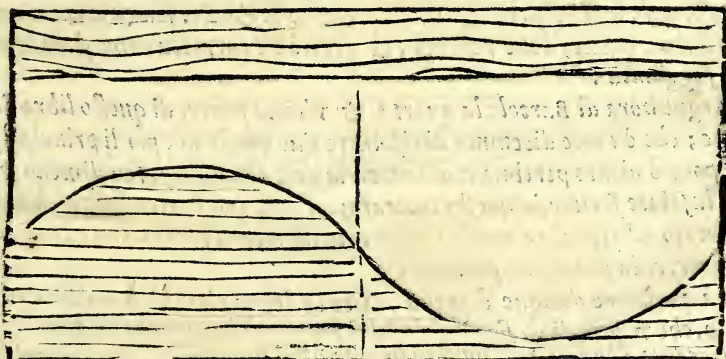
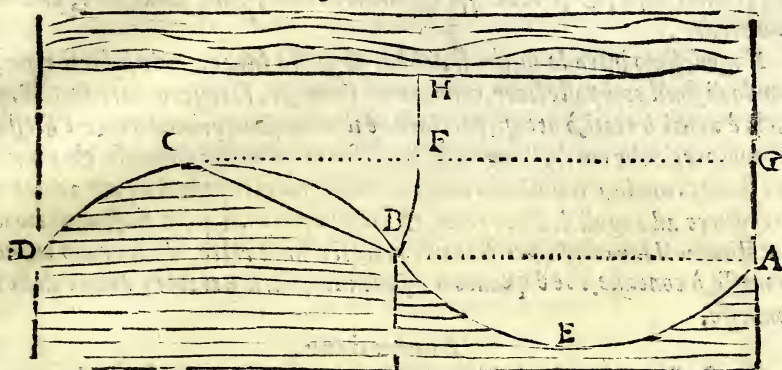
Figura xxviij.

Segue hora la seconda parte principale di questo membro, delle ripe conuesse; cio è delle conuesse disgiunte & concorrenti alla diuisione dell'alluione; & questa è la prima, che, come si vede, nō ha campi, ne di drento, ne di fuori, di linee rette, ma solamente sono due campi di fronti conuesse da capo. a. b. c. & da piedi. c d. e. che causano vno angolo nel punto. c. & è facile la diuisione; perciochè le ripe non sono di linee dissimili, come nell'antecedenti, ma tutte simili; cio è di linee curue, per il che tra di loro non può cadere alcuna difficultà, di diseguaglianza, se l'angolo causato da esse sarà diuiso, per vna perpendicolare. (Per la 2. propo.) dunque, & 3. tiresi vna perpendicolare, & diuidasi l'angolo. b. c. d. in due parti eguali; Dicesi, che la perpendicolare. c. f. sarà la linea diuisoria, tra dette fronti di campi nella sodetta alluuione, come, & non altramente, che dicemmo nella 16. figura, cō la quale conuiene anco questa, per essere & anco lei di linee regolari, come le rette (per la diffinit. 5.)

Il medesimo si potria operare quando l'una & l'altra ripa fusse concaua, & si tocchassero, come questa, in vn punto, con li loro archi estremi, perciochè, come questa si potria diuidere, all'istesso modo, che credo interlassasse Bartole nelle delle concaue, per la sua facilità come vedete.

Annotatione.

Questa figura è giustamente diuisa, per essere occorso, che la fronte del fiume sia rettificata, & così anco sieno rette le fronti de' campi, almeno, nel punto conterminante li campi, con le lor fronti di. a. b. c. & dall'altra parte del campo. c. d. e. onde non occorre farui altro auertimento ne diuersità di figure,

gure; come che inſieme conueniamo per l'iſteſſa ragione, la quale nel di Bartole *è occorſa a caſo, nella noſtra per elettione.*

Figura xxviij.

Queſta figura è la ſeconda, & vltima di queſta parte; & è differente da tutte l'altre, fin quì dette; percioche è compoſta di ripe curue, & de ripe concaui, le quali paſſioni de ripe trà ſe, come di ſopra habbiamo detto, ſono oppoſite; perche l'una cio è la concaua ſi reſtringe, & l'altra cio è conueſſa ſi dilata, & allarga. Non dimeno a me pare, per le coſe antedette, che ſi poſſa diuidere, & giuſtamente in queſto modo, cio è, che tutto il contenuto dell'alluuione drento della ripa curua. a. b. e. ſia d'eſſa, & q̃ſto ſarà tutto q̃llo, che di detta alluuione traprenderà p la corda falſa linea. a. b. pcioche queſto nõ è dubio che (per la propo. 13.) è più propinquo all'arco cõcauo. a. e. b. che a niuna altra parte; Il reſtãte poi dell'alluuione ſopra di detta retta, falſa corda. a. b. reſta da diuiderſi, & queſto tra la retta, che adeſſo per eſſere fatta ripa del campo. a. e. b. non è più alluuione. Adunque (per la regola. 5.) perche la falſa retta. a. b. & la curua. b. c. inſieme cauſano vno angolo nel punto. b. detto angolo b. (per la terza propo.) ſarà da diuiderſi egualmento; ma perche (come ſi vede) ſi ritroua detto angolo. b. eſſere cauſato dalla retta. a. b. & dalla curua.

c. b. per

c.b. per diuiderlo giuſtamente, ſarà d'operare, come s'è detto longamente nella figura. 26. & 25. (p la propo. 14.) che per eſſer chiaro, ne eſſer tedioſo, & longo; ſe interlaſſa, & ſi vede eſpreſſamente nella figura medeſima, che non ſi può errare.

Il medeſimo intendo io, che ſi debba, & poſſa fare quando ſi fatte ripe, coſtando di ſimil compoſte linee, concaue & conueſſe, faceſſero altre ſorti d'angoli; cio è acuti, ò retti, ò ottuſi; perciochè è il medeſimo procedere, & l'iſteſſa diuiſione; perciochè tutti gl'angoli di linee ſimili curue, & conueſſe, & concaue, co'l ſodetto modo, c'habbiamo moſtrato nelle ſodette figure. 25. & 26. ſi poſſano redurre ad angoli di linee rette, & (per la propo. 14.) a ciaſcuno lato d'eſſi reſtituire il leuatogli, per hauerli ridotti a linee rette, doue erano curue, ò conueſſe, ò concaue, che è quanto n'è ſuuenuto, oltra Bartole, di dire delle ripe conueſſe.

Annotatione.

Queſta figura perche euidentemente, ha gl'iſteſſi diffetti, che hauemo veduto hauere la figura. 26. & 25. & 23. & 22. & 21. ſenza dirne altro, ci rimettemo a quelle, doue vedraſſi, & perciò s'è corretta come ſi vede nella noſtra ſoggiunta.

Segue hora di Bartole la quarta, & vltima parte, di queſto libro dell'alluuione; che è come dicemmo, di riſoluere due queſtioni, per li principij ſodetti; ma poco ò niente pertinenti ala materia dell'alluuione; Non dimeno, pche egli l'ha laſciate ſcritte, in queſto trattato; inſieme con l'altre figure, che noi hauemo preſo ad eſplicare non le laſciaremo indietro; perche ciaſcuno habbia, ſe gl'occorre, da poterſene preualere.

La queſtione dunque è queſta. Dice la legge che chi dannificherà altri in tanto, che vaglia dieci fiorini d'oro, ſia punito di pena della morte.

Occorre, che vno tale intrato in caſa d'un ſuo nemico, non potendolo hauere in perſona gli fracaſſò vna botte de vino; Per il che la botte ſi guaſtò, & il vino ſi ſparſe; dubitauaſi ſe queſto tale delinquente doueſſe eſſere punito di pena della morte, ò d'altra pena; & la reſolutione depende dal ſapere, quanto vino era in quella botte; perciochè ſi ſapeua il valor del vino, ma non ſi ſapeua quanto ve ne foſſe in quella botte; ne pareua ſi poteſſe ſapere; perche il vino era ſparſo, & la botte fraccaſſata, che raccomodare nō ſi poteua; Bartole per queſta n'inſegna due modi, per mezo delli quali poſſiamo venire in cognitione di quanto teneua quella botte, & conſeguentemente ſe'l vino, ch'era drẽto ad eſſa botte era tanto, che aſcendeſſe al valore delli ſodetti dieci fiorini d'oro, per cauſa di che la legge diſponeua che chi dannificaſſe altrui in dieci fiorini d'oro, fuſſe caſtigato di pena della morte. Dice dunque.

21 Figura xxix.

Da vn ſegmento d'un circolo poterſi delineare il reſtante del ſuo circolo. Di queſta propoſitione è ſtato detto larghiſſimamente da noi nella propoſitione 12. & però quì non occorre dirne altro, che applicarla al propoſito d'eſſo

Bartole, & dedurlo; Dicesi dunque, dubio non è ch'una doga è vna portione della botte, della quale è doga; & la botte è tonda; adunque hauutoche d'una botte si sarà vna doga, si sarà hauuto vna portione & segmento della sua circonferentia; Operesi dunque come per la sodetta propo. 12. & haueraßi l'intento. Non dimeno, per seguire Bartole in questo, noi insieme, con lui anco l'esporremo. Pigliesi questa doga (la quale, come ciascun sa) & della parte d'essa verso doue tocca il vino & dalla parte di fuori doue è circondata da' cerchijha curuità, la per di drento dicesi concauità; la per di fuora dicesi curuità;

Là concauità di drento; per adesso sia representata per. a. b. la curuità di fuori sia rapresentata per. c. d. Delineesi in terra, ò in altra materia, questa sua conuessità. c. d. & concauo. a. b. & da questi punti tiresi (per la sodetta 12. propo.) le linee. c. e. & . d. e. Dubio non è che non essendo pararelli ma concorrenti (per la diffinit 6.) concorrano in qualche punto che sarà. e. Doue s'intersecheranno & quì sarà il centro. e. & di detta portione & doga di botte. c. d. & . a. b. & conseguentemente della circonferentia, della sua botte gia disfatta; la quale hauuta che si sarà, da ciascun mediocre misuratore si può sapere quello, che teneua, & così se drento v'era tanta quantità di vino, sparso, da questo Delinquente, che ascendesse al contenuto della legge, cio è a dieci fiorini d'oro; per il che detta legge voleua fusse esso Delinquente decapitato &c.

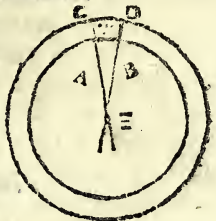



Figura xxx.

In q̃sta figura Bartole insegna il medesimo, che ha insegnato, p la precedẽte, (quì replicata) ma in vn'altro modo, & più breuemẽte; la doga è grossa, come ciascun sà, & in oltre ha quattro faccie cõtenute da quattro linee, due curue, l'una delle quali è di drento cõcaua a. b. l'altra di fuori cõuessa. c. d. & due rette da lati, con li quali essa doga si congiunge con l'altra doga; le quali due rette, in questa figura, s'intendino, per la. a. c. & per la. b. d. Queste quattro dimensioni, di questa doga, descriuansi in terra, ò in tauola, ò in altra materia, che si sia, & dal lato. a. c. p diritto, delineesi in infinito, vna retta, per di drento del concauo della doga. a. & dopò, delineesi vn'altra simile retta, in infinito, al medesimo modo, dall'altro lato. b. d. le quali, dubio non è perche sonno concorrẽti che (per la diffinit. 6.) cõcorrerãno in qualche punto, & sia. e. Dicesi, che questo punto. e. sarà il centro della quale era la sodetta doga, dalla quale habbiamo fatto la sodetta operatione; ciò hauuto (come s'è detto) a ciascun misuratore è facile di sapere la quantità di vino, che detta botte teneua &c. Per il che se da questa centro. e. descriueraßi vn circolo; Se dal concauo. a. b. haueraßi il di drento della botte; Se dal conuesso. c. d. il di fuori della botte, & la grossezza della doga. & doghe. c. a. & . d. b. & così &c.

Ma nasce vna difficultà; perciochè, con questa misura s'ha solamente la circonferentia della botte, nelle fronti dinanzi, & anco di dietro, ma non gia nel

di mezo d'essa botte; & non dimeno, comunemente, nel mezo sono le botti più, di circonferentia, che non sono nelle fronti, & dinanzi & di dietro; adunque non si può sapere con la semplice sodetta misura, la capacità di tal botte; adũque &c. Si potria dire per risposta, che questo si può sapere da gli Esperti, che sanno quanto vna botte di tal larghezza in fronte possa crescere nel mezzo, ò pure segare detta doga, che di gia habbiamo, nel mezo, & di questa parte ancora, come ne' capi d'essa, pigliarsi la conuessita, & curuita, & grossezza, & con questo, come nell'altro, operare, che è impossibile d'errare, che intieramente non s'habbia la vera circonferentia, anco della botte medesima nel mezo d' essa.

Per il che a laude d' Iddio sia imposto fine a questo presente libro primo, della Tiberiade di Bartole, che tratta dell' Alluuione.

LIBRO

LIBRO SECONDO DELL'ISOLA.

SEGVE hora il secondo libro della Tiberiade di Bartole, che è in particulare dell'Isola, la quale non è altro, (al nostro proposito) ch'una superficie di terra dalle bande bagnata dal corrente de' fiumi ò dall'acque del Mare; Adunque è di due sorti, l'una del mare, della quale ne questo libro ne noi habbiamo da trattare; & l'altra, della quale, & questo libro, & noi con lui habbiamo da trattare, è de fiumi; cio è, che si uede in mezo dell'acque de' fiumi. Circa di che, prima, che andiamo più oltre è d'auertire, che à noi, che trattiamo del modo di diuidere vna Isola nata ne' fiumi, non occorre (come anco nel principio di queste nostre espositioni accennammo) ad intrare più inanzi à considerare di detta Isola come, quando, doue, & in che modo si faccia, & sia, & in quai fiumi &c. Perciochè noi supponiamo l'Isola da diuidersi; Onde s'è Isola subito subintra il nostro trattato; se non è Isola, perche ancora si disputa se sia ò nò, il nostro trattato stassi; perche, in questo non hà, che partire, non essendo ancora l'Isola, che è il proprio soggetto, sopra del quale egli s'adopera. Hò voluto dir questo, perche non aspettasse, chi legge questi nostri scritti dispute, & questioni, che Bartole inserisce quì, & altroue, & con esso altri Dottori; Perche, l'intentione nostra, in queste espositioni è solo dechiarare le figure di Bartole, che ha lasciate scritte, intorno a questa materia, per diuidere l'Isola, tra chi vi pretende portione, conforme & al douere, & al giusto; Per il che sopponiamo essere l'Isola et questa sopposta, in questo secondo libro s'insegna il modo, da diuidersi egualmente.

Questo libro, dunque, 2. si diuide in quattro parti principali. Nella prima si tratta dell'Isole comprese da ripe rette; & contiene trè figure, dalla 23 fino alla 26. Nella seconda, si tratta dell'Isole tra ripe circolari, ò curue, che contiene sei figure, dalla 26. fino alla. 35 Nella terza si tratta d'Isole traprese da ripe angolari, & contiene due figure, dalla. 35 fino alla. 36. Nella quarta, & vltima si tratta, & si risoluono tre questioni, dalla. 36. fino all'ultima figura, che è la. 39. di tutte, che Bartole scrisse in questi libri della Tiberiade.

Mà prima, che passiamo più inanzi, poi che hora hauemo fatto mentione del numero di queste figure, n'occorre, & necessariamente, d'auertire, che esso Bartole (come appare per la figura. 34. & 36. & 38.) non continuò queste figure dell'Isola alle già dette, nel primo libro dell'alluuione, come hoggi vedia

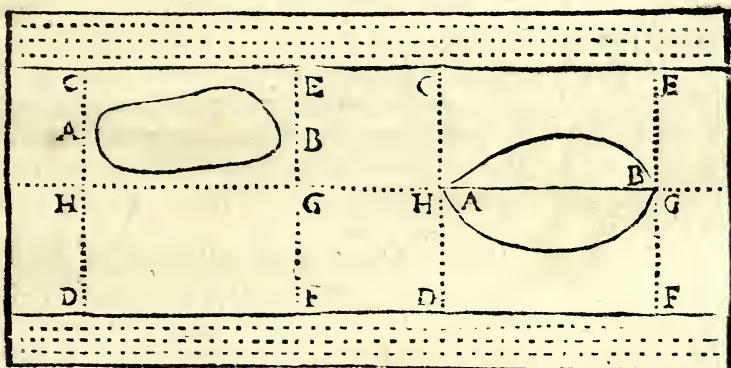
mo comunemente, per tutti li testi di Bartole; ma come diuise i libri l'uno dell'alluuione, dall'dell'Isola, così anco diuise le figure, & per questo, se ben la prima figura di questo secondo libro dell'Isola sia notata sotto il numero. 23. & l'altre sussegguenti sotto il numero a questo immediate sussegguente fino all'ultima, che è la. 36. come habbiamo detto, non dimeno, secondo l'ordine di esso Bartole, la. 23. figura in ordine, deue essere la prima di questo. 2. libro dell'Isola; & così sussegguentemente l'altre tutte, che seguono; Et che ciò sia vero, si proua dalle parole d'esso Bartole di sotto in questo libro, perche nella figura. 34. allega la figura 6. di questo libro secondo, che, secondo l'ordine cõmune è la 28. Et allega anco la figura. 8. che è la. 30. Et nella figura. 38. espressamente allega la 2. di questo istesso libro, che secondo l'ordine cõmune è la. 24. & finalmente, nella figura. 36. allega la 1. di questo secondo libro, che è altramente la. 23. in ordine; Perciothe veramente tali allegate d'esso Bartole, per 1 & 2. & 6. & 8. sono 1. 2. 6. & 8. rispetto a questo libro, & non all'altro primo libro, onde noi corregendo questo errore, & seguendo l'ordine di Bartole, ne per questo interlassando l'ordine, che comunemente s'ha, per non generare confusione, & che ciascuno segua il suo ordine, nelle figure istesse, annotaremo tutti gl'ordini, in questo modo, cio è il numero dinanzi, a ciascuna figura sarà l'ordine di Bartole; il di sotto di detto numero cio è xxiij. sarà il comune; il sussegguente le dette figure, il nostro, cio è delle figure nostre ancora aggiunte.

Questo trattato dell'Isola è differente dal precedente dell'alluuione, in due cose, Prima rispetto alle ripe; perche l'Isola ha le ripe di qua & di la, d'essa Isola, intermediando il fiume, nel mezo del quale essa Isola si ritroua; l'alluuione poi ha solo la ripa da vna parte di se, & dall'altra solo ha il fiume. Secõdo è differẽte nel modo di diuidersi trà le ripe, che di quà & di la intermediãdo il fiume la risguardano; perche l'alluuione si diuide p la prossimità, & cõtiguità delle fronti de' campi, che le contiguano, & le adherisc ono; l'Isola poi si diuide per la propinquità delle fronti de' campi, che più se le auicinano, & per vn punto anco, non che parte, ò per tutto delle fronti, se ben detta Isola in alcun modo nõ toccano; Perche (come è detto) basta, che le sieno più propinque, & anco per vn punto; Nel resto conuengono in tutto & per tutto, cio è che si diuida tra li campi, per la loro latitudine, che si ritrouano hauere nelle ripe, come & non altramente, che nell'alluuione, che quì s'intenda in tutto & per tutto repetito, senza più dir altro. Proprie non dimeno sono queste infrascritte regole, prescritte dalle leggi, la doue riferimmo sopra dell'introduttioni al cap. 4. delle Regole legali doue vedansi.

1 *L'Isola è tutto quello di terra, ch'è circondata dall'acque del fiume,*
2 *Che à poco à poco l'ha interlassata di bagnare.*
3 *L'Isola nata in mezo al fiume,*
4 *E commune de' campi, che dall'una, & dall'altra parte del fiume.*
5 *Le sonno nelle ripe più appresso.*
6 *Et questa comunanza s'intende essere*

Per

7 *Per la latitudine delle fronti, di essi campi,*
8 *C'hanno nelle ripe.*
9 *Se dunque sarà più vicina essa Isola, ò tutta, ò parte ad vna, che ad all'al tra ripa; tutta ò parte sarà della, che l'è più vicina, & niente dell'altra.*
10 *L'Isola nata prima rispetto alle, che nascono, sortisce la natura medesima delli cãpi. Nel resto in che conuiene questo dell'Isola, cõ le dell'alluuione, per che diffusamẽte hauemo detto nel. 1. quì per nõ replicare, cõ tedio il medesimo, lò interlassaremo; Solo è d'auertire, che doue nelle figure dell'alluuione i campi & le ripe, & il fiume erano solo da vna parte, in queste dell'Isola saranno da due parti, cio è di sopra & di sotto. Non è anco da pretermettere, che nel dilineare il fiume, non ci preuarremo delle linee tortuose, come hauemo fatto fin quì nelli d'alluuione ma lasseremo la carta bianca, per doue vorremo s'intenda essere il fiume, col suo corso; & questo, perche in esso hauendosi da descriuere, & linee vere, & false, & punti, & lettere, si conoschino; che non saria seguito se quì ancora come per l'adietro hauemo fatto, l'hauessimo significato per linee curue, & tortuose da capo, & piedi.*

23. Figura xxxj.

Questa è la prima figura di questo secondo libro, & trattato dell'Isola, & della sua prima parte; cio è quando le ripe sono rette, & paralelle, (per la diffinit. 6.) & ha due Isole vna da capo. a. b. di sopra & l'altra da piedi nel mezo del fiume. a. g. per il che la Isola da capo. a. b. sarà (per la regola 9. di q̃sto secondo) tutta della fronte del campo superiore. c. e. & niente della fronte del campo inferiore. d. f. come, che questo le sia più lontano, & quell'altro. c. e. le sia più vicino, & prossimo, secondo che si diuide l'Isola (per la Reg. 3. & detta regola 7. di questo secondo.) Ma la difficultà stà nel modo di sapere il mezo del fiume, & conseguentemente s'in questo mezo, ò più oltre, ò più di qua si ritroui l'Isola da diuidersi. Per questo dunque si da questo modo; cio è pigliensi due corde non molto ne sottili ne grosse, ma salde; ò pure pigliesi, che se sia altro, che si voglia; & l'una & l'altra di queste corde tiresi dall'una & all'altra

ripa

ripa, del fiume di qua & di la; & notesi quanto di dette corde sia andato a pigliare la larghezza di detto fiume, che per essempio, sia cinquanta braccia; & radoppiensi dette corde, si che i lor capi ciascuni di ciascuna si cōgiunghino, & notesi il mezo, che sarà 25. braccia, nel qual mezo facciasi vn nodo, onde per questo chiaramente saprassi qual sia la metà della larghezza del fiume, in quel punto, doue caderanno detti nodi. Di nuouo l'una di queste corde così notate con li sodetti due nodi, nel mezo, tiresi del da capo dell'Isola. a. si che tocchi l'Isola in detto punto. a. & fermesi così dall'una come dall'altra ripa, in terra con chiodi, ò piri, ò altro di legno, come occorrerà, che causerà come in questa figura la linea nulla. c. a. d. Il medesimo facciasi ancora dell'altra corda applicata alla fine dell'Isola medesima. a b. nel pūto b. & come l'altra fermesi in ciascuna delle ripe di qua, & di la del fiume, come in questa figura si rapresenta per la retta nulla. e. b. f. Et questo fatto notesi doue nel mezo del fiume cadano detti nodi fatti in dette due corde, da capo c. a d. dell'Isola a. b. & l'altra nella fine. e. b. f che la da capo vederassi cadere nel punto. h. & la da piedi nel punto. g. et da questi punti. h. g delle dette corde, tiresi vna retta nulla. h. g. che si potrà fare con vna cordicella, ò filo che rapresenterà perfettamē te il mezo di esso fiume, per da capo a piedi del suo corrente. Se dunque l'Isola caderà ò di quà, ò di la di detta linea. h. g. sarà di quella ripa, alla quale sarà più prossima; Se caderà in detta linea sarà comune delle ripe di qua & di la da detta Isola (per la reg 3. & 7. di questo) onde perche nella presente figura l'Isola da capo è esclusa da detta linea nulla. h. g. mezo del fiume, & tralassata dalla parte di sopra, per questo sarà della frōte del campo di sopra. c. e. perche gl'è più vicino dell'altro di sotto d f. che gl'è più discosto, per essere di qua di sotto di detta linea. h. g. mezo del fiume, per le sodette gia allegate Regole. 3. & 7.

Il simile opererassi, nell'altra Isola, da piedi, nella quale, perche ritroueransi li detti due nodi. h. g. cadere nel mezzo del fiume, & dell'Isola, ne' punti. a. da capo dell'Isola, nella corda nulla. c. d. & nel punto. b. da piedi della corda nulla. b. e. f. g. si che la linea retta. h. a. b. g. tirata da questi due nodi. h. g. delle corde & pūti dell'Isola. ij. a b. diuide egualmente per mezzo detta Isola; per questo auiene, che ciascuno, che hauerà i campi più vicini a detta Isola posta nel mezo, per egual portione, n'hauerà la lor parte per la Reg. 2.

Mà bisogna auertire, che quando (come in questo caso) interuiene, che le ripe sieno paralelle; all'hora le corde sodette sono da tirarsi & al capo & alla fine dell'Isola, ad angoli retti, con le ripe; che si fà per mezzo d'una squadra se l'un lato d'essa accomoderassi alla ripa, & l'altro latoccomoderassi alla corda, sì che l'angolo della squadra cada giustamēte nell'angolo che si causa nella ripa; perche con vn lato farà la ripa, & cō l'altro farà la corda, se ben, senza tanta manifattura, il medesimo si possa conseguire, se le corde saranno, come diciamo voler essere, paralelle, che si conoscerà, se dall'una et l'altra parte dal fiume,

fiume, nelle ripe di ciascuna parte s'auertirà, che dette corde tanto sieno lontane l'una dall'altra quanto è nell'altra ripa, che s'hauerà per mezzo d'una corda, senza alcun dubio & certissimamente.

Circa di questa figura Bartole, per dimostrare, che detti nodi fatti (come s'è detto) nelle due corde, sieno nel mezo; vuole, che quando è distesa ciascuna di dette corde, per il trauerso del fiume, dall'una & dall'altra ripa si faccia con ciascuna d'esse vn circolo, del quale il centro sia il punto. h. da capo di detta Isola prima, & il pũto. g. da piedi della medesima Isola; Et così ancora; nell'altra Isola seconda, ne' medesimi punti. h. &. g. perche dice che da questo consterà euidentemente, che l'una estremità di ciascuna di dette corde dall'una delle parti giustamente aggiungerà all'altra parte, della ripa (per la diffinit. del circolo. 16.) che non seguiria, se'l nodo sodetto non fusse nel mezo, adunque &c. che in se è verissimo; ma non credo io che Bartole volesse intendere, che tal circolatione si facesse nell'acqua del fiume; perche già da ciascuno si sà, che questo non si può fare; ma credo io volesse dire, che si pigliasse l'un capo di dette corde, & tenendo il nodo loro fisso, doue era caduto nel capo ò nella fine dell'Isola, si raggirassi da alcuno a piedi per il fiume (se a piedi fusse il fiume habile à passarsi) ò pur d'alcuno, in barca fino all'estremo dell'altra ripa, doue (come egli dice) giustamente termineria con l'istessa distantia, con la quale s'era partito dall'altra ripa; ma (a mio giudicio) è più giusto, & più comodo il modo, che hauemo insegnato noi; perche appare euidentemente, che li detti nodi sono situati nel mezo di esse corde, per il radoppimento di esse, & egualmente essersi appareggiati i suoi capi; donde per forza, è che da questo raddoppiamẽto ne segua il mezo, & così il mezo del fiume, perche già supponiamo, che tutta la longhezza di dette due corde sia la larghezza del fiume; adunque il radoppiamento d'essa, sarà il mezo del fiume. Che si vedrà anco espressamente in terra; perche delineesi vn circolo, con dette corde, sì che il lor nodo cada nel centro, & gl'altri lor due capi congiũti egualmẽte insieme raggirensi, & facciano la circonferentia intiera del circolo, & distendãsi poi dette corde, per quanto sono longhe, così dall'uno come dall'altro capo, remanendo il nodo fisso dell'istesso centro, che si vedrà espressamente, che l'uno & l'altro capo, come quasi diametro toccherà la circonferentia di detto circolo, fatto dalle istesse corde, per prima radoppiate in se medesime. Mà nel modo di Bartole perche nell'acqua non rimangono linee, & alcuna volta, per li fiumi, per mezo vi son di legni sterpi, arbori, & simili impedimenti, & il corrente è veloce, ò rapacissimo, & l'acqua alta, & profonda, che tutte queste cose non permettono il passare liberamente ne giustamente, con simili corde, non può succedere quello, che dice; se ben in se sia verissimo, & si vede espressamente in carta ma (come è detto) ne' fiumi, ad esseguirlo, per le sodette ragioni è difficilissimo.

Annotatione.

Per maggior chiarezza, & facilità di tutto quello, che da noi sarà da soggiungersi

giungersi

giungersi in questa materia dell' Isola, diuideremo il nostro da dirsi in trè parti ò capi, come, & non altramente, che facemmo nel precedente libro dell'alluuione alla. vj. figura. Nel primo addurremo tutte le ragioni, p le quali c' è parso, ch' il modo insegnatone da Bartole di diuidere l' Isola non sia buono. Nel secondo proporremo il nostro modo, che n'è parso vero & legittimo; Nel terzo verremo ad essaminare in particulare tutte le figure, che in questa materia ne lasciò Bartole, perche si veda tanto più la verità della cosa.

Circa del primo capo, cio è delle ragioni, che sono contra del modo del diuidere di Bartole, interlasseremo quelle, che adducemmo nell'antecedente libro, dell'alluuione, che procedono anco in questa materia dell' Isola perche l'istesso modo di diuidere l'alluuione ha anco luogo nell' Isola come vedrassi & perciò addurremo solamente q̃lle, che in particolare risguardano questo istesso modo, dell' Isola; Dico dũque per la prima cosa che come dicẽmo in materia dell'alluuione, per trattarsi del diuidere, di necessita si ricercauano quattro cose, cio è il diuiso, che dicemmo esser l'alluuione 2. a chi si deue il diuiso, che dicemmo esser li campi per la latitudine delle proprie fronti. 3. la misura, che dicemmo essere la latitudine delle fronti de' campi; Et 4. la regola (intesa però come iui auertemmo) che era il fiume con la sua riua retta ò redotta à regolarità, & rettitudine; così in questa materia dell' Isola, per l'istessa ragione di necessità bisogna vi sieno q̃ste quattro cose, cio è il misurato. 2. a chi si deue q̃sto misurato; 3. la misura istessa, 4 la regola. Da questo segue euidentemente, che'l modo insegnatone da Bartole di diuidere l' Isola, non è buono; perciochè manca dell'una delle dette cose necessariamente concorrenti alla diuisione dell' Isola, Et questo è la regola, secõdo della quale l' Isola si debba regolare & misurare. Perciochè consta, che'l misurato, in questa materia, è l' Isola; a chi si deue questa Isola misurata, sono li campi a rincontro dell' Isola; la misura è la latitudine delle fronti de' campi; la regola poi, secondo della quale si diuida questa Isola alli detti campi, Bartole non pose in alcun modo, anzi non ne disse pur parola; ma niuno misurato giustamente si può dare a chi si deue senza regola, che è quella, che regola la misura; adunque il diuiso da Bartole, che diuise senza regola, non è giustamente diuiso. Secondariamente come è certissimo il punto, (per la diffinit. 1.) è indiuisibile; per il che appare, che non ha ne può hauere alcuna quantità, per alcuna dimensione; & tanto meno può esser causa, che p suo rispetto, che se sia altro, l'habbia, come da se stesso è cosa chiarissima; ma Bartole, in queste sue diuisioni dell' Isola, solo considerò l'un punto, delle fronti delli campi più vicino all' Isola, & secondo questo sol punto, diuise alli campi, l' Isola, per quantità dimensiua, come si dedurrà alli suoi luoghi, adunque non diuise bene; Mà se si dicesse che'l punto, è indiuisibile, ma il punto matematico, & non il punto in materia, del quale noi ragioniamo, rispondo esser verissimo, ma per questo non è che non sia cosa contro la natura d'un pũto, anco materiale (che però non è ne vn braccio, ne vn palmo, ne vn dito, ne vn grano, ma vna minima delle minime parti) che per se essendo così minimo

possa tanto in vna fronte d'un campo per d'essa essere più propinquo ad vna Isola, che se n'applichi, d'essa Isola per sua parte vna buona quãtitatiua portione. Et se si dicesse, che le fronti delli campi di rincontro all'Isola, circa della vicinanza, & della lontananza, che v'hanno, solo si determina à punto per punto considerato, da capo a piedi d'esse fronti delli campi, con le fronti dell'Isola, & non per rispetto quantitatiuo; rispondo che questo è verissimo & è quello, che noi diciamo, & secondo di che si deue diuidere l'Isola, come più chiaramente dirassi a luoco suo; ma Bartole non intese a questo modo, che se hauesse così inteso, haueria ben detto, & saressimo d'accordo; ma intese, che l'un sol punto delle fronti de' campi più vicino, & prossimo all'Isola fusse quello, che si douesse considerare à diuidere l'Isola; & per quella quantitatiua portione, che si causasse da vn certo modo suo d'adoperarsi, sopra di quel punto, alla volta dell'Isola, che come dicemmo, è inconuenientissimo. 3. Bartole non disse cosa alcuna della diuisione dell'Isola, quando occorreua, che si ritrouasse tra ripe di fiume distorte, senza di alcuna rettitudine, ò regolarità; & nõ dimeno, il più delle uolte anzi sẽpre le ripe delli fiumi insieme sono torte; ne mai ò di raro d'una certa proportione asieme, come sempre suppose esso Bartole; adunque fù defettiuo. Ne vale il dire, che con l'istesso modo insegnatone da lui, per le figure, che ne lasciò descritte, si possa sapere il modo, che si debba tenere in queste altre, delle quali noi dicemo; percioche, questo è falsissimo, come da se medesimo ciascuno, con la proua in mezo se ne può chiarire, se fingerà qual se sia altro caso, che li figuratine da Bartole; perche vedrà, che non solo non gli reuscirà, ma anco nõ saprà doue ad incominciare ad adoperare. 4. Bartole nõ disse cosa alcuna, anzi non ne fece pur mentione, delle fronti de' campi di rimpetto all'Isola; secondo delle quali, per la sua latitudine, l'Isola deue essere diuisa, come da se stesso, è più che certissimo, & per la legge, che così comãda, & dalla esperientia, che così esseguisce; adunque lassò la più principal parte, che necessariamente si ricerca in questa materia, di diuidere l'Isola. Ne vale cosa alcuna, se si dicesse che Bartole assai di ciò disse, quando n'insegnò, che l'Isola si diuideua alli campi ad essa Isola rimpetto, per quel punto, che delli campi, ad essa Isola, si ritrouaua esser più propinquo; percioche rispondo, ciò esser vero; ma è anco verissimo, che non fece mentione della latitudine delle fronti, secondo delle quali, & la legge espressamente dice, & l'esperientia approua, che l'Isola si deue diuidere, adunque &c. Ma se si dicesse, non occorreua, che ne dicesse cosa alcuna, percioche di queste gia haueua trattato nell'antecedente libro dell'alluuione; rispondo, che nò; Percioche in questo libro, espressamente disse, che l'Isola si doueua diuidere, hauendosi rispetto al punto delle frunti di essi campi, più prossimo, & più vicino, che si ritrouasse all'Isola, adunque esclu se la latitudine delle fronti; adunque d'esse fronti non disse cosa alcuna; come di cosa, che lui non hebbe per necessariamente concorrente alla diuisione; Di più, quando, che fusse vero questo, che si dice; ad ogni modo non si salueria, che hauesse detto bene; poi che, quando nel primo parlò delle fronti delli campi,

T parlò

parlò senza fondamento alcuno, & conseguentemente ne disse il rouerso di q̃llo, si doueua dire. 5. Bartole nel diuidere l'Isola, in queste sue figure, attese di tal sorte la prossimanza & vicinità dell'un punto, delli campi, all'Isola, che non attese ne si curò, che'l campo di qua ò di la del fiume nella diuisione dell'Isola, trapassasse con dell'inanzi suo, oltre il mezo del fiume, ad applicarsi qualche portione dell'Isola, che si ritrouasse di la del mezo del fiume, & nõ dimeno, cosa certissima è per la legge, che così espressamente detta, che le frõti delli campi, di qua & di la del fiume, non s'estendono più oltre nel fiume, che fino al suo mezo, & così anco si vede per isperientia; adunque Bartole, in questo suo modo, di diuidere, non seruò la dispositione della legge, & adoperò contro della isperientia, come mostrerassi poi à suoi luoghi più di sotto. 6. Bartole attese tanto alla prossimanza dell'un punto del campo più vicino, & più prossimo all'Isola, & secondo questo solo, regolò la diuisione dell'Isola, che non s'accorse, che interuenne, che maggior fronte faceua l'un punto, che nõ faceua vna frõte di qualche bona quãtità; ne s'accorse, che à questo modo, succedeua, che più dell'Isola haueua vn campo per vn sol punto, che non haueua vn campo per vna fronte quantitatiua; In somma, fece che'l punto fosse fronte, & la fronte fusse il punto, che è cosa monstruosa contro della legge, perche dice, che l'Isola si diuide alli campi, per le fronti; Bartole fece, che questa fronte fusse il punto più vicino all'Isola, ma il punto, non fa fronte, per essere indiuisibile; adũque &c. cosa come si vede, sconueneuolissima, nõ che falsissima, & espressamente contro della legge; & dell'isperientia. 7. Bartole, in queste sue figure dell'Isola, non mai considerò il concorso di più & più campi alle diuisioni dell'Isola, ma solo figurò, per di quà & per di la dell'Isola, vno ò due cãpi al più ꝑ parte; & non dimeno non mai cõsiderò, che, & come concorressero, & come trà di q̃sti detta Isola si douesse diuidere; & pure occorre, & forse più spesso di quello, che considerò Bartole, che non solo vno ò due campi al p.ù per di la & per di qua dall'Isola, si ritrouassero nelle riue, ne che tra d'essi vi sia alcun disparere nel modo di diuidersi l'Isola tra di loro ma al cõtrario più & diuersi campi in disparere grandissimi del quanto si debba a ciascuno applicarsi dell'Isola nata trà delle loro fronti. Ne questa ragione è l'istessa cõ alcuna delle antecedenti, ne alcune dell'antecedenti con li loro antecedenti; se ben cõsidererassi, come si deue, & che hò posto per ritrouarne la verità in questa materia.

Hora, che ne siamo spediti del 1. capo segue, che diciamo del secondo, come promettemmo, cio è qual sia il vero, & legittimo modo di diuidere l'Isola; Et perche in questo, concorre anco il modo già detto di diuidere l'alluuione (dico rispetto d'applicarla alli campi, alli quali & anco l'Isola viene per diuisione applicata) & di esso nel primo hauemo diffusamente discorso; Noi in questo 2. nõ ne diremo cosa alcuna, ma solo diremo del modo preciso, secõdo del quale si diuide l'Isola istessa, che per esseguire più facilmente, & con quella chiarezza, che sia possibile maggiore, tenganssi per certissime queste due, ò trè Propositioni, da soggiungersi, che sonno la chiaue, & il fondamento di tutta questa

materia, tratte non dimeno dalle leggi istesse doue di sopra, dalla ragione, & dall'isperientia. 1. tutti li căpi, che si ritrouano, per qual si voglia sito di quà & di la dal fiume, con le sue ragioni delle proprie fronti, non mai s'estendono più oltre, che fino al mezo di esso fiume. 2. L'Isola nata nel fiume, per quella parte ò per quel tutto ò per quel punto, che sarà, ò di la ò di qua del mezo sodetto del fiume, per questo tutto ò parte ò punto, sarà delli campi, che da questa parte di qua ò di la del mezo del fiume le saranno più vicini & più pressimi; sì che li campi di qua non s'estenderanno alla parte ò a tutto ò a punto di la del mezo del fiume, & li campi di la non s'estenderanno al tutto ò alla parte ò al punto dell'Isola, di qua del mezo del fiume. 3. Se saranno più căpi, di la & di qua del fiume, che risguardino mezo dell'isola, che ò tutta ò parte ò pũto si ritroua essere dalla lor parte di qua ò di la del fiume, q̃sti tali căpi parteciperanno di detta Isola per la latitudine delle lor fronti, c'haueranno risguardanti detta Isola. 4. Fronti & latitudine loro de' campi s'intendono all'istesso modo, che dicemmo nell'antecedente libro dell'alluuione 5. L'istesso intendiamo della retta ò rettificata della metà del mezo di esso fiume, che come si faccia, si dirà poco doppò incontinente. Hora venendo ad insegnare (come promettemmo) il modo di diuidere l'Isola; Dico, che perche niuna giusta diuisione si può fare senza della regola, & noi, perche ci ritrouiamo, in materia di diuisione, per forza, se vorremo diuidere bene, & giustamente, ne cõuiene hauer di bisogno della regola; la quale, perche nel nostro caso non è altro (come dicemmo nell'antecedente libro dell'alluuione con che conuiene circa di questo anco la diuisione dell'Isola, della quale hora parliamo) che la rettitudine naturale ò artificiale di detto corso del fiume conterminante all'Isola da capo a piedi di essa ne gl'estremi pũti; Dà q̃sto segue, che prima d'ogn'altra cosa, per diuidere giustamente l'Isola, ne bisogna ritrouare questa rettitudine del corso del fiume, da capo a piedi dell'isola conterminante ne gl'estremi punti di essa isola. Et perche l'isola (& in questo differisce dall'alluuione regolare) ha il corso del fiume da tutte le bande d'essa segue perciò che habbia quasi due corsi, li quali se non retti si deueno rettificare. Ma non dimeno, perche l'uno & l'altro corso concorrono nell'Isola, & nel da capo & nel da piedi di essa, in vn sol punto comune, donde & dalli quali si pigliano la rettitudine & la regolarità delle tortuosità del corso del fiume, & delle ripe, da questo segue, che vna sol retta sarà da tirarsi da detti due estremi, & communi punti, da capo a piedi, dell'isola, la quale sarà la regola, che regolerà & misurerà giustamente l'isola, alli campi, per di qua, & p di la della metà, & mezzo del fiume, per la latitudine delle lor fronti, come di sotto più distintamente si dirà. Come poi vna linea tortuosa si riduca a regola, s'ha diffusamente (per la proposit. 19.) Ma qual sia il punto, per da capo, & il punto per da piedi dell'isola, appare da se medesimo, Perche per da capo doue il fiume si diuide in due rami, iui dico essere il punto per da capo d'essa isola; Et doue di nuouo il fiume si raccongiunge con le sodette due riue; iui diciamo essere il punto per da

piedi dell'isola; Ritrouata, che si sarà questa regolare, senza della quale (come hauemo detto) non si potendo diuidere rettamente, se più oltre nella diuisione si vorrà procedere, & venirsi al suo intento; Sopra dell'estremo punto per da capo & per da piedi di questa linea regolare ritrouata (per la proposi. 2. & anco 16.) tiresi l'una per da capo & l'altra perpendicolare per da piedi, d'essa linea, ma talmente, che dette perpendicolari ciascuna nel lor proprio punto di detta regolare trapassi, per di qua & per di la delle bande di detta regolare, tanto oltre, che arriui alli campi, che di qua, & di la vi sono, che li toccheranno in vn punto. Per il che, se auertirassi si sarà causata vna figura simile, alla lettera maiuscula romana. H. sì che il transuerso di detta lettera, nel caso nostro, sarà la sodetta regolare dedotta dal da capo a piedi de gl'estremi dell'isola & del corso del fiume, iui conterminante, & le gambe, per di qua & per di la di detta lettera, nel caso nostro, saranno le sodette due paralelli, tirate per il da capo, & per il da piedi dell'isola contangente li campi, per di qua & per di la del fiume in vn sol punto. Et per questo, saprassi precisamente quai campi, & essi cãpi, per fin quanto risguardino l'isola, da diuidersegli, così per da capo, come per da piedi d'essa isola; Perche dette perpendicolari tirate sopra di detta retta regolare quasi ad equilibrio, cio è ad angoli retti, vanno nelli campi col pari equilibrio ad angoli retti a terminare in vn punto quai campi, & per quanto di ciascuno d'essi risguardino detta isola; escludendo tutti gl'altri campi, & qual se sia parte d'essi, che non si ritrouerãno inclusi tra dette perpendicolari. Fin quì s'è conosciuta la regola secondo della quale si deue diuidere l'isola; & anco li campi, così di qua come di la d'essa isola posti nella riua del fiume, quai sieno, & per qual parte di loro concorrino alla diuisione dell'isola; Mà perche detti campi concorrenti alla detta diuisione dell'isola di qua & di la del fiume non s'estendono se non fino al mezzo di esso fiume; che qual sia, & come si possi ritrouare. non hauemo, per ancora detto segue hora, che ne diciamo, così quando interuiene, che le riue di qua & di la del fiume sono rette, come quando sono torte, così quando sono paralelle, come quando sono concorrenti, & in somma, come si sieno; Perche si conosca se l'isola ò tutta ò parte ò punto d'essa si ritroui per di qua del mezzo del fiume ò per di la ò pur nel mezzo, & in somma, come & consequentemente, se tutta ò parte ò per vn punto apertenga alli campi di qua ò alli campi di la del fiume, alli quali si ritrouerà più vicina & più discosta da gl'altri campi, dall'altra parte del fiume, secondo detta la legge, & approua l'esperientia. Per ritrouare dunque questa linea mediale, del corso del fiume, diuidãsi le due gia dette perpendicolari tirate a capo et a piedi della gia detta linea regolare, in due parti eguali, come si faccia, s'ha (per la 2. propo.) & da questi due punti medij, ritrouati in dette due perpendicolari, tiresi vna retta da capo a piedi. Questa tal linea dico, che diuiderà il corso del fiume in due parti eguali, per il da capo fino al da piedi d'esso fiume; per quanto importa l'isola; & sarà il mezo d'esso fiume, quando le riue del fiume per di qua & per

di la d'esso sarãno rette, & paralelle; Et mostrerà anco q̃sta linea, come si ritroui l'isola nel fiume, & rispettò alli cãpi laterali; Perche se detta linea non toccherà, in alcuna parte, l'isola, che si ritroua traclusa tra dette due paralelli, p̃ da capo & per da piedi di essa isola, & tra li campi laterali; in q̃sto caso, detta isola tutta aperterrà alli cãpi di qua da detta linea mediale, perche gli sarà più vicina; Ma se passera per il mezo d'essa isola in q̃sto caso la metà d'essa isola aperterrà alli cãpi per di qua, & l'altra metà alli cãpi per di la di detta linea mediale. Ma se passerà sopra, d'essa isola p̃ inequal parti, le parti così inequali aperterrãno medesimamẽte alli cãpi da q̃lla parte che sarãno più vicini fino al mezo; Anco p̃ vn pũto, s'un sol pũto, per detta mediale di essa isola fusse tolto & designato dall'altra parte, del mezo del fiume. Questo, come s'è detto ha luoco, & è vero quando le ripe per di qua, & p̃ di la del fiume sono a paralello; Ma quãdo in qual si sia altro modo si ritrouassero, in q̃sto caso (per la propo. 21.) ritrouesi la media paralella; che nel nostro proposito sarà la linea mediale, del tortuoso corso del fiume, per di qua & per di la del fiume, p̃ q̃lla parte, che li campi risguarderãno essa isola; la qual mediale linea & tortuosa a similitudine delle ripe, dall'una & dall'altra parte collaterale diuiderà l'isola, come faceua l'altra mediale retta, che dicẽmo di sopra tutta ò parte come si voglia applicãdola alli cãpi per la loro latitudine, che si ritroueranno esserle a frõte p̃ di qua ò p̃ di la del fiume, nõ altramẽte che succedere dicẽmo, nella media retta; eccetto, che la retta diuideua rettamẽte; & q̃sta diuide serpẽdo da capo a piedi dell'isola. Ma se p̃ caso, occorresse, che nell'isola, ò nel fiume fussero impedimẽti, che nõ p̃mettessero di potersi esseguire, come anco auertimmo nella detta 21. propo. in q̃sto caso procederassi in q̃sto modo cioè ritrouato, che si sarà la portione delli cãpi di qua & di la del fiume, che con le loro fronti risguardano l'isola; & ritrouato, che si sarà la linea rettificante li corsi ambide del fiume, che bagnano detta Isola; & rettificate, che si sarãno le ripe del fiume, che bagnano li cãpi, di qua et di la dell'isola cõpresa dalle frõti d'essi cãpi, all'hora piglíesi la piãta et il sito delle frõti di detti cãpi, che risguardano l'isola, così dall'una, come dall'altra parte, dell'isola, cõ le debite distãtie annotate nel disegno, (che se si saperà niẽte de geometria, ò di cosmografia sarà facilissimo, perche già s'ha dinanzi a gl'occhij la rettitudine, delle fronti d'essi campi, per la linea retta, che si sarà tiratu dall'un punto all'altro, da capo & da piedi, di dette fronti di campi, che risguardano l'isola, & gli angoli acuti, otlusi retti &c (Si vedano inanzi a gl'oochi) Con si fatto disegno, vadasi all'isola, & la retta del detto disegno delle fronti delli campi, c'hauerassi, sopra pongasi alla retta, & regolare dell'isola, che di già s'è presa, & si disegnò detta isola, correspondentemente, con le debite gia notate misure alla pianta, gia presa, delle fronti, delli campi correspondenti ad essa isola; applicando però ciascuna d'esse piante alla parte delli'sola, che risguarderà la fronte delli campi, delli quali sarà detta pianta. che s'hauerà precisamente, nell'sola la forma istessa delle fronti, delli campi, che essa isola risguardano, così da vn canto, come

me dall'altro; Doue se si vedra ancora qualche cosa da diuidere sarà facilissimo, hauendosi inanzi à gl'occhi, & poco ò niente lontano la differẽza, che aggiusterassi come s'è detto in detta propositione 21. Resta hora, che tutto ò parte ò punto, che dell'Isola sarà fuor del mezo del fiume, & più vicino alli campi, di qua, che alli di la dal mezo di esso fiume (che apparisce manifestamente, per la detta linea mediale tirata da capo a piedi dell'Isola; quando le riue sono paralelle; & tirata tortuosa, quando le ripe sono tortuose; perche questo ò tutto ò parte, di qua dal mezo, apertiene alli campi di quà del mezo di esso fiume, che le sono più vicini, & più prossimi) se gli diuida questo tutto ò parte ò punto d'Isola, per la latitudine delle fronti loro, che si farà in questo modo cio è. Da ciascun punto estremo delle fronti, con che ciascun campo, risguarda l'Isola, (per la 16. propo.) tirẽsi delle perpendicolari, sopra della retta regolare, fino alla linea mediale, così retta, come torta, che accascherà essere di esso fiume, & non più oltre; fin tanto, che non vi rimanghi più alcun punto delle sodette fronti da questa banda; & il simile facciasi per l'altra banda dell'Isola, & del fiume, & delli campi, che vedrassi esser diuisa tutta l'Isola, alli di qua, & alli campi di la dal fiume, & dall'Isola per la latitudine delle lor fronti, che si ritroueranno hauere verso del fiume, & fino al mezo & non più oltre d'esso fiume; che è quello, che si cercaua, conforme non dimeno alla legge, & alla esperientia. Che perche non dimeno s'habbia intieramente tutto quello, che di sopra largamente habbiamo concluso, n'è parso per più facilità, come quasi in vn compendio ridurlo a certe breui propositioni cio è.

Primo regolesi il fiume che bagna per di qua & per di la l'Isola.

Con vna retta tirata dalli punti per da capo al da piedi dell'Isola.

Delli quali due punti l'uno sarà doue il fiume per da capo si diuide in due correnti, et il da piedi doue il fiume ritorna a riunirsi in vn sol corrente.

E questa retta chiamesi Regolare.

Secondo, ne gl'estremi punti d'essa regolare da capo tiresi l'una, & da piedi tiresi l'altra perpendicolare per la propositio. 2.

Che l'una & l'altra terminino nelli cãpi, che di qua et di la le corrispõdano.

Lo spacio de' detti campi compreso tra dette perpendicolari, sarà al quale si deue diuidere l'Isola.

Per la latitudine delle lor fronti.

Terzo diuidansi dette perpendicolari, la da capo, & la da piedi dell'Isola in due parti eguali (per la propositio. 1. in due punti.

L'un punto della da capo sarà il mezo del fiume per da capo.

L'altro punto della da piedi sarà il mezo del fiume per da piedi dell'Isola.

La linea tirata da detto punto medio della perpendicolare da capo al punto medio della perpendicolare da piede dell'Isola, sarà la linea mediale di tutto il fiume, che di qua, & di la bagna l'Isola.

Et questa tal linea dirassi Mediale.

La quale nelle ripe paralelle ritrouerassi come s'è detto, & si mostrò per la (propo. 17.

Nelle

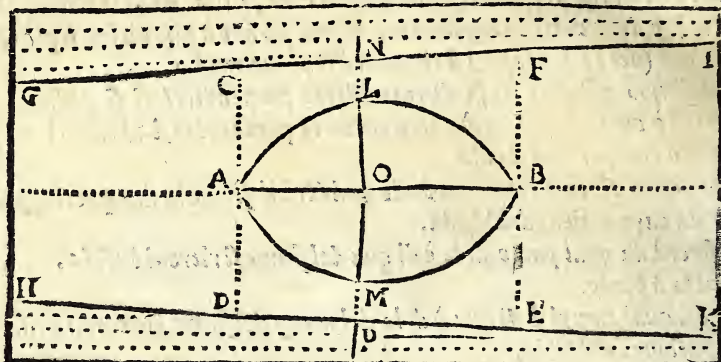
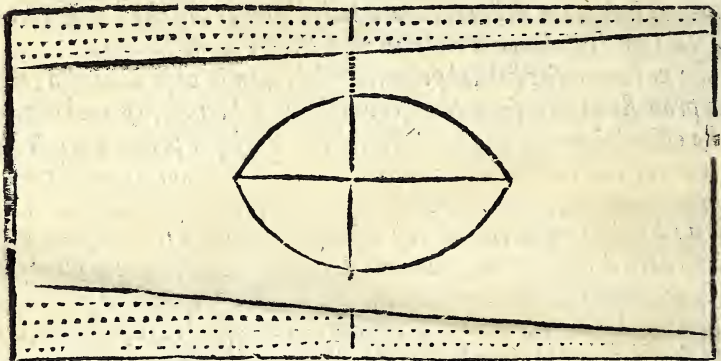
Nelle concurrenti rette come per la propo. 18.
Nelle da vna parte curue, & dall'altra rette, come per la propo. 10.
Nelle da ogni parte curue paralelle come per la propo. 10. & 20.
Nelle da ciascuna delle parti affatto irregolari come per la propo. 21.
O vero tirandosi perpendicolari spesse ò rare (à similitudine d'una spina di pesce) p doue dette inregolari tra di loro sarãno ò più vicine, ò più lõtane.
E di loro (per la 1. propo.) si ritrouerà il punto medio.
Et dall'uno all'altro d'essi di tutte dette perpendicolari si dedurrà linea
O retta ò curua, regolare, ò parte curua et parte retta; ò al tutto irregolare secondo comporterà il caso.
Quarto, questa si fatta linea mediale diuiderà il fiume in due parti eguali.
Per da capo à piedi dell'Isola.
Mostrerà da qual parte di la ò di qua del fiume si ritroui l'Isola.
O tutta ò parte.
Et così quai campi, ò di qua ò di la del mezo del fiume concorrino alla partecipatione dell'Isola.

Nel resto come si diuida per le latitudini delle fronti d'essi campi, perche s'è diffusamente insegnato nel precedente dell'alluuione, in che è conforme questo dell'Isola & dell'alueo, mi rimetto a quello che iui ne fù detto.

Da che ne siamo espediti del primo, & del secondo capo di quello, che haueuamo proposto di dire segue hora, che diciamo del terzo, & così in particolare, che essaminiamo la figura istessa, che ne lassò per prima Bartole in questa materia, & l'altre tutte fino al fine; nel che fare solo notaremo gl'errori, & questi succintamente, per essere & più breue, & più chiaro; massime che se s'è inteso il fin'à qui da noi detto, senza altro, ciascuno da se medesimo verrà in cognitione delli diffetti & mancamenti di ciascuna figura; La presente dũque prima figura è bene & rettamẽte diuisa; ma è diffettosa; perche fù diuisa senza alcuna regola; che non ve si vede, ne Bartole l'insegnò. 2. è solitaria, cio è nõ ha luogo se non quando le riue sono rette, & pararelle. 3. non consta per come si debbia diuidere alli campi ad essa Isola più vicini se si dessero non vno, come suppose Bartole, ma più, & più campi, che concorressero alla diuisione. 4. Nõ insegnò Bartole per come, per da capo, & per da piedi dell'Isola nelle sue estremità, sopra de gl'ultimi punti, si potesse tirare vna perpendicolare, che toccasse l'un, & gl'altri cãpi, che di qua & di la d'essa Isola si ritrouano essere nelle ripe, del fiume; senza di che (come hauemo veduto di sopra) non si può sapere li campi, che risguardano, & per qual parte, ad angoli retti tutta l'Isola, da capo, & da piedi; & senza della quale non si può giustamente tirare la linea mediale del corso del fiume; & senza della quale non si può giustamente diuidere l'isola alli campi, per la latitudine delle lor fronti; Nel resto la figura è giustamente diuisa, & stà bene, & la causa è perche Bartole suppose le ripe paralelle, che sono il principio & il fine doue si riducano tutte le diuisioni, di tutto il restãte delle linee, in qual si voglia modo, tortuose, & nelle quali linee

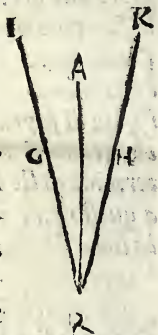
paralelle

paralelle niuna ò poca è difficultà di diuidere così l'alluuione , della quale hauemo detto, come l'Isola, della quale hora diciamo; p le ragioni, che altreuolte adducemmo, in quei dell'alluuione , doue si possano vedere per il che non suggiungeremo altra figura, come di sopra promettẽmo di fare, perche nõ occorre.

ij. 24. Figura xxxij.

Corretta.

Questa figura è differente dalla precedente; perche se ben sia di ripe rette (in queste consiste la differenza & non nell'isola si sia ò curua ò retta ò quadrata ò circolare ò d'altra qual si sia figura) come l'altra , non dimeno non è di ripe paralelle (per la 6. diffi.) ma di ripe concorrenti, per la medesima; cio è di sopra. g. i. & di sotto. h. K. perche da capo sonno strette. g. h. & da piedi larghe. i. K. & tuttauia, che per da questa parte da piedi. i. K. tendendo per verso da capo. g. h. egualmente si vanno restringendo & l'isola stassi nel mezo egualmente lontana dal da capo. a, & da piedi. b. dalle ripe. g. i. & . h. K. Il che però, non altera, in alcun modo la diuisione da farsi, d'essa Isola, tra detti campi; anzi è la medesima, che si è detta nella precedente. Però , come nella antedetta, pigliesi vna corda, & dall'una ripa di sopra. g. i. nel punto. c. per il capo dell'isola. a fino all'altra ripa di sotto. h. K. nel punto. d. pigliesi con distenderla a bastanza, la larghezza del fiume , & notesi in detta corda , con radoppiarla nel

mezo,

l'isola nel mezo, cõ vn nodo, come di sopra fù anco detto. Il medesimo si faccia, cõ vn'altra corda da piedi dell'isola, dalla ripa superiore. g. i. dal pũto. f. & di sotto della ripa nel pũto. e. che passi & tocchi l'Isola nella fine nel pũto. b. & in questa, come nell'altra corda si fece, con vn nodo notesi il mezo; & di nuouo, con si fatte corde annodate nel mezo, la da capo al capo dell'isola. a. & l'altra nel da piedi della detta Isola. b. si distendino dall'una all'altra ripa, & cõseguentemente sia la corda da capo la linea nulla. c. d. & il nodo d'essa. a. & la da piedi sia la linea nulla. f. e. & il nodo d'essa. b. Da questi due nodi di queste due corde dal da capo dell'isola. a, al da piedi. b. della medesima Isola, tiresi vna corda, che adesso quì rapresenta la linea nulla. a. b. Dicesi, che questa tal linea diuiderà l'isola adesso in due parti eguali, p di sopra & p di sotto; onde la parte dell'isola, che sarà di sopra a detta linea nulla. a b. K. sarà delli campi di sopra, da capo. g. n. & da piedi. n. i. & l'altra parte sotto a detta linea nulla. a. b. che sarà. a. m. b. aperterrà, a' campi da capo. h. p. & da piedi. p. K. (per la regola. 2. di questo); Che sia poi diuisa in due parti eguali giustamente, per alto & basso, appare per la 2. propo. perciohe la f. e. è diuisa in due parti eguali, per descrittione, nel punto. b. & così anco la. e. d. nel punto. a per la perpendicolare, così all'una come all'altra. a. b. adunque &c. Aggiungesi anco, che le dette due linee. e. f. & . c. d. sono pararelle per la. b. adunque equidistanti, adũque la retta. a. b. cadente & sopra l'una & sopra l'altra delle dette paralelle, & nel mezo (per discrittione) causerà angoli retti eguali (per la 11.) adunque à diuisa detta Isola in due parti eguali, adunque (per la 3. propo.) detta. a. b. r. sarà perpendicolare; Ma perche di sopra & di sotto a ciascuna delle dette due portioni dell'isola vi concorrono due fronti di cãpi, alle quali si deue la sua portione, per la latitudine delle lor fronti (per la regola. 5. (Per questo (onde auertesi, che in questo diuidere dell'isola, anco si serua la diuisione dell'alluuione come di sopra dicemmo) bisogna spartir detta portione. a. l. b. dell'isola di sopr a alla linea. a. b. alle fronti di campi di sopra. g. n. & . n. i. & perche (come si vede) la ripa è d'una sol linea retta, & in essa è il dato punto. n. termine delle latitudine de detti cãpi. g. n. & . i. n. (per la prima figura del 1.) a questo punto. n. si tirerà vna perpendicolare (per la 2. propo.) che arriui alla linea diuisoria. a. b. dell'isola, che sia. n. o. la quale diciamo, che egualmente hauerà diuisa la portione di sopra d'essa isola, tra dette due fronti sì, che la portione dell'isola. m. o. l. aperterrà al campo. g a. & la portione dell'istessa isosa da piedi. o. l. b. aperterra al campo. i. n. Questo istesso, che si vede essere operato nella sudetta superiore portione, di detta isola, s'adoperi anco nella portione dell'istessa, con le fronti di campi di sotto, che per le medesime ragioni, si concluderà l'istesso; per il che tutta l'isola sarà diuisa egualmente, tra detti cãpi, & per di sopra, & per di sotto; & per da capo, & per da piede, come vuole la legge, & il modo del diuidere, ch'era da farsi. Bartole circa di questa figura, moue vna questione, cio è come sia possibile di dedurre vna linea dalla ripa dell'una delle parti di la dal fiume all'altra di qua, che faccia vn'angolo

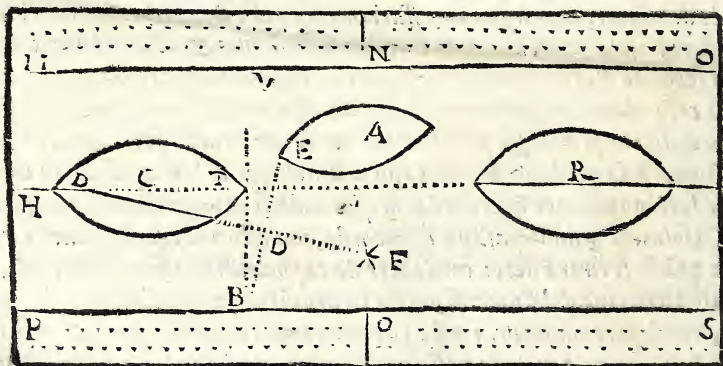
retto; eſſendo, che le ripe ſono di linee concorrenti, & non pararelle; onde ſopra d'eſſe, cadendo vna retta, non può cauſare angoli retti, ne meno due rette, che nel noſtro caſo rapreſentano le due gia dette corde annodate, & diſpoſte, l'una dal da capo. a. & l'altra dal da piedi. b. dell'iſola; Et ſe queſto è, come detta Iſola ſarà diuiſa per il mezo come diceuamo? La riſpoſta è (ſe ben non così chiaramente) che è vero, ciò che ſi dice, che vna retta cadẽte ſopra vna ò due rette concorrenti, non cauſa angoli retti, in dette concorrenti; ma per queſto nõ ſegue, che'l nodo, nel mezo delle corde, l'una da capo & l'altra poſta da piedi dell'iſola, non ſia nel mezo; Perche l'eſſere l'angolo retto, ò angolo acuto, ò ottuſo, non è cauſa neceſſaria, che il mezo ſia doue eſſi ſi ritrouano; Adunque ſi nega la conſequenza; cio è non è angolo retto, adunque non è nel mezo, ò non è diuiſo per mezo; perche può eſſere vno angolo retto in vna eſtremità d'una linea doue non cade alcun mezo; medeſimamente può eſſere vno angolo acuto, ò veramente ottuſo; & non dimeno ſarà & non ſarà diuiſa vna linea ò altro ꝑ mezo. Ma non dimeno, queſta oppoſitione non ha alcun vigore, nel noſtro caſo, perche anzi vi ſi ritroua l'angolo retto, & la perpendicolare; & però diuiſa l'iſola in due parti eguali; Perciòche noi trattiamo di diuidere l'iſola, che diciamo eſſere nel mezo delle ripe, come ſi proua col mezo delle ſodette corde, che adeſſo rapreſentano in q̃ſta figura le linee. c. d. & . f. e. le quali ſono rette, & pararelle; ſopra di queſte due cade la perpendicolare. a. b. ad angoli retti, adũque l'iſola diuiſa egualmente, come doueua eſſere diuiſa, per le regole & ragioni ſodette. Et ſe le ripe non ſono paralelle, queſto non importa alla diuiſione dell'iſola; perciòche, circa delle ripe, riſpetto all'iſola, s'attende la vicinità, & lontananza; Et nel noſtro caſo, non è dubio, che la diuiſoria dell'iſola. a. b. tãto è lõtana dalla ripa di ſopra da capo. c. quãto dalla ripa di ſotto. d. & così da piedi dalla ripa di ſopra. f. quãto dalla di ſotto. e. & finalmente per tutto, come per eſſempio, fingaſi che dette ripe. i. g. & . K. h. ſi deduchino tanto, che concorrano nel punto. r. così ancora producheſi, tanto, la linea diuiſoria. a. b. che cõcorra con dette due linee; dubio non è che, eſſendo in mezo, concorrera nel detto punto. r. doue diuiderà l'angolo, cauſato dalla. i. g. et. K. h. et in detto pũto. r. in due parti eguali: adunque (per la 3. propo.) detta. a. b. r. ſarà perpendicolare; adunque nel mezo di detti due lati, che quì ſono ripe; adunque bene, & giuſtamente detta Iſola diuiſa, tra dette due ripe non paralelle, ma concorrenti, per la retta. a. b. Perche ſe tra le ripe concorrenti, non ſi fanno angoli retti, non però è che tra di eſſe, non ſia il mezo, che è quello, che ſi cerca nel diuidere queſta iſola, tra dette ripe; ma cauſano bene, che le linee perpendicolari. c. d. & . e. f. tirate ſopra della linea hora. a. b. ſituata retta tra mezo eſſe cõcorrẽti in eſſe cõcorrẽti. i. g. & . K. h. nõ cauſino angoli retti; che come hò detto, non fa però, che tra d'eſſe concorrenti. i. g. & . K. h. non ſi poſſa dare vna linea in mezo, c'hora diciamo eſſere. a. b. diuiſoria dell'iſola &c.

Tutto

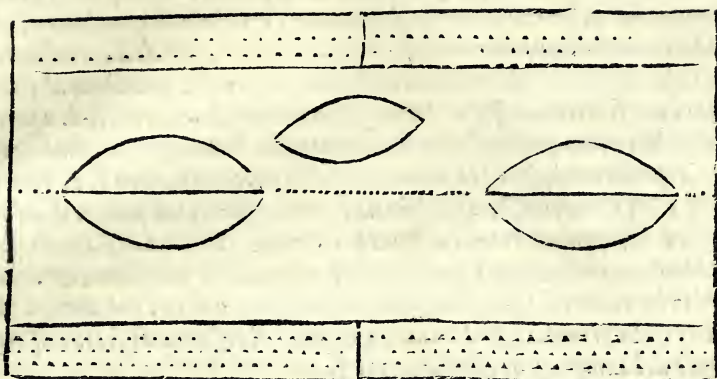
Tutto questo, c'hauemo detto è vero, quando poniamo il caso, che queste linee concorrenti egualmente s'accostino & s'inclinino, & egualmente si discostino & declinino dalli campi, che da sieme si discostano; percioche, s'altramẽte si ponesse non è dubio, che altramente si doucria dire, che non s'è detto, benche simili figure rare volte ò non mai interuenghino.

Annotatione.

Questa figura patisce gl'istessi diffetti, & mancamenti, che noi, nell'antecedente prima figura, diffusamente adducemmo; che perche iui si vedono, per nõ essere superflui, s'interlassano; Ma in particulare, ha questo mancamento, che la diuisione d'essa, è fatta cominciata dalli campi, come si vede, nelli punti. n. & . p. all'istesso modo, che hauemo veduto, che si faceua nell'alluuione; & malamente; perche li campi (come iui dicemmo) sono a chi si deue il misurato, che in questo caso è l'isola, & non sono la regola; adunque non fù diuisa giustamente, perche fù diuisa senza regola, come si vede; perche se si supponesse, che la ripa delli cãpi. g. i. fusse più di quello, che è concorrente cio è nel punto estremo. g. più inclinata verso dell'altra ripa. h. di qua dal fiume, & nel punto. i. più si discostasse dall'altra ripa. K. di qua dell'istesso fiume; & sopra questa ripa retta. g. i. nel punto. n. si volesse tirare la pependicolare. n. o non è dubio, che nõ toccheria l'isola; & non dimeno la sua fronte risguarderia essa Isola; & questo auerria solo, perche detta perpendicolare. n. o. saria tirata per sopra della riua retta. g. i. regola & misura (secondo Bartole) del diuidere l'isola, che come si vede, è falsissimo; perche regola, come dicemmo nello dell'alluuione, sempre, & in ogni caso infallibilmente conseguisce il suo fine; adunque le fronti & riue del fiume ne' campi non sono, ne la misura, ne la regola del diuidere l'isola, come disse Bartole. Di più v'è vno errore particolare; che Bartole, in questo particolare, non insegnò per qual modo ò regola si potesse ritrouare la linea mediale del fiume; onde segue necessariamente, che diuise a caso, ne c'insegnò di diuidere l'isola; perche l'isola è delli campi di qua & di la del mezo del fiume; ma secondo Bartole non si può sapere, ne ritrouare questo mezo; perche nõ ne disse cosa alcuna; adũque &c. Et se si dicesse, che Bartole assai ce l'insegnò, quando disse, che si douesse pigliare vna corda, & tirarla per di qua, & per di la del fiume, p da piedi, & per da capo dell'isola; & nel mezo di detta corda si douesse fare vn nodo; et q̃sta corda, cõ q̃sto nodo, si douesse tirare da capo a piedi dell'Isola; che p doue pasasse q̃sta corda, con q̃sto nodo, saria il mezo; rispõdo, che quãdo si tirerà detta corda, per da capo dell'isola fino al da piedi, dall'una all'altra ripa del fiume, si potria tirare rispetto alla cima et alla fine dell'isola, non à perpendicolo, cio è, che non causi, con detta cima, & con detta fine, & per il mezo per doue passa angoli retti, cio è che stia ad equilibrio con la dirittura dell'isola; ma starà & causerà angoli ineguali, perche detta corda da vn capo, nelli campi di qua, sarà tirata verso in sù, più del douere, & nel da piedi di essa corda, ne gl'altri campi di la, sarà tirata in giù; Non altramẽte, che si vede accadere nelle bilancie, quando l'una più pesa da vna parte, che

dall'altra, che non quādo è il peso è giusto, pche sta ad equilibrio, Seguirà bene che se detta corda così tirata dall'una all'altra parte del fiume si radoppierà, questa radoppiatura mostrerà il mezo del fiume, ma per quella parte, per doue ad angoli acuti, cio è a sbiascio sarà tirata, che non è quella latitudine del fiume, che cerbiamo, che è per d'angoli retti, onde nō s'hauerà il mezo del fiume, ne conseguentemēte qual parte dell'isola sia di quà, & quale altra parte d'essa sia di la del mezo di detto fiume; & in somma, non sapremo diuidere l'isola alli campi di qua, & di la del fiume giustamente. Ma se si dicesse; si vede pure, che la detta mediale.a. b. nella presente figuro, è tirata giusta. Rispondo, che questo è auenuto, in questa figura, per rispecto, che ad occhio, appariscono le linee rette per da capo.g.h. & per da piedi.i.K. & per di sopra la ripa.g. i. & per di sotto la ripa.h, K. tutte rette, che se non vi fussero, come non si vedono, nel quando s'hà da misurare vna isola veramente posta in vn fiume, dubio non è che si saria intricato, per doue & per qual verso, si douesse tirare prima detta perpendicolare a trauerso del fiume, sopra il da cima & sopra il da piedi dell'isola; & conseguentemente, non si sapria giustamente per doue fusse il mezo del fiume da capo a piedi dell'isola, p doue si deue tirare la detta mediale; onde nō si sapria diuidere; & questo, perche q̄llo, che c'insegnò Bartole non è vero, come si vede. Per diuidere dunque giustamente vna simil figura, secondo che di sopra noi dicemmo, bisogna ritrouare. 1 .la linea regolare, 2. la linea mediale, che quali sieno, & come si ritrouino hauemo detto diffusamente nell'antecedente prossima figura, doue vedrassi, acciò che con tedio non replichiamo sempre l'istesso.

iij. 25. Figura xxxiij.

Corretta.

Corretta.

Questa figura è composta dell'uno & dell'altro caso, delle due precedenti figure; perche come si vede, contiene trè l'isole, l'una. a. che non è nel mezo del fiume, ma più da vna parte, et dalla parte superiore delle ripe. m. n. o. & nō dimeno tra li campi da capo. m n. & da piedi. n. o. & conseguentemente ad essi due campi pertinente, per la latitudine delle lor fronti (per la 1. figura di questo) l'altre due Isole questa. c. da capo & la. r. da piedi si ritrouano nel mezo del fiume; onde (per la sodetta 1. fignra di questo) tutte due vengono diuise egualmente, per il mezo tra li campi della ripa superiore. m. n. o. & trà li campi della ripa inferiore. p. q. s. Ma in particolare, in che differisce dalle due precedenti, è che l'isola. a. si dice esser nata nel fiume prima dell'isola. c. & . r. Adūque per la regola. 10. del 1.) perciochè, in questo conuengono & l'alluuione, & l'isola) questa Isola. a. hauerà parte nell'altre Isole. c. & . r. dopò nate. Et del come, hora si eerca in questa presente figura; & però si dice. Dell'isola. a. pigliesi il più prossimo punto (per la Regola 3.) di niun alero d'essa, all'isola dopò nata. c. che sarà. e. & nella ripa. p. q. pigliesi vn punto, che sia più prossimo di niun altro, al punto estremo, dell'isola. c. verso dell'estremo. e. dell'isola. a. che sarà. b. il quale anco si ritroua essere più prossimo all'isola. a. Dal punto. b. e. tiresi la retta. b. e. & questa diuidasi (per la 1. proposi. del 1.) in due parti eguali, nel pūto. d. cō vna perpēdicolare (per la diffi. 11. & propo. 2. del 1.) f. d. ò vero tiresi & dal punto. b. & dal punto. e. capi della sodetta retta. e. b. gl'archi, che s'intersecheranno in. f. & . d. dalli quali. f. d. tiresi la retta. f. d. che detta e. b. sarà (per la sodetta propo. 1.) diuisa in due parti eguali; Onde tutto quello, che sarà di detta isola. c. tolto per detta linea. c. d. per di sopra, aperterrà all'isola. a. gia prima nata d'essa isola. c. Questo istesso operesi, nell'altra isola da piedi; perche, per essere l'istesso, seguirà il medesimo, che nell'altra s'è detto, che s'interlassa, per non essere, senza proposito, tedioso. Bartole proua ciò esser bene, & giustamente diuiso, a questo modo, cio è, se da cose eguali, come sei, se ne leueranno parti eguali, come due, dubio non è che quello, che ne rimane sarà eguale: Ma nel caso supposito, il punto. e. tanto dista dalla sua periferia. f. b. c. quanto

b.c.quanto il punto.b.dalla ſua periferia. f.c. d. perche la linea. b. e.ſi ritroua eſſer comune,ma la linea.f.d.toglie dall'una.e.& l'altra.b.egual parti; adunque queſta linea.f.d.egualmente diſta dall'uno punto.e.& dall'altro punto. b. Onde ciò,che ſi ritroua eſſere ſopra della linea retta.f.d.apertiene al punto.e. & quello, che ſi ritroua eſſer di ſotto di detna medeſima linea. f. d. aperterrà al punto.b.Ma tutto queſto ſi può concludere più breue,& non dimeno & veramente.a queſto modo;cio è la linea b.e.per la perpendicolare.f. d. (per la 1. propo del 1.) ſi ritroua eſſer diuiſa in due parti eguali, nel punto. d. adunque ciò,che ſarà di ſopra,aperterrà al punto. e.& ciò, che ſarà di ſotto d'eſſa.f.d. aperterrà al punto.b.& così &c.come s'è detto,che è veriſſimo, & chiariſſimo.Per il che di dettā Iſola il compreſo delle linee.b.c.&. c.d.aperterrà alla fronte dell'iſola prima.a,& del campo.m.n. & il reſtante di ſotto, aperterrà alla fronte del campo.p.q. ch'era da farſi.

Annotatione.

Queſta figura,perche quaſi in tutto ſi ritroua ſimile alla prima,de quì auiene, che contra d'eſſa vagliono tunte quelle medeſime raggioni, che iui adducemmo; però ſenza che con tedio, ſi replichino, iui sì potranno riuedere. Ma perche in particolare ha come ſi vede, che l'iſola. a.ſia nata prima nel fiume, che l'iſola. e. &.r. & l'iſole nate dopò dell'altra ſi diuidono (per la propo. 9. di queſto) alla gia prima nata, come,& nō altramente,che fuſſe campo & nō Iſola;& Bartole diuiſe l'una.e.di dette due Iſole all'altra. a.come ſi vede, de quì auiene, che biſogna ia particolare dire di queſta diuiſione, ſe ſia ò nò ben fatta,che noi dicemo di nò;porche queſto è veriſſimo, che l'una Iſola applicata all'un campo poſto nella riua ad eſſa Iſola più vicino, non ſi dice più Iſola,ma s'ha nè più ne meno,che'l campo,riſpetto all'iſole, che dopò naſceranno nel fiume,(per la detta 10.propo. di queſto) adunque queſta tale Iſola, deuenuta campo;ſi regola,in tutto & per tutto,come & ntn altramente, che'l cāpo,del quale,è deuenuta parte; & così hauerà le fronti, & le parti & verſi per doue & per come l'ha il campo,al quale adheriſce, come parte & portione d'eſſo; che s'è vero,come par che ſia veriſſimo, neceſſariamente ſegue, che detta diuiſione di Bartole non ſia legittimamente fatta; perche le fronti delli campi,ſecondo delle quali ſi deue diuidere l'iſola,ſono come dicēmo, nelli dell'alluuione,ſecondo & per quel verſo,che determina la regolare del fiume; dūque nel caſo preſente, la fronte dell'iſola. a. diuentata campo, ſarà per quel verſo,che determina la regolare del fiume, che nel caſo noſtro, perche le riue di qua & di la dal fiume ſono pararelle ſarà la linea media. b. r. Ma Bartole di detta Iſola.a.accampata, fece la fronte, per da capo d'eſſa, ſecondo della quale,dell'iſola.c.dopò nata gl'applicò quella portione, che ſi vede; adunque malamente, perche l'iſola non per l'in sù ne per l'in giù del fiume ſi dice hauer le fronti ma per di la & per di qua del fiume a man deſtra, & a man ſiniſtra, per doue ſi ritroua hauere li campi alli quali s'applica che non ha per l'in giù,

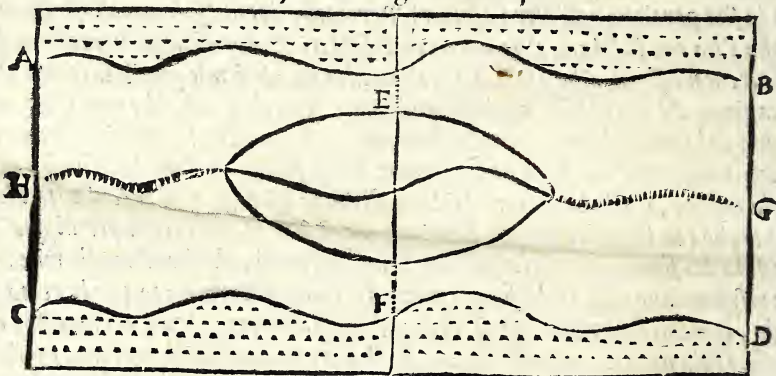
ne per

ne per l'in sù, del fiume dal principio al fine. Di più vi comise vn'altro errore, che per vn sol punto.e.di detta isola. a. più vicino alla detta Isola. c. applicò a detta Isola.a.vna buona portione d'essa Isola. c. & non dimeno contra della naturalezza del punto, che non ha quantità; & contro della legge, che per la quantità delle fronti & non per vn punto, con vn pũto, volse s'applicasse del l'isola, alli campi. Ma se più chiaramente si vuol vedere, che questa diuisione sia falsa; fingasi che'l campo.m.n.che Bartole pose esser tutto d'un patrone, sia di due patroni, diuiso nel punto.u.si che il campo.n.u. sia di Sempronio, & lò. m.u.sia di Lucio. In questo caso dubio non è che'l campo.n.u.per sua fronte ha n.u.& dubio non è che nel punto.u.contermina col campo m.u.adunque sopra di questo punto. u. anco secondo Bartole, si douerà tirare vna perpendicolare, per trauerso del fiume, fino al suo mezo, per diuidere l'isola, tra mezo, che vi sarà, come (per la 1.d'esso Bartole) ma in questo caso appare, che detta perpẽdicolare tirata, sopra del punto.u.non tocca l'isola.c.ma trapassa giusto tra la Isola a.& detta.c.adunque l'isola.a. non ha che fare in detta Isola. a. perche la sua fronte non va per questo verso da banda, come dicemmo di sopra nelli dell'alluuione, all'annotationi della.6.&.7.figura, circa del particolare delle fronti, quante sieno così circa dell'alluuione, come dell'isola & dell'alueo; ma per l'inanzi, per il qual verso non arriua à detta Isola.c. Di più, se questo, che disse Bartole è vero, per qual ragione non disse, che detta Isola. a. hauesse ancora la sua portione nell'altra Isola.r? Percioche detta Isola.a.nell'istesso modo, che s'ha con l'isola.c. s'ha anco con l'isola.r. & non dimeno Bartole, nella Isola.r. non assignò alla Isola.a.portione alcuna, & à mio giudicio senza alcuna ragione s'è vero il suo modo di diuidere. Taccio anco, che non disse cosa alcuna del come, s'haueua da diuidere detta Isola.a. tra le fronti delli campi. o.n.&.m.n. Per il che sarà da riformare detta figura, nel modo, che si vedrà per la nostra, cio è che a detta Isola. a.di detta Isola. r. non tocchi cosa alcuaa; perche con le fronti sue non l'arriua; ma si diuida alli campi per di qua, & per di la del fiume, per la latitudine delle lor fronti, che hanno nelle riue, & che risguardano essa Isola.fino al mezo del fiume determinato, per la retta mediale, come nella prima, & si vede quì nella corretta. Ma s'occorresse, che questa Isula nata di nuouo si ritrouasse situata tra dell'isola antiqua, & li cãpi di loro rimpetto; In questo caso l'Isola antica concorreria alla diuisione di questa Isola nata di nuouo, come, & non altramente, che concorrano li campi de rimpetto; percioche, questa Isola antiqua di gia applicata alli campi, per di qua, & per di la d'essa, in tutto & per tutto sortisce la natura delli campi; onde non si dice più Isola, circa di questo rispetto, ma campi, alli quali, perche si dice l'isola nata di rimpetto, così, & a questa Isola antiqua anco si deue, che non più Isola, ma campo vien detta & nominata. Donde auien poi, che, se per caso a questa Isola antica a poco a poco, per l'alluuione s'accrescesse ò per da capo, ò per da piedi, ò da lati, che si sia quantità d'alluuione, questa non d'altri (perche altri non vi sonno) saria, che di questa Isola, se bene se gl'accrescesse per

se per

ſe per qual ſi voglia quantità, anco per miglia & miglia, verſo di ſopra, ò verſo di ſotto del corrente del fiume; & di qua, & di la arriuaſſe quaſi alli campi di rimpetto; perche (come hauemo detto) ſi fatta Iſola ſortiſce la natura, & proprietà de' campi, alli quali s'acquiſta in infinito l'alluuione ad eſſi contigua per le latitudini delle loro fronti, come dicemmo de' campi, che, perche, come l'iſola, non hãno dalla natura loro, che per tutte le loro parti, come l'iſola poſſino acquiſtare dell'alluuione, de quì auiene, che eſſi campi ſolo per le lor fronti c'hanno dinanzi all'alluuione, n'acquiſtano, & non per tutte le ſue parti; come l'iſola, dalla quale per queſto differiſcono, & nel reſto conuengono. Et per queſto iſteſſo auiene, che ſe come i campi nell'acquiſtarſi l'iſole nate nel fiume, ſolo hanno riſpetto alle nate di rimpetto, & dentro delle latitudini delle loro proprie fronti ne trapaſſano ne in sù più ne in giù di quello, che comportino le lor fronti con le loro latitudini, così ancora fa ſimilmente l'iſola, onde, come alli campi non apertengono l'iſole nate nel fiume di ſopra ò di ſotto delle fronti loro, così ne anco all'ſola antica apertengono, l'iſteſſe Iſole nouamente nate per il di ſopra, ò per il di ſotto d'eſſa, per il qual verſo non s'eſtendono ne ſi dicono fronti, come, & non altramente, che hauemo detto ſuccedere ne' campi, che in queſto caſo l'iſola antieua è l'una & iſteſſa coſa medeſima. Ma Bartole diuiſe altramente, adunque male.

iiij. 26. Figura xxxiiij.

A B E H G C F D

Queſta figura è la. 1. della. 2. parte principale di queſto libro, cioè dell'iſole c'hãno le ripe nõ rette, ma di linee curue; & ha trè figure, la prima, delle quali è q̃ſta, che è quãdo l'una et l'altra ripa curua è aſſieme equidiſtante, cio è che così l'una come l'altra s'incuruano, & ſi riducano in cõueſſità ſcãbieuolmente riguardãdoſi. La 2. è quãdo l'una ripa è curua et l'altra è retta; La 3. è quãdo le ripe ſono differẽti; cio è che l'una da vna parte è curua ad vn'altro modo et l'altra dell'altra parte è curua a vn altro modo. Queſta prima, dũque cõuiene, nella magior parte, & in effetto, in tutto & per tutto cõ la 1. figura, di q̃ſto 2. Perciochè le ripe di ſopra. a. e. b. & le ripe. c. f. d. per di ſotto, ſe nõ ſono rette, ſono, in effetto, almeno paralelle, come le della prima figura (p la diffi. 6.) &

l'iſola

*l'isola nel mezo del fiume; Onde come nella detta prima, così in qsta cõ vna corda sarà da pigliare la latitudine del fiume, da capo a.e. & da piedi. b.d. & radoppiata detta corda, d'essa ritrouisi il mezo, & notisi con vn nodo che sia g. & cõ sì fatta annotata corda, che adesso sia in questa figura b.g.d. ritornisi al fiume, et aggiustata dall'vna & dall'altra ripa con li suoi capi, trascorrasi da capo, à da piedi, ò da piedi, à capo del fiume che giustamẽte diuiderà tutta detta Isola * in due parti equali, pche ritrouãdosi le ripe. a. e. b. di sopra & la e. f. d. di sotto, come s'è sopposto paralelle, il nodo. g. della corda b. d. trascorrerà sempre per il mezo del fiume, & dell'isola, * per la linea. g. *. h. che diuiderà in due parti equali, da alto a basso. Perilche (per la regola 2. & 7.) d'essa Isola la parte sopra a detta linea. h. g. aperterrà alli campi superiori. a. e. & e. b. da diuidersi nondimeno tra di loro, per la latitudine delle fronti di lor campi (per la Regola quinta di questo secõdo) di che longamente s'è trattato in tutto il primo, doue come si faccia, si deue vedere; Et l'altra parte di detta Isola per di sotto di detta linea. h. g. sarà delli campi inferiori. e. f. & f. d. da diuidersi trà di loro per le fronti di ciascun di loro, come s'è detto nel principio di questo trattato, cioè nel punto de' lor confini (per la propositione 2. del primo) tirare vna perpendicolare, perche questa perpendicolare diuiderà equalmente tra di loro tutto dell' Isola, come nel primo dell'alluuione.*

Annotatione.

Questa figura è giustamente diuisa così, rispetto al mezo del fiume, come anco rispetto alle fronti delli campi; mà nondimeno patisce tutti quei mancamenti che hauemo ueduto & detto patire tutte l'altre antecedenti, & massime circa del delineare la linea mediale; percioche, secondo il come la delineò Bartole, è impossibile, & la ragione è, che quei tali che tireranno la corda che esso Bartole dice essere il mezo & la metà del fiume, per da capo al da piedi del fiume, et d'essa Isola, per rispetto, che nõ hauerãno regola, è impossibile che la tirino ad angoli retti, come deue essere tirata; onde di necessità la tireranno ad angoli acuti, cioè l'vno anderà inanti, & l'altro anderà indietro, questo per il verso del fiume, del quale si cerca il mezo, & quell'altro per la riua delli campi; perche non haueranno tra loro che li tenga a bilancia ad equilibrio, nel da capo fino al da piedi dell'isola & del fiume, del quale cercano delineare il mezo, delineando detta linea, che è come quasi stanga della bilancia, & essi sono le bilancie istesse; onde se non haueranno questa mediale, non sarà mai possibile di diuidere giustamente l'isola. Di più, perche nel detto modo di Bartole, è impossibile di ritrouarsi il mezo per da capo, & per da piedi del fiume, per quanto comporta l'isola; prima perche le riue in questo caso si suppongono curue, & storte, delle quali per rispetto della loro irregularità, non si può senza di qualche regola che Bartole non insegnò ritrouare la media. Secondo perche dato che fossero rette, nondimeno, come dicemmo poco fà di sopra in questa, & nell'antecedente figura, è impossibile che detta sua corda si tiri ad angoli retti, col mezo del fiume che si cerca, che se non si fà, perche sarà tirata ad

*angoli acuti, cioè da questa parte della riua piu in giù, & da quell'altra parte della ripa del fiume più in sù, se si radoppierà, come disse Bartole, sarà ben ritrouato il mezo, per quel verso in trauerso, che detta corda sarà tirata, ma non già per la dirittura ad angoli retti, dall'vna all'altra ripa del fiume. Ne s'hauendo il mezo vero nel da cima, non s'hauerà anco da questo pũto da capo fino al punto nel da piedi; onde non si potrà diuidere giustamente l'isola. Mà diuidendo, come insegnammo noi, ciò non interuiene; perciochè in simil figura rettificherassi l'isola, & il corso del fiume, che di quà & di là d'essa la bagna. Il che come si faccia s'hà (per la propositione xix.) Doppò nelli estremi punti, da capo & da piedi di questa linea regolare tirerassi una & un'altra perpendicolare che tocchino la ripa per di quà & di là dal fiume, che come si faccia s'hà (per la propositione seconda & 16.) Queste due perpendicolari, l'vna & l'altra diuiderassi in due parti equali (per la propositione prima.) Da questi due punti medij ritrouati in dette due perpẽdicolari, tirerassi una retta, che sarà la regolare che aiuterà giustamẽte à ritrouare la mediale tortuosa, tra dette spõde tortuose; perciochè opererassi in questo caso, come si uede nella propositione xx. Circa del diuidere poi alli campi laterali la portione dell'isola, che di quà del fiume per detta linea mediale è stata determinata gouernerassi come s'è detto nella figura. 1. di questo libro. Mà se questo sodetto modo di ritrouare per da capo & per da piedi dell'isola il mezo giusto della latitudine del fiume, paresse difficile, per rispetto che può facilmente occorrere, che l'isola non stia cosi nel fiume situata, che si possa discernere il da capo & il suo da piedi, gouernesi come insegnammo nella sodetta propositione xx. giunta con la propositione xviij. cioè per la propositione xix. regolensi le tortuose ripe; Ciò conseguito (per la propositione ij.) tirẽsi le perpendicolari per da capo, & per da piedi dell'isola; Queste diuidansi (per la prima) in due parti equali. Da questi medij pũti tirẽsi vna retta et operesi come di sopra, che giustamente ne succederà l'istesso. Per ilche accorgerassi che Bartole in questa sua figura, nel diuidere la portione dell'isola alli campi di quà & l'altra alli campi di la del fiume errò; perciochè (& auertasi che questo errore è anco secondo il suo proprio modo de diuidere, cioe per li punti, & ne' punti de' confini posti nelle riue) come si vede le riue sono curue. Sopra di linee curue non si può tirare linea perpendicolare, come da se è notissimo; & nondimeno nelli punti. c. & .f. suppose tirar le perpendicolari. Et se si dicesse nò: ma linee perpendicolari, che rispetto alle sponde d'essa curua, a detto punto, sopra del quale si tirano queste perpendicolari, sieno perpendicolari; rispondo che a questo modo s'altereranno le fronti de' campi, cio è che si ristringeranno, ò si allargheranno nell'isola più di quello che sieno nelle ripe, & l'vna delli campi suffocherà & sopprimerà l'altre de gl'altri campi; & cosi hauerà chi più, chi meno dell'isola di quello che risguardi la fronte, come dicemmo nelli dell'Alluuioni, & si uede nella figura istessa di Bartole, nelli detti punti f. * c. & nella nostra corretta, come di sopra.*

Figura

v. 27. Figura xxxv.

Di trè dati punti potersi ritrouare il centro, sì, che da questo delineandosi vn circolo, con la sua circonferentia, tocchi tutti trè li dati punti. Di questa s'è detto assai largamente nel primo, alla propositione. 8. però iui sarà da vedersi; perche, senza alcuna necessità, & con fastidio, non replichiamo il medesimo; S'è non dimeno d'essa voluto far questa mentione, poi che Bartole, in questo luogo, l'ha posta; per non parere di tralassare, n'in questo luoco, ne di sopra, ò di sotto, altroue, cosa d'esso Bartole, che necessariamente importi come questa.

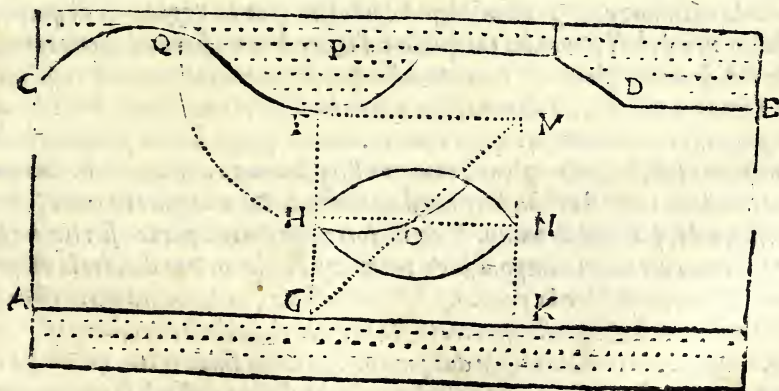
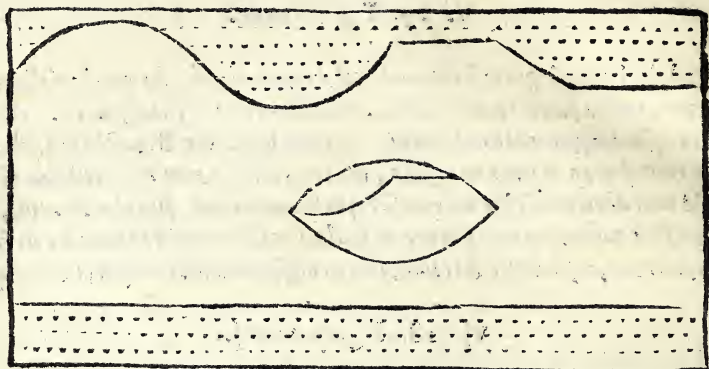
vj. 28. Figura xxxvj.

Da tre punti assunti, che da vna retta data, & da vn punto dato equidistino, si può constituire vna portione di circolo, che diuida egualmente il contenuto tra detta retta data, & tra detto punto dato. Di questa ancora è stato detto a bastanza nel. 1. alla propositione 9. che in continẽte s'applica alla susseguente figura cio è. vij. xxix. xxxvij.

Annotatione.

Di queste due figure non occorre dire altro di quello, che gia ne dicemmo; perciochè non hanno alcuna difficultà, & quello, che contengono è verissimo; se bene non fanno a nostro proposito; perche non ne bisognano; poi che non diuedemo nel modo di Bartole, secondo del quale dette figure sono necessarie, ma diuidemo in vn altro modo, al quale non fa bisogno ne l'una ne l'altra figura, ne manco tante quante ne pose Bartole, però s'interlassano.

vij. 29. Figura xxxvij.

Corretta.

Questa figura è la seconda delle linee ò di ripe di linee curue; & differisce dalla precedente; perche da vna sol parte ha vna ripa curua. c. d. e. perche dall'altra ha la ripa retta. a. b. Doue la precedēte hauea tutte le ripe, & dall'una & dall'altra parte curue. Cercasi la giusta diuisione di questa Isola, ò tra le dette ripe, ch'hanno trè campi, due di sopra. p. & . d. & di sotto vno. a. b. Per venire dunque al fatto, dicesi, che, pche la diuisione dell isola (per la Regola. 3.) si fa p vigore di prossimāza in q̄sto nostro caso, p q̄sto rispetto, il cāpo. d. e. nō hauerà, che partire in q̄sta Isola, come q̄llo, che cō le sue frōti. d e. da essa Isola, o. & sue estremità, si ritroua esser più lōtano, che li cāpi. c. p. di sopra et di sotto. a. b. Adunque si tratta della diuisione di detta Isola da farsi tra gl'altri due cāpi, di sopra. c. p. & p di sotto. a. b. pche, il di sopra. c. p. nō ha più appresso a detta Isola o. che'l punto. f. & il campo di sotto. a. b. ha quasi tutta la sua fronte, per linea retta. a. b. Ma il punto (per la prima diffi. del 1.) perche è indiuisibile, non fa fronte; adunque (per la regola. 5. di questo. 2.) non doueria hauer alcuna parte; Non dimeno, si risponde, che nella diuisione dell'isola non si considerano le fronti de' campi, come latitudini, c'habbino alcuna quantità, ma solo la vicinanza, & prossimità, più dell'altro (per la Regola. 3. di questo) ma dubio non è che'l punto ha tal qualità d'essere ò non essere ad alcun termine, & più & meno vicino & lontano, adunque segue euidentemente, che'l sodetto campo c. p. se bene à detta Isola. o. non ha di se alcuna parte più vicina, che'l punto. f. non dimeno per questo punto. f. con il quale, l'è più prossimo habbia in detta Isola la sua portione, come ve l'ha il campo di sotto. a. b. dunque s'ha da vedere. come si debba fare questa diuisione. Da vna parte, come si vede di sopra è il più vicino punto. f. & di sotto per l'altra parte, si ritroua la fronte di linea retta del campo. a b. & tra mezo l'isola. o. Per diuiderla dūque tra questi due campi (per la prop. 9.) cōstituiscasi vn quadrato tra detto pūto. f. & della retta. a. b. & questo quadrato sia. m. g. Nel quale si ritrouino trè punti h. o. m. egualmente distanti, & dal punto. f. & dalla linea retta, & adesso ripa, & fronte. a. b. che in questo caso (perciochè diciamo essersi fatto vn quadrato,

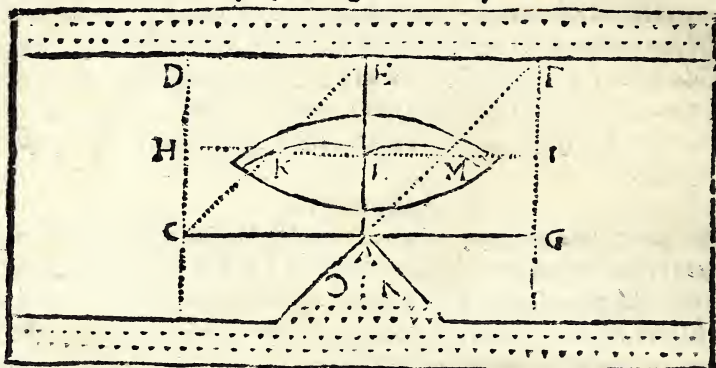
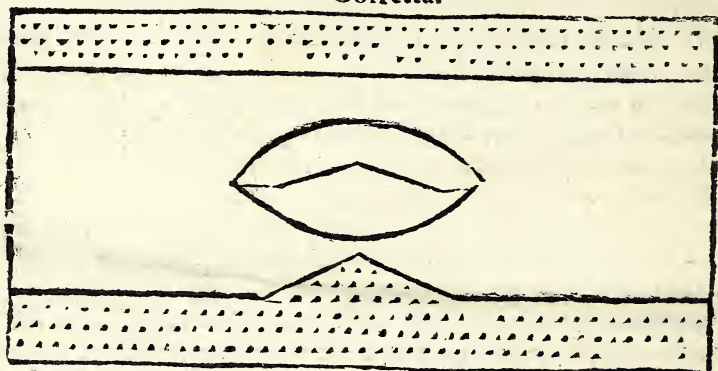
drato, & questo non può (per la diffini. 29.) esser più che de' lati eguali d'essa.a.b.sarà la portione.g.K.b.li qual trè pũti equidistanti dal pũto.f. & dalla retta.g K.saranno (per la medesima propo.9.) &.h.&.o.&.m. Di questi trè punti h.o.m.ritrouasi (per la propo.8.) il centro, che sarà.p.da questo centro. p.descriuasi vn circolo.p. q. r. il quale toccherà (per la propo. 9.) li detti trè punti.h.o.m. con la sua circonferentia. Dicesi dunque, che tutto il contenuto di detto circolo, nel concauo.p.q.r.m.o.h.dell'isola.h.sarà di sopra del punto.f.& così del suo campo.c.p.d. che è tutto il contenuto della portione d'esso circolo, nell'isola.q.h.o.r. L'escluso, ò vero il di fuori del conuesso di detto circolo istesso.p.q.r.m.o.h.dell'isola.o.aperterrà al campo di sotto.a. g. K. b. & così sarà diuiso il tutto dell'isola. q. o. h. r. come consta, (per la sodetta proposi.9.) che era da farsi.

Annotatione.

A me pare, che a ciascuno, che vede questa presente figura di Bartole, incontinente si chiarisca, che è strauagantissima; & che non gli parrà diuisa, ne secõdo della legge, ne secõdo della ragione, ne della esperiẽtia; Et di più, che sia così solitaria, che non si possi esseguire quello, che n'insegna; eccetto, che nell'istesso suo proprio & indiuiduo caso; Che, perche meglio s'intenda, sommariamente adurrò i diffetti, & mancamẽti suoi, delli quali, il primo è che non si sà il modo (perche non l'insegna) col quale si possa ritrouare la latitudine del fiume, per da cima, & per da piedi dell'isola. 2. Non ve si vede la linea mediale, onde ne nasce il 3. cio è che l'isola non è diuisa egualmente, per il mezo del fiume, & così, che magior parte di essa sia, per di qua, ò per di la del mezo del fiume, che non comporta il douere, ne'l giusto, che è solo fino al mezzo del fiume & non più oltre 4 si diuide, hauendosi risguardo all'un punto, & non alla frõte delli campi; Difetti tali, che come s'è mostrato, non è possibile, che si possa diuidere alcuna Isola, se non ingiustamente, contra della legge, & dell'esperiẽtia; Che detti diffetti poi, ve si ritrouino, appare dalla figura istessa; gl'altri mãcamenti comuni a tutte l'altre figure, delli quali, & anco questa non è libera, gl'interlasso; adunque questa figura, in alcun modo, non può stare; Per corregerla dunque (per la propo. 19.) reducasi a regolarità la tortuosità della ripa. c.e. & sopra questa ripa, di qua, & l'altra ripa di la del fiume.a.b.da capo & a.da piedi d'esse, per il principio, & per il fine, ne' punti estremi dell'isola, che li tocchi (per la.18.propo.) tiresi vna, & vn'altra perpendicolare; queste diuidansi (per la.1.propo.) in due parti eguali, & da questi due punti medij tiresi, vna retta, che sarà la regola, con la quale s'hauerà da regolare la diuisione, di questa presente Isola, & figura; perche, per il mezo di questa (per la prop.21.) ritroueraſsi la linea mediale del fiume, che in questo caso, determinerà qual parte ò tutto ò pũto dell isola sia di qua, & qual sia di la da detto mezo, verso delli campi di qua ò di la dal fiume collaterali, ad essa portione di detta Isoso. Queste parti due dell'isola, annotate per detta retta mediale, diuidãsi alli campi per di qua, & l'altra a gl'altri per di la dal fiume, p la latitudine delle

lor

lor fronti, come, & nel modo; che dicemmo nella. 1. figura di questo, & si vede, nella nostra corretta figura; e ciò basti, interlassando il resto, che si potria dire, in mostrare i diffetti, & mancamenti della di Bartole, che in somma, non serue ad altro, che moltiplicar parole, senz'alcun proposito; l'istesso farò anco nelle susseguenti figure, per l'istesso rispetto, & causa gia dette.

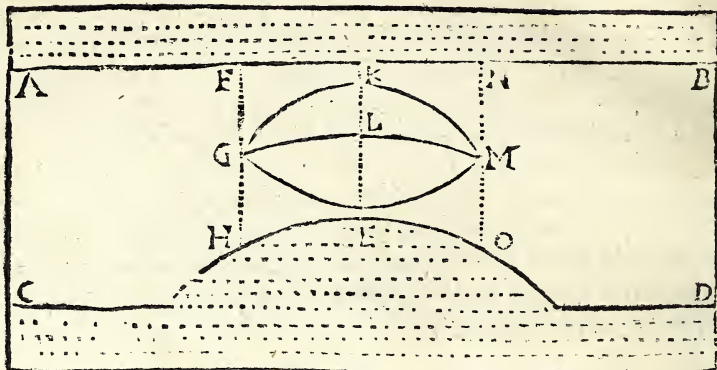
viij. 30. Figura xxxviij.

Corretta.

Questa figura è differente dalla precedente; perche nella precedente l'un punto più vicino all'isola delli campi, che comprēdeuano tra se l'isola, cadeua a capo dell'isola. & in questa, il punto più vicino all'isola delli campi. a. cade nel mezo dell'isola. b. ò poco sù ò poco più giù ò poco più alto ò poco più basso, che questo non importa. Per il che segue, che sia la medesima diuisione, & la medesima operatione, che è stata della precedente; eccetto, che per che il punto. a. cade nel mezo dell'isola b. & non nell'una delle sue estremità ò da capo ò da piedi, bisogna fare, non vn sol quadrato, come nella precedēte, ma due quadrati, acciò che tutta l'isola dalla diuisione sia compresa; perche da vn sol quadrato non saria compresa. Sia dunque l'un quadrato. a. d. & l'altro. e. g. Diuidasi (per la propo. 9.) l'un de' lati. d. c. d'esso quadrato. a. d. in due parti eguali. b. b. Doppò, tiresi il diametro. c. e. & in questo quadrato. d. a. ritrouensi trè

punti

punti equidistanti, così dal punto detto.a.come dalla ripa. d. e. che saranno.c. K.b.delli quali trè punti.c.K.ritrouesi (per la propo.8.) il centro.n.& da questo delineesi vn circolo, che toccherà li detti tre punti.b.K.c.Quel dunque che sarà compreso drento del concauo, di questo circolo, che toccha li detti tre pũti.c.K.b.aperterrà al campo del punto.a.lò di fuori del conuesso, del medesimo circolo.c. K. b. aperterrà al campo delle fronti.d.e. (per l'antecedente figura, & per la propo. 9.) Il medesimo si deue operare & seruare nell'altro quadrato.e.g.cio è diuidasi in due parti eguali.b.e.& tiresi il diametro. a. f. & ritrouensi, in questo quadrato.e.g.trè punti equidistanti, così dal punto dato. a. come dalla ripa retta.e.f. che sarãno. g. m.b. delli quali ritrouesi il cẽtro (per la propo.8.) che sarà. o.& da questo delineesi vn circolo, che toccherà li tutti trè sodetti punti.g.m.b.tutto il contenuto nel suo concauo.b.m.g.nell'isola, sarà del campo del punto.a.il resto, sopra del conuesso, sarà del campo della ripa.e.f.(per la sodetta propo.9.)

Annotatione.

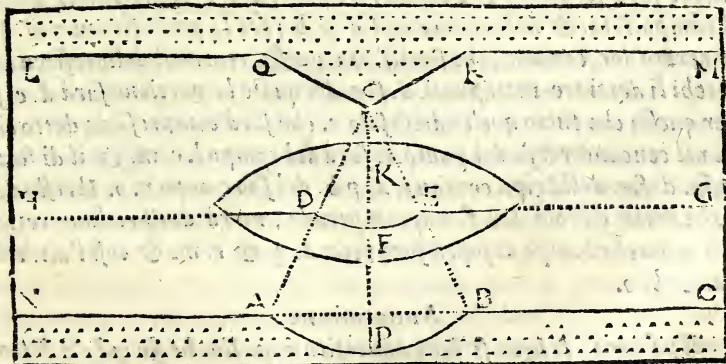
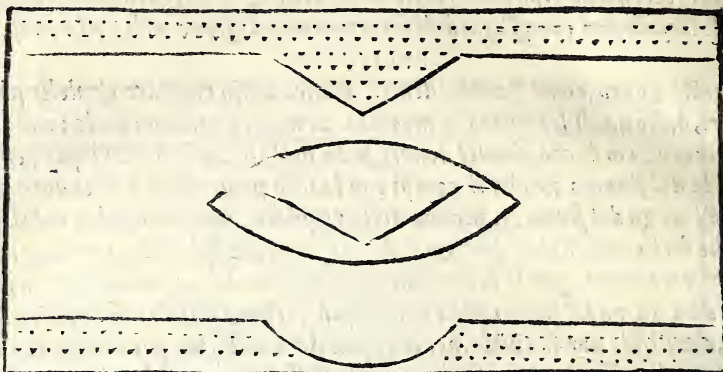
Questa figura, oltre li diffetti, & mancamenti comuni a tutte queste figure, patisce anco tutti gl'istessi, che noi adducemmo, nella precedente figura, dalla quale, circa di questo, niente differisce; perche come si vede, manca delle linee, per le quali si viene a ritrouare la linea mediale, della quale anco manca; onde non s'assegna giustamente quanto, dell'isola sia di qua, & quanto sia di la del mezo del fiume; & così si dà più del douere d'essa Isola alli campi per di qua, che alli campi per di la del fiume. In oltre, in questa figura si diuide, per lo rispetto dell'un punto delli campi, & non per rispetto delle fronti; cose tutte inconuenientissime, & contro della legge. Lasso, che a far quello, che n'insegna Bartole, oltra l'essere intricato, & difficilissimo, & che solo si possa operare in carta, & in questa sola istessa ò simile figura, che occorresse, & non in alcuna altra, bisogneria di più essere più che perfettissimo matematico; & non dimeno ne le leggi, ne li Giurisciõsulti hauẽdone detto cosa alcuna, par pure, che non l'hauessero per così cosa difficile, come segue per il modo, che di diuidere, n'insegnò esso Bartole. Per corregere dunque questa figura, adoperesi ne più ne meno, che dicemmo nella precedẽte; per ciò che è l'istesso caso, come dicemmo, & si vede nella nostra corretta.

ix. 31. Figura xxxix.

Questa figura è differente dall'antecedente; perche, se ben questa, come l'antecedente habbia da vna parte l'una ripa retta.a.b. non dimeno dall'altra ripa.c.d.e.si ritroua hauerla nel mezo.e.conuessa, verso dell'isola. l. Doue la figura.23.dall'una, & dall'altra ripa, l'ha retta; & la. 24. l'ha da tutte le ripe curue; & la 29 dall'una ripa l'ha retta, & dall'altra vn punto, & la.30.dall'una ha la ripa retta, & dall'altra ha la ripa, che ha vno angolo acuto. Adũque è differente da tutte l'antecedenti fin quì dette. Cercasi dunque del modo di diuider giustamente, questa Isola, tra dette ripe.a.b.retta, & .c.d.e.conuessa, Per il che, dicesi, che, per conseguire questo, da capo dell'isola.b. bisogna ritrouare l'un punto, che egualmente sia lontano, & dalla ripa superiore retta. a. b. & dalla ripa inferiore, conuessa. e. che s'hauerà, se si ritrouerà vna corda, & si distenda dalla ripa retta.a b.fino alla ripa conuessa.e.per il capo. g dell'isola.l. con notare il mezo nella detta corda, cõ vn nodo, come dicemmo farsi anco nella 1.figura di questo 2.& di nuouo, con questo nodo, applicarla à gl'estremi delle sodette ripe, retta.a.b.& curua.e.nelli punti della retta.f. & della curua.h.che caderà detto nodo nel punto. g. da capo dell'isola. l. Questo istesso si faccia, per il mezo da alto a basso dell'isola istessa, con vn'altra corda, come l'altra, con vn nodo segnato, nel mezo, che nel nostro caso proposito, sia la retta.K.l.e.che'l nodo sarà.l.& le ripe estreme et opposite, per di sopra. k.& per di sotto.e. Così ancora si operi nel fine dell'isola, & sia la retta. m.n. o.& il nodo suo nel mezo il punto.m. Di questi trè punti da capo.g nel mezo.l. da piedi.m.di detta Isola, tutti egualmente distanti dalle ripe, delle quali sonno mezi cio è dalla retta a.b.& dalla curua.c.e.d. ritrouesi il centro, (per la propo.8.) che sarà.p.& da questo delineesi vn circolo, che tocchi detti trè pũti.g.l.m.& questo arco di circolo. g.l.m. sarà la linea diuisoria dell'isola, tra dette ripe, retta.a.b. & curua.c.e.d si che il contenuto di drento del suo concauo,

cauo, aperterrà alla ripa couessa.c.e.d.di sotto, & il di sopra, della istessa portione di circolo, nel couesso sarà della ripa retta di sopra. a.b. (p la prop. &c)

Annotatione.

Questa figura, come l'antecedenti, manca della regolare & delle perpendicolari, dalle quali si ritroua la mediale. 2. manca della mediale; onde nasce l'uno errore, cio è, che più del douere si da dell'isola alle ripe di qua, che alle ripe di la del fiume; & che li campi con la loro protensione s'estendono più oltre, che'l mezo del fiume. 3. manca della regolare; onde ne risulta vn'altro errore, che è che alli căpi di qua, & di la dal fiume, nõ si da della portione dell'isola a loro pertinenti, per la latitudine delle lor fronti. 4. si diuide per lo rispetto, che s'ha ad vn sol punto, delli campi, più vicino all'isola; onde nasce l'altro errore, che l'isola non si diuide, per le fronti de' campi, ma per lo rispetto ad vn sol punto, che essendo indiuisibile, (per la diffi. 1.) non può in alcun modo, far fronte, non che esser causa, che dell'isola se gl'applichi molto magior portione, che non s'applica a quei campi, che altramente hanno fronte, & quătitatiua, come si vede espressamente nell'istessa figura, la quale correggerassi, operando nell'istesso modo, che s'è insegnato nelle precedenti figure; percioche il nostro modo è sempre perpetuo, & infallibile in ogni caso, di qual se sia figura, che si proponga di ripe curue ò rette, ò mescolate come dicemmo. Et se si dicesse l'istesso segue nell'uno, che nell'altro modo: Concedo esser vero, ma non però è vero il modo di Bartole, ne che non manchi di tutto, senza di che giustamente non si può diuidere, come hauemo detto, & in questa figura è occorso essersi giustamĕte diuiso, perche è anco occorso, che le ripe sieno della positura, che si vedono descritte, che se così non fusse occorso ò vero si ritrouassero per de qua & per di la dell'isola più căpi delle, che vi suppose Bartole, dubio non è che a niun fatto potria stare, adunque è ben diuisa, ma a caso, & è solitaria come s'è detto.

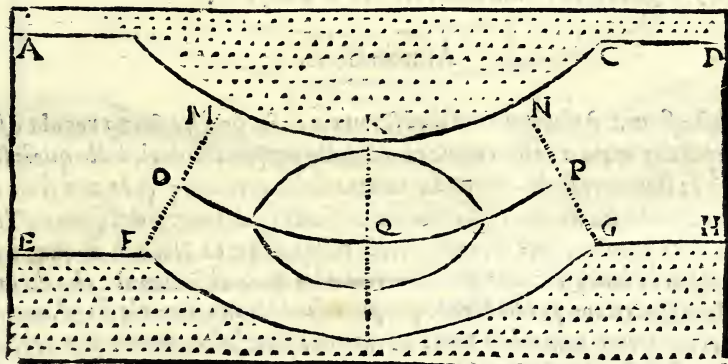
x. 32. Figura xl.

Corretta.

*Questa figura è differente dalla precedente; perche questa da vna parte della ripa.l. c.m ha vn sol punto c.dall'altra ripa.n. a.b. o l.la curua in a. b.col concauo verso dell'isola.K. Per far dunque questa diuisione; prima biso gna tirare vna retta.b.a. nella ripa.n. o. dall'estremo del cõuesso.a p.b. all'al tro estremo.b et questo p escludere il cõcauo.p fino allo.a.& al b.come quello che è lõtano più di detti pũti & a.& b.dall'isola K.p la qual vicinãza (come p la regola 3.) si diuidono l'isole;dopò tiresi vna linea retta nulla dal.c.pũto del campo.l.m.c allo a.punto,doue termina il concauo & termina ancola ripa ret ta del campo. n. a. p. b. o. & ancora tirasi di sopra vn'altra linea dal c. punto(com'è stato detto)del campo l. c. m. al punto b. punto del concauo, & retta ripa,di sotto del campo. o. b. p. a. n. & (per la prima propositione) queste due linee a. c. & c. b. diuidansi in due parti equali, & cosi nel mezzo ne' punti.d. della.c.a. & nel punto.e. della c. b. Doppo ritrouesi il mezo tra'l sodetto punto c. del campo. l. m. c. & l'altro punto p. dal concauo. a. p. b. della ripa. n. a. p. b. o. tirandoui (come s'è detto) vna retta nulla c. p. la quale diuidasi (per la sodetta propositione prima) in due parti equali, che sarà nel punto f. Di questi tre punti d. f. e. equidistanti dal punto c. del campo.l. m. & dalla concauità.a. p. b.(per la propositione viij.) ritro uisi il centro lor comune, che sarà.f. Da questo centro.f. delineesi vn circolo che tocchi li detti tre tutti punti. d. f. e. del quale la portione sarà d. e. f. Dicesi per questo che tutto quello dell'isola r. che sarà compreso da detto circolo d. f. e. nel concauo verso del punto.e. sarà del campo l. e. m. & il di sotto dal conuesso. d. f.e. della ripa concaua. a. p.b. del suo campo n. o. Il resto dell'iso la K. che detto circolo d. e. f. non comprende, verrà diuiso a linee rette.e. g. & d. h * perche le ripe di sopra sono rette.l. q. & r. m. & cosi l'altre di sotto.n. a. & b. o.*

Annotatione.

Questa figura, se bene si sarà auuertito a quello che fin quì s'è detto, vedrassi, che patisce quelle istesse difficultà, che patiscono l'antecedenti, cioè, che

manca

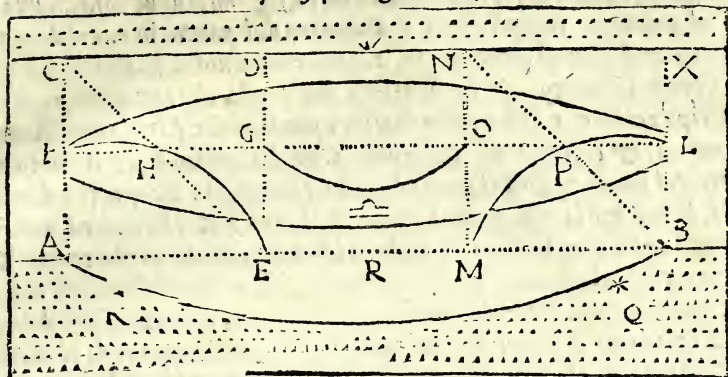
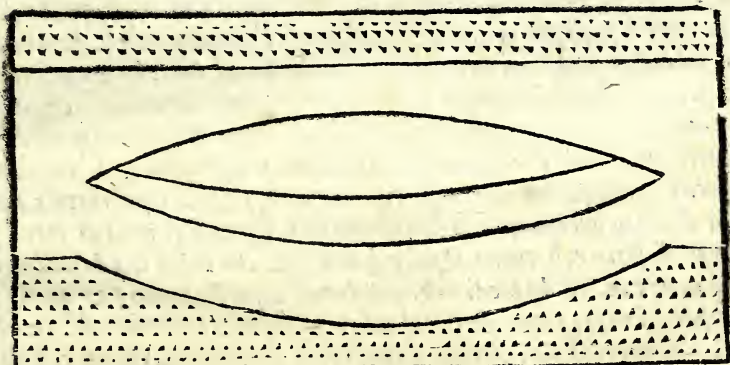
manca della regolare, & delle perpendicolari, dalle quali si uiene a ritrouare la mediale. Secondo manca della mediale; onde n'è nato errore, che li campi di quà, & di là del fiume, s'estendono più oltre del mezo del fiume, ad applicarsi dell'isola diuisa, mà non giustamente per il mezo & metà del fiume. Terzo manca della regolare; onde n'è successo che alli campi di quà & di là del fiume, de ll'isola della lor banda, non se gli dà per la latitudine delle fronti. Quarto per l'vno & l'altro di questi mancamenti n'è successo che l'isola non sia diuisa alli campi per la latitudine delle lor fronti: ma solo a rispetto d'vn sol punto delli campi più uicino ad essa Isola: onde s'è incorso in questo altro errore d'attribuire al punto, per se indiuisibile, (per la diffi. j.) quantità, cioè fronte; & fronte molto maggiore della di quelli campi, che l'hanno quantitatiua, come si uede nella istessa figura di Bartole, senza che io tediosamente lo deduchi: Per il che corregerassi nell'istesso modo che hauemo fin quì detto douersi corregere l'antecedenti, & che si vede espressamente, per la nostra figura, che hauemo soggiunta alla quale mi rimetto.

xj. 33. Figura xlj.

Questa figura è differente dalla precedente & da tutte l'altre fin quì dette; percioche nelle precedenti vn sol punto della ripa superiore era il più propinquo all'isola; ma di questa della ripa su periore a. b. c. d. non solo vn punto ma tutto il conuesso b. K. e. si ritroua esser propinquo all'isola. o. q. cosi anco alla ripa inferiore il concauo. f. i. g. tutto, non che a ciascun punto dell'istessa isola. q. quasi paralellamente all'altra fronte del campo superiore; perche l'vna è conuessa, & l'altra rispetto a questa istessa è concaua, come quasi continente & contenuto; Per diuider dunque questa Isola. q. prima bisogna (come si fece nella precedente) della ripa concaua inferiore. f. i. g. dalli suoi estremi punti. f. & g. che si tiri la corda nulla. f. g. per la causa detta nulla precedente. Doppò dal punto. f. nel quale sia fermato l'vn pie del sesto, l'altro pie si

distenda fino al conuesso b. K.c. della ripa superiore, donde si causerà un circolo, il qual circolo intersecherà, & sarà intersecato dal conuesso. b. m. K. & nel punto. m. Da questi punti. f. m. tiresi una retta nulla. f. m. & questa (per la prima) diuidasi in due parti equali nel puuto.o. Il medesimo operasi nell'altro punto. g. della estremità della ripa concaua inferiore, che toccherà la ripa superiore conuessa nel punto.n. & tiresi vna retta nulla n. g. laquale diuidasi, (per la prima propo.) in due parti equali, nel punto. p. Doppò dal mezo del concauo della ripa di sotto dal punto.i. fermato iui l'vn pie del sesto, l'altro distẽdasi fino alla ripa cõuessa di sopra.m. K. n. & notesi in questa ripa cõuessa il piu prossimo pũto. K. alla ripa concaua di sotto.f.g. & tiresi la retta nulla.i. K. & questa. i. K. come l'altre due diuidasi (ꝑ la medesima propo.j.) in due parti equali, & cosi nel pũto.q. Di questi tre punti.o.q.p. ritrouati equidistãti da dette ripe, & cõcaua, & cõuessa (ꝑ la viij. propositione) ritrouesi il cẽtro che sara il pũto.r. & da questo delineesi vn circolo, che toccherà detti tre pũti o. q. p. Questo arco q. p. o. dicesi che sara quello, che diuiderà l'isola q. tra detta ripa concaua f. i. g. di sotto, & tra la ripa di sopra conuessa b. K. c. egualmente. Perilche il compreso dal concauo di detto arco o. q. p. sarà del conuesso di sopra. b. K. c. & il di sotto dal conuesso.o. q. p. sarà del concauo di sotto f. i. g. come nell'antecedente, ch'era da farsi.

Annotatione.

Questa figura è giustamente diuisa; ma a caso, perche senza regola è stata diuisa; perche manca della regolare, & delle perpendicolari, dalle quali si conseguisce la linea mediale. Secondo manca della mediale; onde non si sa qual parte dell'isola sia di qua, & qual parte sia di la del mezo del fiume. Terzo manca della regolare, per la quale, della parte di detta Isola, ò di qua, ò di la del mezo del fiume, si sa che portione si debba dare alli campi, che da questa parte lo risguardano per la fronte propria di ciascuno. Iuterlasso gl'altri mancamenti che sono comuni a tutte, come che senz'altramente piu replicarli con tedio si possano ridurre a memoria; rileggendo il fin quì da noi detto di sopra. Per ilche non soggiungeremo in questa, come hauemo fatto fin quì nell'antecedente altra figura corretta, solo ne basti hauere auertito delli diffetti, delli quali è macchiata, che se si vorrà correggere, procederassi in questa, come s'è detto nelle precedenti, che succederà l'istesso per essere l'istesso modo, & la medesima regola, come nell'operare altri se n'accorgerà.

xij. 34. Figura xlij.

Corretta.

In questa figura, la ripa di sopra c.x. si ritroua essere retta, & la ripa a.b. di sotto essere circolare; Nelle linee circolari, quando si ritrouano di rincontro ripe rette, ò linee rette; sempre si deueno far le diuisioni per quadrati come, & di sopra anco auertimmo nella 7. & 8. figura; Da questo auertasi che è verissimo quello che di sopra ancora dicemmo nel principio di questo libro 2. cioè che l'ordine delle figure di questo libro da Bartole fù distinto dalle del Primo libro; percioche detta 7. e 8. che quì allega Bartole, secondo l'ordine comune è la xxix. & xxx. delle quali quì sarà necessario che ci preuagliamo in qualche cosa. Primieramente, per venire al fatto, tiresi vna retta dal capo della linea curua. a. al fine della medesima istessa curua al punto b. (per la figura x. & xij. di questo) e questa a. b. sarà per dimostrare euidentemente che al contenuto sotto detta linea retta nulla a. b. nella concauità, ò arco a. r. b. non apertiene portione alcuna dell'isola, se non per rispetto delli detti due estremi punti. a. & b. come che essi soli due punti. a. & b. di tutti gl'altri, che si ritrouino in detta concauità. a. r. b. sieno più uicini all'isola sudetta; Dopò dal punto. a. tiresi vna perpendicolare alla ripa di sopra. c. x. & sopra di essa. c. x. facciasi vn quadrato che sia. a. d. & questo diuidasi in due

parti

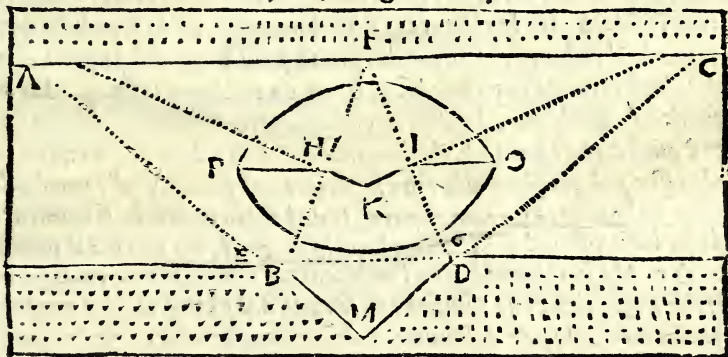
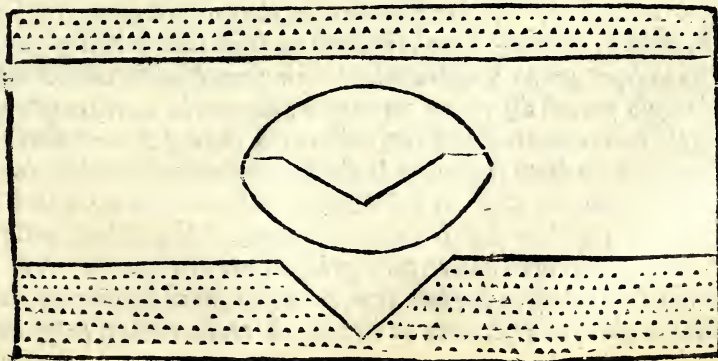
parti equali f. g. Del di ſopra da queſta retta.f.g. nõ ſi deue coſa alcuna d'eſſa Iſola al punto. a. Doppò tireſi il diametro dal punto. in e. del di ſopra del quale niente ſi deue al punto detto. a. Nella retta nulla .f. g. ritroueſi (per la prima prop.) il mezo, & ſia b. Diceſi per queſto che tra detto punto. a. & detta ripa retta.c. x. ſi ſono ritrouati tre punti, cioè c. f. b e. equidiſtanti; cioè dal punto a. & c. il punto f. Dal punto a. & d. il punto b. & il punto e. equidiſtante dal punto a. & dal punto d. della retta ripa. Da queſti trè coſi fatti punti f. b. e. (per la viij. prop.) ritroueſi il centro K. che caderà nel campo diſotto da capo. a. r. b. ſotto & vicino al punto a. & da queſto centro. K. delineeſi vn circolo che toccherà detti tre punti f. g. c. Perilche diceſi che tutto il contenuto di detta Iſola dal detto arco f. b. e. dal concauo, ſarà del campo a. & il contenuto di ſopra dal ſuo conueſſo ſarà del campo c. d. Il medeſimo ſarà d'operarſi da piedi di detta Iſola nell'altro punto b. della ripa curua, con conſtituire vn quadrato diſcritto, & contenuto da.m. x. & queſto diuidaſi in due parti equali per la o. l. & doppò tireſi il diametro.n. b. & in queſto ritroueſi il mezo p. & coſi anco nella x. b. che ſara l. onde haueranſi tre punti m. p. l. equidiſtanti dal punto b. di ſotto della ripa curua a. b. & di ſopra della ripa retta x. c. Di queſti trè punti m. p. l. ritroueſi il centro q. & da queſto delineeſi vn circolo che tocchi tutti li ſodetti trè punti m. p. l. l'arco m. p. l. diuidera l'iſola equalmente tra la ripa curua.a.b. & la ripa retta.c.x. onde di ſopra di detto arco m. p. l. ſara del campo di ſopra x. c. & il di ſotto ſara del campo di ſotto r. b. curuo. Quel poi dell'iſola che reſta tra detti due quadrati di capo c. e. & da piedi n. b. diuideraſſi a queſto modo (& queſto perche di ſopra è la ripa retta, & di ſotto la ripa curua, conforme alla. 10. altramente. 32 di queſto) cio è che dalla ripa retta. d. n. & della curua. r. ſi ritroui il mezo (per la propo. 1.) che ſarà ✠ & già ſi ſono ritrouati due altri punti medij, tra detta & retta & curua, che ſono l'uno g. del quadrato. c. e. da capo &. o del quadrato m. x. da piedi, adunque di queſti tre punti. g ✠. o (per la 8. prop.) ritroueſi il cẽtro, che ſarà. λ. et da q̃ſto deſcriuaſi vn circolo, che tocchi detti trè punti. g. ✠. o. Queſto arco. g. ✠. o. diciamo, che diuiderà egualmente il reſtante dell'iſola rimaſta tra detti due quadrati tra la ripa retta di ſopra, & la ripa curua di ſotto (per la detta figura. x.) Deueſi, non dimeno, auertire circa di queſta figura, che non importa ſe detti quadrati, ſieno quadrati, come (per la diffinit. 29.) perciò che, in quanto all'effetto ſegue il medeſimo, ſe fuſſe detto quadrato da vna parte più lõgo, che largo, perciochе, in queſto caſo, detta figura quadrata non ſerue ad altro, che a ritrouare faciliſſimamente qual ſieno quei tre punti, che egualmente diſtano da vn punto dato & da vna retta data; perche (come ho detto) il medeſimo ſuccede per altra figura di quattro lati, ſe ben non ſia quadrata, s'altri v'auertirà. Il medeſimo dico, che non importa, che'l tralaſſato in mezzo delli due quadrati, che ſia quadrato; perciоche, il medeſimo ſegue, ſe fuſſe più da vna parte longo, che da l'altro. Queſto hò voluto raccordare, perche può facilmente ſuccedere, che l'iſola non ſia

tanto

tanto longa, per il fiume, che ametta due quadrati, per la larghezza del lato, che del quadrato si fa, dalla ripa retta al punto della ripa curua; il che a chi di ciò non fusse stato auertito, haueria dato da pensare, come ha dato a me, ma la verità è questa, come esperimentando, vedrete da voi medesimo, senza più dire altro.

Annotatione.

Questa figura, che patisca tutte le difficultà, & diffetti, che noi di sopra adducemmo, apparisce più espressamente, che in niun'altra figura antecedēte; perche si vede, che le ripe di qua del fiume trapassan o col suo distēdersi delle fronti à pigliar dell'isola il mezzo del fiume. 2. che alcuni campi conseguiscono dell'isola più di quello, che comportino le lor fronti, che non hanno; perche, per vn sol punto s'auicinano all'isola, & così per il contrario; errori causati dal nō ve si ritrouare ne la linea regolare, ne la mediale. Onde emēderassi per il nostro modo esplicato, & praticato nelle precedenti tutte figure, & si vede nella corretta, che hauemo soggiunta, alla quale mi rimetto; doue succede facilmente, & senza di tanti ritrouati di Bartole difficili a sapersi, impossibili ad esseguirsi, & che non hanno luogo sempre, & vniuersalmente, in ogni sorte di figura, ma solo nell'istesso, che Bartole lasciò descritto in particolare, come di sopra più lōgamēte s'è dedotto, pche è l'istessa che la. 9. et. 31. et 39.

xiij. 35. Figura xliij.

Segue la terza parte di questo trattato dell'isola, che è delle ripe angolari; & ha due figure; La prima è questa; che ha vna ripa angolare. e. m. d. & l'altra di sopra retta. a. f. c. Per diuidere dunque l'isola, che è posta tra dette ripe, distēdasi il lato. n. m. di esso angolo. m. fino alla ripa superiore, al punto. a. Il medesimo facciasi dell'altro lato. m. d. fino alla superiore ripa, al punto. c. per il che causerassi il triãgolo. a. m. c. Nell'un lato. a. m. del triãgolo. a. m. c. formesi vn triãgolo di doi lati eguali, che farasi se l'un piè del sesto fermerassi nell'angolo. a. & l'altro piede del sesto distenderassi per il lato. a. c. del triangolo. m. a. c. tanto, che ritroui d'esso lato il mezo. f. & de lì giresi detto piede del sesto, con la medesima distantia fino, che arriui all'altro lato. a. m. che l'intersecherà nel punto. e. & tirerassi la retta. f. b. onde ne sarà causato il triangolo. a. b. f. di due lati eguali, cio è. a. f. & . a. b. perche sono d'un medesimo, ad vna medesima periferia, (per la diffi. del circolo 18.) Il medesimo operesi da piedi nell'angolo. c. del triangolo. a. m. c. & farassi vn'altro triangolo. f. c g. di due lati eguali cio è. c. f. & . g. c. per l'istessa ragione. Il triangolo dunque. a. b. f. diuidasi (per la. 3. propo.) in due parti eguali, per la retta. a. b. K. Il medesimo si faccia dell'angolo. c. del triangolo. f g. c per la linea. c. i. K. che diuiderà detti lati. b. f. nel mezo. b. & l'altro lato f. g. nel punto. i. (per la. 1. propo. & . 2. & . 3.) onde si dice, che la linea. b. b. K. per da capo; & la linea. g. i. K. per da piedi, diuideranno egualmente l'isola. K. tra la ripa retta superiore. a. f. c. & la ripa inferiore angolare e. m. d. Il restante dell'isola dal punto. p. ad. b. & del punto. i. allo. o. si diuiderà a linee rette da capo per la. p. b. & da piedi per la. p. o. Mà nasce vna difficultà, la quale par, che distrugga la sodetta diuisione, che non sia ben fatta, & è questa, che'l punto. b. che hauemo detto diuidere per mezo la retta. f. b. si vede esser più prossimo alla ripa superiore, nel punto. f. che non è alla ripa inferiore nel punto. m. come appare, se dal detto punto. b. si delinearà vn circolo della latitudine. d. e. f. che toccherà la. b. & . f. ma non gia il punto. m. adunque &c. Ma si risponde, che l'antecedente è vera ma la conseguentia è falsa; perche l'egualità della diuisione nō si caua dal pũto. f. ma dal punto. K. il quale egualmente dista, & dal punto. f. della ripa superiore, & dal punto. b. & . g. della ripa inferiore, come si proua, se nel punto. K. metterassi l'un piede del sesto, & con l'altro si discriuerà vn circolo, che tocchi il punto. f. ò vero g. ò vero. b. perche, toccando l'uno, toccherà medesimamente l'altro (per la. 5. del. 4. d'Euclide, & propo. 8. nostra nel. 1.) che in soma è questa cio è, D'intorno ad vn triangolo potersi discriuere vn circolo; che tocchi tutti trè gl'angoli, del triangolo, come a punto si vede nel nostro caso, che dal. K. centro del triangolo. b. f. g. ritrouato detto centro per la diuisione nel mezo fatta delli due lati. f. g. & . f. b. per le linee. c. K. & . a. k. si delinea vn circolo, che tocca tutti tre li sodetti punti & angoli, & . f. & b & . g. del triangolo. f. b. g. Che è quello, che Bartole auerti quì douersi notare, per regola, ma per altre parole, cio è. Due linee, che diuidino nel mezo due lati, di vn triangolo, doue concorrano, iui è il centro, dal quale si può descriuere vn circolo, che toccherà tutti trè gl'angoli,

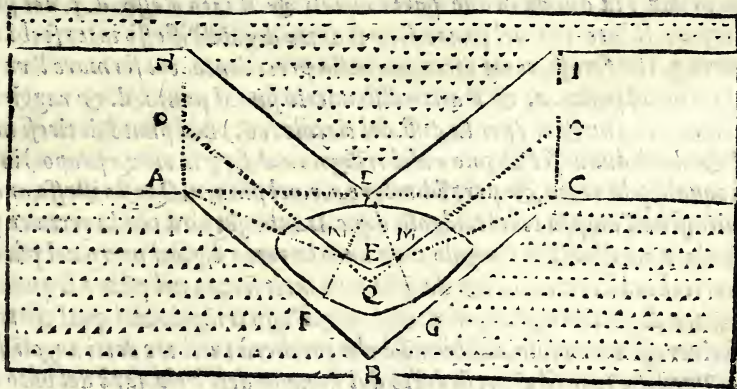
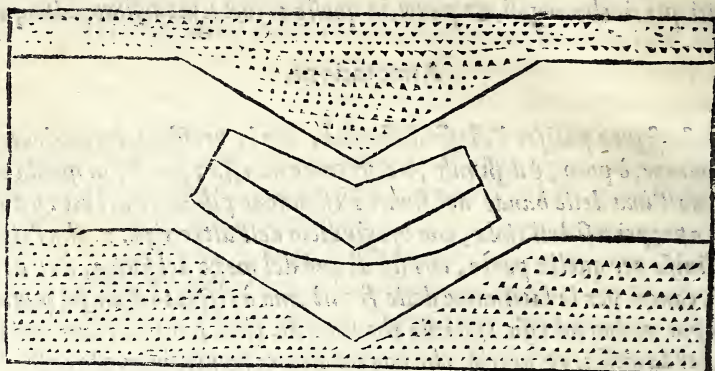
di esso

di esso triangolo, conforme (come dicemmo) alla nostra propo. 8. se ben parla di punti, percioche angoli, & punti, in questo caso, è il medesimo, adunque & c.

Annotatione.

Questa figura patisce l'istesse difficultà, che la prossima antecedente; perche in niente, ò poco, è dissimile, ò differente da essa; perche in questa ancora le ripe dall'una delle bande del fiume s'estendono più oltre del mezo d'esso fiume, ad apropriarsi dell'isola, con pregiudicio dell'altre ripe. 2. che l'isola non vien diuisa per quella parte, che stà di quà del mezo del fiume, alli di questa parte, campi per la latitudine delle fronti, ma à rispetto d'un sol punto delli campi più vicino ad essa Isola; da che succede, che'l punto altramente indiuisibile, per la diffi. j. & perciò, che non ha alcuna fronte, in questo caso, habbia quantità, & conseguentemente fronte; Et per il contrario, le fronti, che veramente hanno quantità & sono delli campi, nell'isola non habbino corrispondentia; & come che non sieno quantitatiue. Inconuenienti et errori nati, come dissi nella antecedente, dal non ritrouarsi, in queste figure di Bartole, ne linea regolare, ne linea mediale; Onde per corregerla, adopereras si, come di sopra insegnammo, & ne succederà la istessa corretta figura, che noi haucmo iui soggiunta.

xjv. 36. Figura xliiij.

Corretta.

Questa figura, nella ripa superiore b. i. ha solo vn punto d. prossimo all'Isola e. Nell'inferiore ripa a. c. ha vn triangolo a. b. c. Perche dunque detto punto d. si ritroua vicino all'isola e. hauerà qualche portione (per la regola 3. di questo secondo) in detta Isola. Per consegnarle dunque detta portione, che diciamo douersele, tiresi la retta a. c. nella ripa inferiore, che toccherà il punto sodetto d. della ripa superiore, & dal punto. d. (per la precedente) descriuasi il triangolo d. f. g. di due lati equali d. g. & d. f. sì che l'vn angolo più acuto d'esso sia collocato nella linea a. c. nel punto d. che in esso (per la propositione prima) la diuida in due parti equali & il lato d'esso. d. f. nel punto f. intersechi il lato a. b. nel punto f. & il detto d. g. dell'istesso intersechi la b. nel punto g. che farassi, come dicemmo nella precedente, col fermare l'vn piede del sesto nel punto. a. & l' altro distenderlo fino al punto. d. & raggirarlo nella linea a. b. che &c. (per la diffi. del circolo. 16.) Dal punto d. tiresi la retta d. f. & dopò diuidasi l'angolo a. del triãgolo a. d. f. (p la terza propo.) in due parti equali, p la retta, & perpẽdicolare a. e. nel pũto. n. Questo istesso ancora esseguirassi nell'angolo c. del triãgolo d. g. c. Da che seguirà che la retta et perpendicolare c. e. diuiderà l'angolo c. & anco la retta d. g. nel mezo nel pũto m. & intersecherà la retta a. e. & da q̃lla sarà intersecata nel pũto e. il quale sarà il centro di tutti tre gl'angoli d. & f. & g. d'esso triãgolo; dal qual centro. e. se descriuerassi vn circolo, dubbio nõ è che toccherà tutti tre detti angoli d. & f. & g. Perilche tutto il cõpreso drẽto dal d. n. e. m. dell'isola, sarà del pũto d. di sopra; il restante di sotto, compreso dentro della linea f. n. e. m. g. dell'isola sarà del campo di sotto b. Il restante dell'isola, fuori di queste già assegnate linee, perche si ritroua tra ripe di linee rette di sopra, cioè di d. b. da capo, & da d. c. da piedi, & di sotto da capo di a. b. & da piedi b. c. da questo segue che si diuida come Isola, tra ripe di linee rette & paralelle, (per la prima figura di questo ij.) Se saranno di ripe di linee concorrenti, si diuida come (per la seconda di questo ij.) cioè della ripa a. di sotto & della ripa b. di sopra,

tiresi

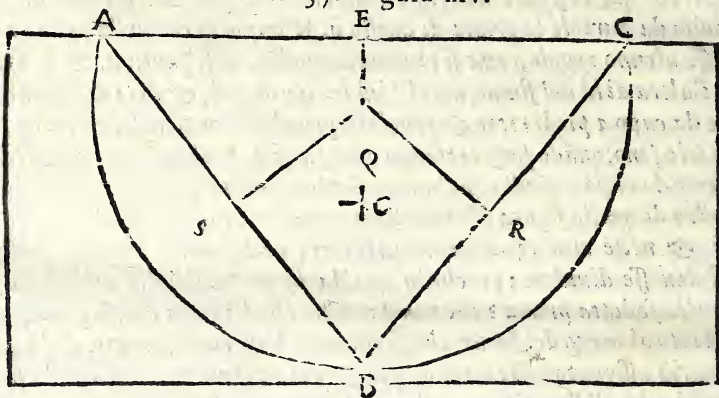
tiresi la retta. a. b. la quale diuidasi (per la prima propositione) per mezo nel punto. p. per la retta p. q. paralella (per la propositione iiij.) alle rette b. d. & a. b; La portione dūque dell'isola cōpresa sopra della detta paralella p. s. n. q. aperterrà alli campi di sopra b. d. & il compreso di sotto dalla paralella sodetta s. n. aperterrà alli campi di sotto a. f. Il medesimo si deue fare da piedi dal punto i. di sopra, & dal punto c. di sotto, cioè che si pigli il medesimo (per la medesima propo. & prima figura di questo ij.) & sia il punto o. dal quale si tiri la retta & paralella (per la medesima propo. iiij.) o. r. q. Per questo dicesi che la retta r. m. che diuide l'isola, terminerà la diuisione; perche quel di sopra di detta retta r. m. sarà. delli campi di sopra d. i. & il di sotto della retta r. m. sarà delli campi di sotto g. c. ch'era da farsi.

Annotatione.

In questa figura, se non m'inganno, apparisce più tuttauia manifesto il mancamento del modo di diuidere l'isola, che n'insegnò Bartole, cioè che fù a caso, & senza alcuna regola; perciochè se ben si guarda le ripe della presente figura, così di quà, come di là del fiume, sono rette, & scambieuolmente paralelle, cioè equalmente lontane l'vna dall'altra; adunque non sò io ritrouare la ragione; perche questa figura non fusse diuisa nell'istesso modo, secondo del quale fù diuisa da Bartole la prima di questo ij. N'importa che nella prima non si ritrouasse alcuno angolo, come si ritroua in questa, nelli punti. b. & d. ripe di quà, & l'altra di là del fiume, mà che iui le ripe di quà, & di là del fiume erano tutte da capo a piedi rette & regolari; pciochè linee paralelle, et riue paralelle, nō solo sono, quādo sono rette, ma anco (diffi. 6.) quādo sono tortuose, se però da sieme da capo a piedi equalmente sarāno sempre distanti. Se dunque nel caso nostro di questa figura, le riue si ritrouano da capo a piedi equalmente distanti, & nelle riue egualmente distanti, nella prima Bartole n'insegnò come si douesse diuidere; perche in questa figura non diuise nell'istesso modo che nella sodetta prima ? che non è dubbio che haueria diuiso giustamente & in quanto al mezo del fiume, che giustamēte haueria insegnato, & in quanto c' haueria assignato alli campi di quà & di la del mezo del fiume la portione dell'isola che gli saria toccata fino al detto mezo del fiume, & non più oltre; doue hauendo diuiso, come si vede, è incorso in quelli istessi errori che noi nella precedente hauemo addotto essere incorso, dalla quale ne questa differisce; E così che le riue da una banda del fiume s'estendono, nel pigliarsi dell'sola, oltre il mezo del fiume. Secondo che alcuni campi conseguischono dell'isola, non solo più di quello che deueriano, mà che non hanno in alcun modo le fronti; perche diuise Bartole, (come si vede) con l'hauer rispetto ad vn sol punto, che l'vn campo si ritroua hauer più propinquo all'isola, il qual punto non solo non ha, ne può far fronti, ma è indiuisibile in tutto & per tutto, (per la prima diffinitione.) Per il contrario poi alcuni campi, che effettualmente hanno, & quantitatiuamente le fronti, fa ò che non habbino dell'isola cosa alcuna, ò poco, rispetto alla latitudine delle sue fronti, inconuenienti, &

errori causati dal diuidere a caso, & senza alcuna regola. conforme alla materia, & al bisogno, nel quale ci ritrouiamo; che come noi dicemmo è il ritrouare, & ritrouata che s'è assignare la linea regolare che Bartole non assegnò; secondo ne la linea mediale; che sono quelle che giustamẽte diuidono, & per il mezo del fiume da capo a piedi l'isola, & applicano giustamente essa Isola ꝑ quella portione che ne tocca alli campi di quà, & di là, che sono del fiume, & d'esso mezo per la latitudine loro, come vuole la legge, & approua l'esperienza; per il che corregesi nel modo insegnato di sopra, & che si vede nella nostra soggionta figura, che sia il fine di queste nostre annotationi alle figure di questo secondo libro dell'isola di Bartole.

Segue hora la quarta & vltima parte di questo libro secondo, dell'isola, che contiene trè questioni, le quali per le cose fin quì già dette, si possano risoluere; & se ben non hanno che partire con le già dette, sì che ragioneuolmente si potriano interlassare, come che non facciano al nostro proposito; Nondimeno hauendole poste Bartole c'habbiamo in questo caso tolto ad esplicare, n'è parso non interlassarle, per non lasciare indietro cosa alcuna, & massime di figure c'habbia posto Bartole, che non esponiamo. Segue dunque la.

xv. 37. Figura xlv.

Per intendere questa figura, bisogna supporre, che come dice Bartole, la Comunità di Perugia habbia fatto vna legge di questo modo, cioè se si ritrouerà nel nostro Contado alcuna possessione, la quale non sia assignata, ò sotto posta ad alcuna villa, ò castello, in tal caso s'intenda esser posta, & applicata alli territorij di quelle Ville, ò Castelli che le saranno più vicini, ò propinqui; Hora accade che si ritroua vna possessione. g. ne' confini di trè ville a. b. c. a niuna delle quali detta possessione. g. è applicata, & alla quale niuna altra villa, che le sodette. cioè. a. b. c. l'è più prossima. Si cerca come detta possessione. g. si debba applicare al'e dette ville, ò castelli. a. b. c. Per far questo (dice Bartole) prima di tutte trè le sodette Ville, ò Castelli notesi il punto di ciascuna di esse trè. a. b. c. più vicino alla detta possessione. g. della prima. a.

sia

sia il punto. a. Della seconda sia il punto. b. & della terza sia il punto. c. Da questi pũti ritrouati, di tutte trè le Ville, & Castelli detti. a. b. c. più prossimi a detta possessione. g. tirẽsi dall'vno all'altro le rette a. b. & b. c. & c. a. & ciascuna di esse diuidasi in due parti equali, per la prima propositione, per le perpendicolari. f. q. & e. q. & r. q. concorrenti nel punto. q. Per causa di che dicesi che la possessione. g. sarà a proportione diuisa tra dette tre Ville, ò Castelli. a. b. c. Per il che lo spatio di detta possessione. g. compreso dalle linee. e. q. f. aperterrà alla Villa, o Castello. a. lo spatio compreso dalle rette. e. q. r. aperterra alla villa, ò Castello. d. lo contenuto dal di quà delle linee. f. q. r. aperterrà alla villa, ò Castello. b. Et che questo sia equalmente diuiso si dimostra a questo modo; nel punto q fermesi l'vn piè del sesto, & con l'altro mobile descriuasi quasi vn circolo della latitudine dell'vno delli detti trè punti. a. b. c. Se questa circonferentia tocca l'vno punto, toccherà anco gl'altri due (per la viij. propositione, & d'Euclide nel 4. propositione v. & noi dicemmo anco nella figura 13. di questo secondo libro) adunque detti trè punti di dette tre ville, & castelli equalmente sono concorsi per la sua portione in detta possessione, (per la diffinitione del circolo nel primo 16) che era da farsi.

Annotatione.

Questa figura, se ben Bartole la pose in questo libro dell'isola, nondimeno (se non m'ingãno) credo che a niun modo ve s'accõuenisse; Perciochè in essa si suppone che le ville, ò castelli cõcorrenti alla diuisione della possessione, della quale si tratta, la circõdino & nõdimeno in materia dell'isola nõ si ritroua ne mai si ritrouerà che li cãpi cõcorrẽti alla diuisione d'essa la circõdano, ma anzi solo dalle bande di qua, et di la del fiume che l'ha nel mezo le sieno Secondo le ville, ò castelli nel caso di Bartole si suppongano lontane senza alcun termine dalla possessione da diuidersegli & tra di loro interposti varij & diuersi corpi di varij & diuersi campi; Nel dell'isola li campi concorrenti alla sua diuisione sempre si suppong no prossimi, & di rimpetto ad essa Isola solo trà essi & l'isola traposto il corrente del fiume, che in mezo la raccoglie. Terzo nel caso di Bartole solo si diuide pur vn sol punto che della villa, ò castello si ritroua essere più vicino alla possessione da diuidersi, & per questo sol tal punto s'applica d'essa possessione, le portioni maggiori, ò minori alle dette ville ò castello perciò più vicini, secondo occorre senza hauersi altra consideratione delle latitudini delle fronti delli confini di ciascuna di loro; Nell'isola al contrario s'applica essa Isola alli campi più vicini, & che le sono dirimpetto, hauendosi risguardo alla latitudine delle fronti d'essi campi, che hanno di rincontro, & prossime ad essa Isola. In oltre Bartole niente disse del quando occorreua che l'una villa, ò castello si ritrouaua più dell'altro vicino alla possessione da diuidersi; & nondimeno che era il particolare indiuiduo del quale la legge disponeua. & che più spesso suole occorrere, che molti equalmente sieno lontani, come & nel modo che suppose Bartole in questa sua sola presente figura; Perilche

che credo io che meglio s'accommodi alla materia dell' Alueo, come quello che à similitudine di tal possessione nel caso nostro si ritroua tra campi immediate ad esso contigue, a' quali si diuide, come dirassi al luogo suo. In particolare poi dubito che questa sua diuisione lassatane in questa presente figura, per le ragioni addotte di sopra nell'altre dell'isola, & massime per che non solo diuise hauendo rispetto ad vn sol punto; ma anco per sol questo rispetto applicò buona quantità di questa possessione alle Ville, ò Castelli concorrenti alla diuisione d'essa senza hauere vna minima cõsideratione della latitudine di ciascuna frõte di ciascuna d'esse Ville, ò Castelli, c'haueuano cõtigue ad esa possessione, che non sò legge alcuna che lo dica, ne ragione che lo cõcluda; mà al cõtrario lo danni, perche come è detto s'asserisce però che'l punto (per la prima) indiuisibile habbia quantità, perche ad esso, come à tale s'applica della possessione sodetta quella portione che si vede. Adunque a mio giudicio si deuerà diuidere giustamente a questo modo, cio è, Da qual si sia punto di ciascuna di dette ville, ò Castelli che si pretende più vicino alla possessione da diuidersegli si tirino tante linee rette per aere (come fanno li Cosmografi) quãte saranno esse ville ò Castelli ad altri tanti punti, che in detta possessione si pretendono più ad essi punti di ville ò Castelli vicini, & insieme si fatte linee di distantie si apparagonino, & quella, che si ritrouerà più corta di tutte l'altre, questa Villa, ò Castello della quale sarà detta retta ritrouata più corta sarà la più vicina a detta possessione, & conseguentemente per la legge d'applicarsegli in tutto & per tutto senza, che niente d'essa ne tocchi ad alcuna dell'altre tutte Ville, ò Castelli, che concorreuano alla sua diuisione. Ma s'occorrerà, che tutte le Ville, ò Castelli egualmẽte fussero trà se lõtani, ò vicini alla possessione da diuidersi, in questo caso dalli punti di ciascuna d'esse, che si pretẽdono vicine egualmente a detta possessione si tireno per di sopra & verso d'essa possessione in infinito tante rette quante saranno le ville, ò Castelli concorrenti alla diuisione, che per non essere pararelle (per la diffi. 6.) concorreranno in vn comun punto (che per la propo. 8. sarà il centro) Da questo pũto comune a gl'estremi pũti della latitudiae delle frõti delli proprij cõfini di ciascuna d'esse tutte Ville ò Castelli, che si ritroueranno hauere contigui ad essa possessione tirensi tãte rette quãte cõporteranno gl'estremi di ciascuna di dette fronti di confini d'esse Ville, ò Castelli, che perciò a ciascuno d'essi applicherassi giusta & egual portione della possessione da diuidersi per la latitudine delle loro fronti, & per la prossimità, conforme alla legge, & alla ragione. Perche da si fatta operatione causeransi tanti triangoli quanti saranno le fronti de' confini delli Castelli, ò Ville concorrenti alla diuisione, delli quali le lor base saranno le rette delle latitudini delle fronti de' confini da dette Ville, ò Castelli contigui a detta possessione De' quali li due lati saranno le linee rette dedotte dalli estremi punti di detta latitudine de' confini, al punto comune doue causerãsi gl'angoli acuti d'essi ciascun triãgoli di essi ciascuna Villa, ò Castelli cõcorsi a detta diuisione. A q̃sto istesso modo credo io giustamẽte si potria diuidere quãdo ciò di fare occ-

corresse

correſſe vn lago, ò palude, ò altro che d'intorno haueſſe piu & piu caſtelli di diuerſe giuriſditioni, come il lago di Marta nel Dominio del ſereniſsimo Signor Duca mio nel Ducato di Caſtro, che intorno ſi ritroua hauere Monteſiaſcone, Bolſeno, le Grotti, il Borghetto, Biſenzo, Capodimonte, & Marta. E coſi anco quando occorreſſe che ſimil lachi, ò paludi, ò altro ſi ſeccaſſero, & perciò ciaſcuno che vi foſſe contiguo pretendeſsero participare, perche altramente il modo di Bartole non ſaria ad alcun propoſito.

xvij. 38. Figura vlij.

Queſta figura è ſolo, per dimoſtrare, ſe per caſo ſi ritrouaſſe vna poſſeſſione. g. K. h. c. l. per tra più confini di più Ville. a b. c. d. e. f. Di ſopra. a. c. e. Di ſotto. b. d. Da piedi. f. & così di più ville che tre, di che s'è detto nell'antecedente proſſima figura. 16. 38. & . 46. & ſi cercaſſe del come dette ville, che in mezzo la raccolgano, ſi debba gtuſtamente diuidere; Per facilitar più il da dirſi, per riſpetto di molte linee & circoli, che vi vanno; per la prima coſa noteſi, che tutti li punti di ſopra alle. a. c. e. & di ſotto. b. d. f. rapreſentano li più proſſimi punti delle uille, che concorrono alla diuiſione di detta poſſeſſione. g. K. h. c. l. Secōdo auertaſi, che tutte le lettere, che hauerāno le ſtellette appreſſo ſignificano le linee vere confinali, che naſcono per confini tra dette ville, nella poſſeſſione per queſte linee ſtellate diuiſa. 3. li circoli di linee apūtate, ſono nulle, in quanto alla diuiſione, ma ſeruono per dimoſtrare, che tal diuiſione è giuſtamente fatta. Prima dunque d'ogn'altra coſa, ſi pigliano tutti li punti delle Ville, che cōcorrano alla diuiſione di queſta poſſeſſione, che nel noſtro caſo, ci rapreſentano li ſodetti punti, tutti di ſopra. a. c. e. & di ſotto. b. d. f. Per far ciò dall'uno all'altro pūto, eſtremo di dette tutte poſſeſſioni. a. c. e. per di ſopra, & per di ſotto dall'uno & dall'altro punto. b. d. f. tirenſi linee rette, a. b. & . b. d. & . d. f. & . f. e. & . e. c. & . c. a. Doppò di tante Ville, concorrenti alla diuiſione di queſta poſſeſſione, ſe ne pigliano trè ſole, come è nel caſo noſtro. a. b. c. & con linee nulle ſi riducano in triangoli, che nel caſo noſtro, ſarà. a. b. c. c'hauerà, trè lati (per la diffi. 25.) & in queſto triangolo. a. b. c. l'un lato ſarà. a. b. l'altro

b. c. &

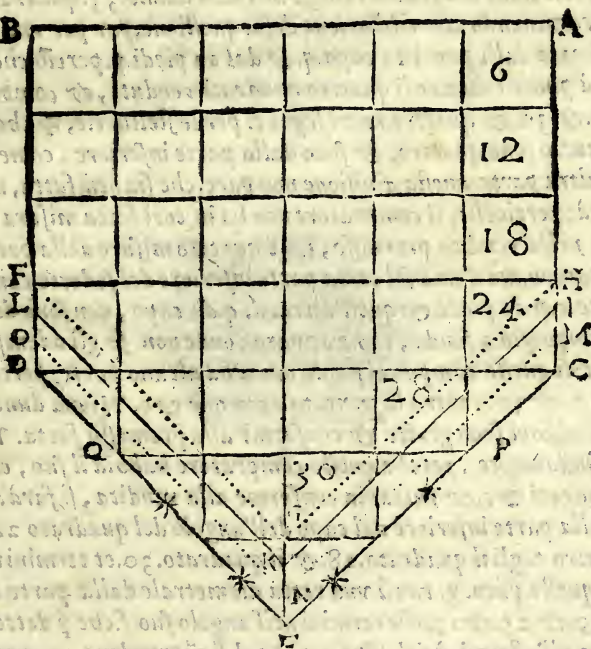
b.c.& l'altro.c.a. Ciascuno di questi tre lati del triangolo.a.b.c. diuidasi (per la.1.propo.) in due parti eguali lo.a.b.nel punto. K.*tirando per di drento, dalla possessione da diuidersi del sodetto lato. a.b. la retta perpendicolare.* K.*g. Doppò, si pigli l'altro lato.b.c. & diuidasi questo lato come l'altro (per la medesima propo.1.) in due parti eguali, nel punto.h. per la retta & perpendicolare.h.g.tirata per di drento. Doppò repigliesi l'altro lato.a.c.& diuidasi, come gl'altri due (per la medesima propo.) in due parti eguali nel punto. l. per la perpendicolare tirata di drento.l g. Questo punto.g. sarà il termine di tutte trè le dette rette.l.g.&* K.*g.&.s.g.che hãno diuiso tutti trè li lati del triãgolo in due parti eguali. Per il che concludesi, che queste tre rette linee cõcorrenti in detto punto.g.tirate dal mezo di ciascuno de i lati del triangolo.a.b.c. diuidono vgualmente la portione della possessione, che si comprende, per detto triangolo.a b.c.alle dette trè ville, ò Castelli.a.b.c.Et per dimostrare ciò esser vero, la proua è (per la propo. 8.) per ciò che se nel punto. g. metterassi l'un piè del sesto, & l'altro s'estenderà all'un punto di dette ville. a. b. c. hora ridotte in triangolo.a.b.c.se toccherà l'uno punto, toccherà anco l'altro; & così tutti detti trè punti & ville.a. b.c. egualmente distanti dal centro. g. (per la diffi. 16.del circolo) adunque detta parte di possessione compresa hora in detto triãgolo.a.b.c.egualmẽte è diuisa tra dette tre ville.a.b.c. che era da farsi.*

Secondariamente, diuidasi l'altro secondo spatio della sodetta nostra possessione da diuidersi, compresa dall'altre trè seconde ville.c.d.b. Prima, come s'è detto, tiresi dalla villa.b. alla villa. c. la retta. b. c. & dalla villa. d. alla villa.c.la retta.c.d.che si sarà causato il triangolo.b.c.d. Doppo, diuidasi ciascun lato d'esso triangolo.b.c.d.in due parti eguali (come di sopra) per la propo.1. Il lato.b.c.per la. g. h.& il lato. c. d. nel mezo, come l'altra per la retta h.i.& il lato.b.d.per la.p.h. Questo punto.h. doue terminano tutte le sodette linee rette g.h &.p.h.&.i.h. sarà il centro di questo triangolo; dal quale, se descriuerassi l'un circolo, come s'è detto nell'altro primo gia descritto triangolo, toccherà l'uno & l'altro de' detti trè punti del triangolo.b c.d.& hora ville. c.d.b. (per la diffi. 16. del circolo) adunque è giustamente diuisa, & anco questa parte di detta possessione, tra detti trè susseguenti campi.b.c. d. Terzo si faccia l'altra diuisione, del resto dell'altre ville rimanenti. c. d.e.f.tirando prima le rette da vn punto all'altro, che sarãno la.d.f.& f.e.& e.c.ciascuna di queste rette da un punto all'altro (come s'è detto dell'altre di sopra) si diuida in due parti eguali la.c.d.per la retta, & perpendicolare.h.m.la.c.e.per la retta.n.m.la.e.f per la.q.m.la.f.d.per la retta.o.m Questo punto m.sarà il cẽtro di tutte queste linee diuisorie, per il che (come di sopra si disse) se da questo delineerassi vn circolo, che tocchi l'un de' sodetti quatro punti. e. d.c.f. toccherà anco gl'altri; adunque &c.(per la diffi.16.del circolo.) Ma se'l punto.f. non cadesse nella detta circonferentia, bisognerà con la diuisione al medesimo modo, procedere più oltre fin che niente vi rimanghi. Adunque di questa possessione diuisa per mezzo (siami licito così dire) dalla linea. K *g.h.m.q. la parte di*

te di sopra d' essa linea aperterrà alle ville di sopra. a. c. e. la parte di sotto d'essa medesima linea. K. g.h.m.q. aperterrà alle ville di sotto.b.d.f. & conseguentemente di sopra la portione compresa dalle linee .l.g. K. aperterrà alla villa.a.la portione compresa dalle linee.n.m.i h. g. l. alla villa. e. la portione compresa dalle linee.q.m n. alla villa. e. Il di sotto compreso dalle linee.K.g. h.p.alla villa.b. Il compreso dalle linee.p.h .m.o .alla villa.d. Il compreso dalle linee.o.m.q.alla villa. f.

Annotatione.

Di questa figura s'è detto nella precedente, dalla quale questa non è in altro differente, che in quella alla sua diuisione concorreuano trè, & in questa più ville, ò Castelli.

xvij. 39. Figura xlvij.

Questa è la terza figura della quarta parte di questo libro, & vltima di tutte, & contiene vn caso così occorso. Vn tale haueua vna possessione di questa forma, cio è.a.b.c.d.e. della quale ne vendè quattro misure, ò some, ò coppe, ò rubbia, come si voglia, dalla parte di sotto, & così verso di.e. Si dubitaua, come si douessero misurare a questo cõpratore, in questa possessione, le sodette quattro misure vendutegli. Il dubio era perche doue le voleua misurare il venditore il terreno era tristo, perche era ò sterile, ò non arborato, ò non vignato, ò non casato &c. & per doue le voleua misurare il compratore, il ter-

reno era migliore, come grasso, ò arborato, ò vignato, & anco forse accasato. Per venire alla risolutione di questo, bisogna hauere il numero delle misure, che nel caso proposto della presente figura si ritrouano essere trenta intiegre, le quali misure adesso diciamo chiamarsi stadij, se ben le potressimo chiamar rubbia, some &c. & nel da piede, in fondo, si ritroua hauere sei mezi da vna parte compresi dalla linea. d. e. & sei altri mezi dall'altra parte compresi dalla linea. c. e. per il che in tutto sono. 33. Perche in tutto sono setti spatij da alto a basso della figura, delli quali spatij li quattro primi contengono per ciascuna sei quadrati, che danno. 24. Il quinto contiene quattro quadrati et due mezi, che fanno cinque, che aggiunti alli. 24 fanno. 29 Il sesto contiene due quadrati intieri & due mezi, che dan tre quadrati intieri, che cõgiunti con. 29. fanno. 32. Il settimo contiene due mezi quadrati che fanno vn quadrato intiero, che congiunto con. 32. in tutto danno. 33. quadrati, che diceuamo. Hora venendo alla risolutione della questione, par per vna parte, se gli debba misurare dalli punti da capo. q. & dal da piedi. p. perciò che detto spacio. p. q. c. à punto contiene li quattro quadrati venduti, & compri, cioè due intiegri. 20. & 30. & quattro mezi segnati per le stelluccie, ✠ che facẽdo due intiegri, in tutto sono quattro, & sono dalla parte inferiore, come s'eran venduti. Dall'altra parte, questa diuisione non pare, che sia ben fatta, ne conforme alla vendità; perciochè, il compratore non ha in così fatta misura quello, che gl'era stato nella vendita promesso, cio è quattro misure della parte inferiore di tutto il campo, ma d'una sol certa parte inferiore del sodetto campo; perche quella parte. c. p. da piedi, & quell'altra. d. q. da capo, non sono della parte di sotto del campo, più a fondo, come appare; onde non se gli adempisce la vendita, perche di questo campo nel fondo non n'ha alcuna parte, perche l'ha nelli quadrati. 29. & 30. contra la vendita adunque &c. Niuna dunque delle sodette due diuisioni sono giuste & conformi alla promessa fatta. Per dunque, diuidere giustamente, perche questo compratore habbia il suo, cio è quattro stadij ò quadrati &c. & tuttauia conforme alla uendita, si farà a questo modo, tiresi dalla parte inferiore dal capo dell'angolo del quadrato 24. vna linea, che ꝑ diametro tagli il quadrato. 28. & il quadrato. 30. et termini nel suo angolo. g. & da questo pũto. g. tiresi vna retta diametrale dalla parte da capo, ꝑ li quadrati. 29. & 25. & 19. che termini nell'angolo suo. f. che ꝑ dette due linee. h g. & g. f. fino all'estremità del cãpo. c. e. et e. d. si cõprendono. 12. mezi quadrati, cio è sei delli gia detti segnati per le ✠ & sei altri per la linea. h. g. & . g. f. che in tutto fanno sei quadrati intieri, & così vna terza parte di più, cioè due quadrati di più, di quelli, che erano stati, venduti, che erano quattro quadrati. Se dunque con questa diuisione, che hauemo fatta al venditore, è stato assignato vna terza parte di più di quello, che gl'era stato venduto, che erano quattro intieri, che redotti a mezzi fanno otto mezzi, & n'ha hauti dodeci; Ogni volta, che se gli leuerà la detta terza parte, cio è quattro mezzi, & così due quadrati, il venditore hauerà intieramente sodisfatto al suo obligo, & il com-

pratore harà conseguito ciò è quattro quadrati, per il che diuidansi questi dodeci in tre parti, & conseguentemente lo spacio compreso dall'estremità del campo della linea.c.e.d.di sotto,nel fondo del campo, & dal di sopra, lo spacio trapreso dalle linee.h.g.f.in trè parti, per vna delle quali sia per la linea. l.K i.& per l'altra,la linea.o.n.m.che essendo tre spatij, comprenderanno trè parti,delle quali due se ne deuono al compratore,per li quattro suoi quadrati, adunque le due parte estreme, ciò è le comprese dalla linea. l. K. i. & dalla estremità del campo.d.e.c.sarà il douere del compratore sodetto venduteli,come s'è referto;percioche, il compreso da dette due linee. l. K.i.& dalla linea estrema del campo.d.e.c.sono quattro misure ò stadij,ò quadrati;& non dimeno di sotto, ò della parte inferiore del campo,che si douea, per virtù della promessa. Per il che sia imposto fine al presente libro secondo dell'isola di Bartole à laude de Iddio, &c.

✠

 LIBRO

LIBRO TERZO

DELL'ALVEO.

QVESTO è l'ultimo libro, delli della Tiberiade di Bartole, cioè dell' Alueo, nel quale, perche esso Bartole non disegnò alcuna figura, ne anco noi con lui ne descriueremo alcuna; & la causa è perche in quello istesso modo, che s'è detto diuidersi l'alluuione, & l'isola si diuide, & anco l'alueo, sì che niuna, ò poca differentia ue si ritroua. Nondimeno, perche tuttauia più chiaramente s'intenda; ci gouernaremo in questo trattato dell' Alueo, come ci siamo gouernati ne gl'altri due libri precedenti; Onde diciamo che l' Alueo non è altro che'l luogo, per doue prima naturalmente correua il fiume, hora da esso fiume naturalmente interlassato. perche per altroue naturalmente habbia cominciato à trascorrere; Da questo appare che l' Alueo differisce dall'alluuione, & dall'isola; & nondimeno con l'uno & con l'altro conuiene; Differisce perche l'alluuione dal corso del fiume viē bagnata p vna sol parte, & in oltre p da questa sol parte, dalla qual uiē dal fiume bagnata, viē diuisa alle ripe del fiume ad essa alluuione piu propinque; mà l' Alueo da niuna delle sue parti, ne di quà, nè di là ha il fiume, che lo bagni, & in oltre vien diuiso tra tutte le ripe interlassate dal fiume, delli campi, che di quà, & di là da esso Alueo, si ritrouano risguardare, & traprēdere esso Alueo. Dall'isola differisce ancora, perche tra l'isola, & li cāpi, alli quali appertiene essa isola, si ritroua correre il fiume; mà tra l' Alueo & detti campi, alli quali appertiene l' Alueo, non corre, anzi uon vi deue correre il fiume. Conuiene nondimeno l' Alueo, & con l'alluuione, & con l'isola. Con l'isola; perche l' Alueo si diuide nell'istesso modo che si diuide l'isola prima, per il mezo da capo a piedi del fiume, sì che'l di quà dal mezo d'esso Alueo appertenga alli cāpi p di quà, & di là dal mezo d'esso alueo; Con l'alluuione l' Alueo cōuiene, pcioche si come l'alluuione si diuide alli cāpi ad esa alluuione più prossimi per la latitudine delle fronti di essi campi, che hanno nelle riue; cosi anco si diuide la parte dell' Alueo, per di quà dal suo mezo, alli campi, per la latitudine delle fronti, con le quali risguardano eso Alueo; cosi volse la legge, come appare nelli Digesti al libro 4. titolo 1. alla legge 7. & 30. & 56. & l'Imperatore Giustiniano nel suo Codice. lib. 7. titolo. 41. & nel secondo delle sue Institutioni. titolo 1. §. Quod si naturali Alueo, della quale non n'è parso qui di descriuere, come facemmo ne gli della alluuione, & dell'isola, le regole che chiamammo legali, perciochè l' Alueo, conuenendo nella diuisione con l'alluuione,

uione, & con l'isola, le medesime regole legali saranno dell'alueo, che dell'isola, & dell'Alluuione, che di sopra essendosi addotte, hora replicarle quì saria stato superfluo; chi dunque saperà diuidere l'alluuione, & l'isola, saprà anco diuidere l'Aluco. Perilche non hauendo io che circa di questo possa dirmi altro, a laude di Dio, & della sua gloriosa Madre, & di Santo Agostino, del quale hoggi si celebra la sua festiuità, sia posto fine al presente trattato del l'Alueo, & conseguentemente a tutto della Tiberiade di Bartole. In Roma il XXVIII. d'Agosto. M. D. LXXVIII.

Annotatione.

Se si vorrà giustamente diuidere l'Alueo; Prima d'ogn'altra cosa, considerensi le sue ripe interlassate dal fiume, se sieno rette, ò tortuose. Se saranno rette. all'hora considerensi se sono paralelle, ò concorrenti; se saranno rette, & paralelle, ritrouesi la linea regolare, et la linea mediale (p la propositione xvij.) che come si sà senza di queste, non si può diuidere ne l'alluuione ne l'isola ne conseguente l'Alueo, che in questo conuiene con l'alluuione & con l'isola; perciochè con la linea mediale haueraßi giustamente dell'Aluco qual parte di esso apertenga alli campi di quà, & qual parte apertenga alli campi di là dal fiume. Per la regolare saperaßi diuidere detta portione d'Alueo, per di quà del mezo del fiume alli campi, che da questa parte si ritroueranno per la latitudine delle lor fronti, che riguarderanno esso Alueo. Mà auertasi che in questo caso; quando le ripe saranno rette, & paralelle che la linea regolare, & la linea mediale concorreranno; voglio dire, che saranno vna linea istessa. Auertasi anco di più, che se per caso l'vna di queste due ripe fusse più longa, che non fusse l'altra che in questo caso, dall'estremo punto della riua piu corta, si tira vna perpendicolare (per la propositione xvj.) sopra della ripa piu lunga, perilche haueraßi che quel tutto di sopra di detta perpendicolare fino all'estremo punto della ripa più lunga, sarà della fronte che sara in detta più lunga, & niente della ripa più corta, per rispetto che la fronte di questa ripa più corta, è terminata nel punto, dal quale s'è tirata detta perpendicolare sopra della ripa più longa: perilche a questa parte di ripa più lunga s'approprierà tutto quello d'Alueo, che sopra uanzerà fino all'altra parte, oltre il mezo dell'Alueo, perciochè non v'è dall'altra parte altra ripa, mà il fiume istesso, fino al quale questa ripa più longa deue distenderßi & arriuare. Mà se le ripe saranno rette, concorrenti, & non paralelle allhora ritroueraßi la regolare, et la linea mediale (p la propositione xviij.) cõforme alla seconda dimostratione che iui adducemmo, & operesi nel resto come s'è detto, quando le ripe sono rette, & paralelle; Auertẽdo che in questo caso la regolare, & la mediale non cõcorreranno, cioè non saranno vna linea medesima; ma diuerse. Perilche nel diuidere l'Alueo di quà della sua mediale alle ripe de' campi d'esso Alueo, se ben si gouernerà per la regolare, come s'è detto di sopra, nondimeno

con

con le linee perpendicolari, che tireransi dalle fronti de' campi, sempre andà rassi a ritrouare la linea mediale, come termine fin doue s'estendono li campi di quà, & di là d'esso Alueo, & non più oltre. Ma s'occorresse in questo caso che l'vna ripa di queste due si ritrouasse più lunga dell'altra, gouernesi nel modo che dicemmo di sopra, quando le ripe dicemmo essere rette, & paralelle, seruando però nel resto quello che è particolare, & proprio delle ripe rette, & concorrenti, per la prop. sodetta xviij. Se le ripe non fossero rette, ne paralelle, ne concorrenti, ma tortuose in questo caso, considerесi se sono tortuose paralelle, ò se sono tortuose concorrenti, se sarãno tortuose paralelle, in questo caso, ritrouensi la regolare & la media (per la propositione xx.) Et nel diuidere l'Alueo, per il mezo d'esso, da capo a piedi equalmente distante dalle ripe di quà, & dalle ripe di là d'esso Alueo, & dal diuiso di quà & di là da detto mezo, per distribuirlo alli campi di quà & di là dell'vna & l'altra ripa, per la latitudine delle lor fronti ad esso Alueo piu vicini, gouernesi come & non altramente che di sopra immediatamente dicemmo. Il medesimo dico, s'occoresse in questo caso, come nell'antecedenti, che l'vna ripa d'esse due fosse più lunga dell'altra; percioche è la medesima operatione, & l'istesso effetto. Ma se fussero le dette ripe tortuose, non paralelli, ma concorrenti, in questo caso ritrouerassi (per la xjx. & xviij. propositioni) la regolare & (per la xxj. propositione) ritrouerassi la media, nel resto adoperesi ne più ne meno, che s'è detto nelli prossimi, & immediati casi, quando le ripe non sono ne rette, ne perpendicolari, percioche in questo, come in quelle sempre si procede ad vno istesso, & medesimo modo, nel pigliare il mezo dell'Alueo, & nel distribuire alli di quà, & alli campi di là del mezo dell'Alueo, la portione dell'isola, & dell'Alueo nel caso nostro, che si ritroua ò di quà, ò di la dal detto mezo. Per il che a laude d'Iddio, & della gloriosa sua Madre, sia posto fine alle presenti nostre annotationi, alli della Tiberiade di Bartole. In Roma questo dì 4. di Gennaro. M. D. LXXXI.

I L F I N E.

REGISTRO.

✠ A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z A a.

De gl'errori occorsi nello stamparsi non s'è fatto altro auuertimento particolare perche consistendo nelle lettere, che vi mancano, ò vi soprauanzano, ò vi sono mutate, ò poste alla riuersa, ciascuno che intende facilmente da se medesimo se li può correggere, senza altri auuertimenti particolari.

IN ROMA,

Per gl'Heredi di Giouanni Gigliotto, 1587.

Con licenza de' Superiori.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S
T V X Y Z Aa.

De gl'errori occorsi nello stamparsi non s'è fatto altro auertimento particolare perche consistendo nelle lettere, che vi mancano, ó vi sopr'auanzano, ó vi sono mutate, ó poste alla riuersa, ciascuno che intende facilmente da se medesimo se li può correggere, senza altri auertimenti particolari.

IN ROMA,

Per gl'Heredi di Giouanni Gigliotto. 1587.

Con licenza de' Superiori.